S. 1142. A.

MEMORIE
DI
MATEMATICA
E FISICA
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA
TOMO VI.

VERONA
PER DIONIGI RAMANZINI
M. DCC. XCII.

NATURAL HIS
NAT AL HISTORY

CATALOGO
DE' MEMBRI
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA.

PRESIDENTE

ANTONMARIO LORGNA Cavaliere della ſacra Religione de' Santi Maurizio e Lazaro, Brigadiere, e Governatore delle Scuole Militari. *VERONA*.

SOCJ ATTUALI

CARLO ABATE AMORETTI Segretario perpetuo della Società Patriottica di Milano. *MILANO*.

GIOVANNI ARDUINO Profeſſore di Mineralogia, e di Chimica Metallurgica, e Pubblico Sopraintendente alle coſe agrarie dello Stato Veneto. *VENEZIA*.

CARLO BARLETTI delle Scuole Pie, Profeſſore di Fiſica generale nella R. I. Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

TEODORO BONATI Profeſſore d'Idroſtatica nell'Univerſità Pontificia di Ferrara, ed Inſpettore dei fiumi del Ferrareſe. *FERRARA*.

ANTONIO CAGNOLI Aſtronomo, e Secretario perpetuo dell' Accademia di Agricoltura, Commercio ed Arti. *VERONA.*

LEOPOLDO MARCANTONIO CALDANI Primario Profeſſore ordinario di Medicina ſtorica, e di Anatomia nell' Univerſità di Padova. *PADOVA.*

TOMMASO ABATE CONTE DI CALUSO Segretario perpetuo della Reale Accademia delle Scienze di Torino. *TORINO.*

SEBASTIANO CANTERZANI Profeſſore di Matematica nella Pontificia Univerſità di Bologna, e Secretario perpetuo dell' Iſtituto delle Scienze. *BOLOGNA.*

ANGELO ABATE DE CESARIS Aſtronomo nel Regio Oſſervatorio di Milano. *MILANO.*

PAOLO DELANGES Capitano degl' Ingegneri Veneti. *VENEZIA.*

PIETRO FERRONI Idraulico di S. A. R. il G. Duca di Toſcana. *FIRENZE.*

FELICE FONTANA Cavaliere del Sacro Romano Impero, Direttore del Regio Gabinetto Fiſico di S. A. R. il G. Duca di Toſcana. *FIRENZE.*

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

ALBERTO ABATE FORTIS Profeſſore di Storia Naturale. *PADOVA.*

* VITTORIO FOSSOMBRONI Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toſcana. *AREZZO.*

---

* La Memoria ſpedita da queſt' Autore ſopra la *ſalinazione artificiale*, perchè foſſe inſerita nel preſente volume, e non potè avervi luogo, è nell' Archivio dell' Accademia, ed uſcirà nel Tomo venturo.

Michele Girardi Medico di Camera di S. A. R. di Parma, Presidente al Gabinetto di Storia naturale, e Professore della medesima, e di Anatomia. *Parma*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Vincenzo Malacarne Professore Primario di Istituzioni cerusiche, e dell' Arte Ostetricia nella R. I. Università di Pavia, e Cerusico Pensionario di S. M. Sarda. *Pavia*.

Giovanni Francesco Malfatti Professore di Matematica nella Pontificia Università di Ferrara. *Ferrara*.

Giovambatista da S. Martino Lettore Cappuccino. *Vicenza*.

Paolo Mascagni Professore di Anatomia nella Regia Università di Siena. *Siena*.

Lorenzo Abate Mascheroni Professore di Matematica nella R. I. Università di Pavia. *Pavia*.

Carlo Lodovico Conte Morozzo Maggiore del Reggimento di Susa di S. M. il Re di Sardegna, e Presidente dell' Accademia Reale delle Scienze di Torino. *Torino*.

Pietro Moscati Regio Direttore Generale degli Spedali di Milano. *Milano*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Pietro Paoli Professore di Matematica nella Regia Università di Pisa. *Pisa*.

Francesco Pezzi Tenente nel Corpo degl' Ingegneri, e Professore di Matematica nell' Università di Genova. *Genova*.

Ermenegildo Pini Ch. Reg. B. Professore di Storia Naturale. *Milano*.

Michele Cavalier Rosa Professore di Medicina nell' Università di Modena. *Modena*.

Pietro Rossi Professore di Logica nella Regia Università di Pisa, e Naturalista. *Pisa*.

Leonardo Salimbeni Capitano degl' Ingegneri Veneti, e Professore di Matematica nelle Scuole Militari. *Verona*.

Giuseppe Slop de Cadenberg Professore di Astronomia nella Regia Università di Pisa. *Pisa*.

Francesco Soave C. R. S. Regio Professore di Logica e Metafisica. *Milano*.

Lazaro Abate Spallanzani Professore di Storia Naturale nella R. I. Università di Pavia, e Soprintendente al Pubblico Museo della medesima. *Pavia*.

Simone Conte Stratico Professore di Matematica, e di Fisica Sperimentale nell' Università di Padova. *Padova*.

Giuseppe abate Toaldo Professore di Astronomia nell' Università di Padova. *Padova*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Alessandro Volta Professore di Fisica Sperimentale nella R. I. Università di Pavia. *Pavia*.

Verardo Zeviani Medico-Fisico. *Verona*.

SOCJ EMERITI

Domenico Cirilli Professore di Medicina Teorica nella Regia Università di Napoli. *Napoli.*

Domenico Cotunio Professore di Anotomia nella Regia Università di Napoli. *Napoli.*

Gregorio Fontana delle Scuole Pie, Professore di Matematica Superiore nella R. I. Università di Pavia. *Pavia.*

Lodovico de la Grange Presidente Onorario dell' Accademia delle Scienze di Torino. *Parigi.*

Marsilio Landriani Cavaliere dell' incl. Ordine militare di Santo Stefano di Toscana, e Regio Professore di Fisica Sperimentale. *Milano.*

Barnaba Abate Oriani Astronomo nel Reale Osservatorio di Milano. *Milano.*

Giuseppe Angelo Conte Saluzzo Gentiluomo di Camera di S. M. il Re di Sardegna. *Torino.*

Girolamo Saladini Patrizio Lucchese, Canonico nella Metropolitana di Bologna. *Bologna.*

Antonio Scarpa Professore di Anatomia, e di operazioni Chirurgiche nella R. I. Università di Pavia. *Pavia.*

Giuseppe Vairo Professore di Chimica nella Regia Università di Napoli. *Napoli.*

Giovanni Battista Abate Venturi Professore di Matematica nell' Università di Modena. *Modena.*

SOCJ ONORARJ

Luigi Caccianemici Palcani Professore Primario di Geografia, e di Nautica nell'Instituto, e di Fisica nella Pontificia Università di Bologna. *Bologna*.

Angelo Monsignore Fabroni Presidente della R. Università di Pisa, e Priore nell' incl. Ordine di Santo Stefano di Toscana. *Pisa*.

Ippolito Marchese Pindemonte Patrizio Veneto, e Cavaliere Gerosolimitano. *Venezia*.

SOCJ STRANIERI

Sig. Achard. *Berlino*.
Sig. Bailly. *Parigi*.
Sig. Bonnet *Ginevra*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Sig. Campomanes. *Madrid*.
Sig. Condorcet. *Parigi*.
Sig. Herschel. *Londra*.
Sig. La Lande. *Parigi*.
Sig. Lavoisier. *Parigi*.
Sig. Narvoysz. *Wilna*.
Sig. Pallas. *Pietroburgo*.
Sig. Pryestley. *Londra*.

SEGRETARJ

Agostino Abate Vivorio, Professore di Geografia, e Storia nelle Scuole Militari di Verona, Secretario perpetuo, e Amministratore. *Verona*.

Giuseppe Abate Tommaselli, Vice-Secretario, e Direttore della Stampa. *Verona*.

DELL' USO

DELL' USO

DELLE FRAZIONI DECIMALI NELLA MOLTIPLICAZIONE DE' NUMERI

PARTE PRIMA.

Che contiene le Regole, con le quali, usando le frazioni decimali nella moltiplicazione, si potrà limitare l'ultimo prodotto a quel preciso difetto che si desidera.

Del P. D. Isidoro Bernareggi Cherico Regolare di S. Paolo, Professore di Matematica nelle Regie Scuole di Lodi.

PRESENTATA

Dal Sig. Abate Amoretti.

I.

Chiamerò *esatto* un numero, che contenga decimali, ogni qual volta questo esprima *esattamente* la quantità, a cui appartiene. Sia per esempio data la quantità 34. lir. 5. sol. 9. dan. Se io riduco le di lei frazioni comuni, cioè i soldi, e danari a frazioni decimali, trovo ch'essa si converte *esattamente* in 34.2875 lire. Questo numero adunque si dirà *esatto*.

II.

Per lo contrario chiamerò *prossimo* quel numero avente decimali, il quale non esprima che a un dipresso, e *prossimamente* la quantità, da cui è nato. Così se riducendo a decimali le frazioni comuni della sopraddetta quantità, mi fos-

ſi contentato di due ſoli caratteri decimali, avrei avuto 34.28 lire; ovvero più proſſimamente 34.29. L'uno e l'altro di queſti numeri ſi dirà *proſſimo*. Ma per diſtinguerli tra loro, il primo ſi dirà *proſſimo difettoſo*; ed il ſecondo *proſſimo eccedente*.

III.

La differenza, che paſſa tra un dato numero *proſſimo* e la corriſpondente quantità *eſatta*, chiamerò *errore*. Così errore ſi dirà la differenza 0.0075 che paſſa tra 34.28 lire, e 34 lir. 5 ſol. 9 dan.; o ſia 34.2875 (Def. I.); e ſimilmente la differenza 0.0025, che corre tra 34.29, e 34.2875.

IV.

Ma nel primo caſo l'*errore* ſi dirà per *difetto*; e nel ſecondo per *eccеſſo*. Di maniera che l'errore ſarà per difetto qualunque volta il numero ecc. *proſſimo* ſia minore dell'*eſatto*; e ſarà per eccеſſo quando ne ſia maggiore.

V.

Chiamerò *decimale* un numero, il quale contenga decimali in qualunque modo. E dirò *puramente decimale* quello, il quale non ſia compoſto che di frazioni decimali.

PROPOSIZIONE I.

Lemma.

Se un numero qualunque intero avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per un altro qualſivoglia intero, che abbia cifre n.° n; il prodotto non potrà aver cifre nè più di $m+n$; nè meno di $m+n-1$.

DIMOSTRAZIONE.

Sia a cagion d'esempio $m = 5$; $n = 3$. Se si moltiplica 99999 per 999, il prodotto è 99899001, che ha cifre $8 = m + n$. E se si moltiplica 10000 per 100; il prodotto è 1000000, che ha cifre $7 = m + n - 1$. Ora il prodotto di un numero intero avente cinque cifre moltiplicato per un altro intero avente tre cifre, non può essere che o 99899001; o 1000000; ovvero deve essere tra questi, come tra limiti compreso, siccome è manifesto. Dunque un tal prodotto non può avere cifre nè più di otto, nè meno di sette. Egli è poi evidente per la natura della moltiplicazione che la medesima dimostrazione ha luogo qualunque siano i numeri m, n. Dunque il prodotto che nasce moltiplicando numero intero avente cifre n.° m per un altro, che ne abbia n.° n, non può aver cifre nè più di $m + n$; nè meno di $m + n - 1$.

COROLLARIO I.

Lo stesso Lemma avrà luogo se uno de' due *fattori*, o ambedue saranno decimali. Imperocchè i decimali si moltiplicano non altrimenti che gl'interi; nè altra differenza nasce nel prodotto, se non che conviene col solito punto separare dagl'interi tanti caratteri decimali, quanti se ne trovano in uno, o ambedue i *fattori*; la qual differenza non produce alcuna varietà nella quantità, o sia numero delle cifre, che compongono lo stesso prodotto.

COROLLARIO II.

Se ne' sopraddetti casi uno de' *fattori* avrà cifre n.° m, e l'altro n.° 1; il prodotto non potrà aver cifre nè più di $m + 1$; nè meno di m.

COROLLARIO III.

Se un numero a intero, o *decimale* avente cifre n.° m si moltiplicherà per altri due b, c interi, o decimali, li quali abbiano rispettivamente cifre n, u, il prodotto $a \times b \times c$ non potrà aver cifre nè più di $m + n + u$; nè meno di $m + n + u - 2$. Imperocchè per questo Lem. e Corol. I. il prodotto $b \times c$ non può aver cifre nè più di $n + u$; nè meno di $n + u - 1$; e per lo stesso Lemma se il prodotto $b \times c$ ha cifre $n + u$; il prodotto abc non può aver cifre più di $m + n + u$; e se ha cifre $n + u - 1$; il prodotto abc non può aver cifre meno di $n + u - 1 + m - 1 = m + n + u - 2$. Dunque il prodotto abc non può aver cifre nè più di $m + n + u$; nè meno di $m + n + u - 2$.

COROLLARIO IV.

D'onde si raccoglie generalmente, che se più numeri interi, o *decimali* a, b, c, d ecc. n.° t, li quali abbiano respettivamente cifre n.i m, n, u, r ecc. si moltiplicheranno tutti tra loro; il prodotto $abcd$ ecc. non potrà aver cifre nè più di $m + n + u + r$ ecc., nè meno di $m + n + u + r$ ecc. $- t - 1$.

COROLLARIO V.

Se uno de' fattori a, b, c, d ecc., a cagion d'esempio a, avrà una sola cifra, e sarà per conseguenza $m = 1$, il prodotto $abcd$ ecc. non potrà avere cifre nè più di $n + u + r$ ecc. $+ 1$; nè meno di $n + u + r$ ecc. $+ 1 - t - 1 = n + u + r$ ecc. $+ 2 - t$.

PROPOSIZIONE II.

LEMMA.

Se più numeri interi, o *decimali* a, b, c, d ecc. (non però più di dieci) si sommeranno; la somma non può aver

più cifre di $m+1$; nè meno di m; supposto che m sia il numero delle cifre di a, il quale sia o maggiore di ciascheduno degli altri, o a questi eguale.

DIMOSTRAZIONE.

Sia a cagion d'esempio $m=5$. Se si moltiplica 99999 per 10, il prodotto è 999990; il quale ha cifre sei $=m+1$. Dunque la somma di dieci numeri a, b, c, d, ecc., ciascheduno de' quali sia eguale ad a, non può aver più cifre di $m+1$. Molto meno può averne più se alcuni saranno minori di a, o se, stante $m=5$, sarà $a<99999$; o finalmente se sarà $t<10$ come è evidente. Dunque la detta somma non può aver cifre più di $m+1$.

L'altra parte della Proposizione è chiara per se medesima.

ANNOTAZIONE.

Si osservi che il prodotto $99999\times 10=999990$ ha per prima cifra $9=10-1$. Similmente il prodotto $99999\times 9=899991$ ha per prima cifra $8=9-1$. Parimenti il prodotto $99999\times 8=799992$ ha per prima cifra $7=8-1$. Dal che si raccoglie generalmente che la somma indicata nella Proposizione non può avere per prima cifra una quantità maggiore di $t-1$, supposto che t dinoti la quantità de' numeri, che si sommano.

PROPOSIZIONE III.

TEOREMA.

Se un numero qualunque *prossimo difettoso* avente cifre n.° m si moltiplicherà per un intero, ovvero *esatto*, il quale abbia cifre n.° n; l'*errore* per *difetto* del fattor difettoso si estenderà nel prodotto non più oltre di cifre n.° n; nè meno di cifre $n-1$ computate dall'ultima cifra del medesimo prodotto.

Dimostrazione.

Il fattor *difettoso* si chiami a, e sia c il di lui errore; il quale abbia cifre n.° k. L' altro fattore si chiami b. Per la Prop. I. il prodotto $b \times c$ non può aver cifre nè più di $n+k$; nè meno di $n+k-1$. Dunque levate da questo prodotto cifre num.° k, le quali nel prodotto *esatto* si dovrebbero scrivere sotto le cifre dell' errore c; il restante numero delle cifre da scriversi sotto il prodotto $a \times b$ non potrà essere maggiore di n; nè minore di $n-1$. Dunque se un numero qualunque *prossimo difettoso* si moltiplicherà per un intero, ovvero *esatto* qualunque, l' errore del fattore *difettoso* non potrà estendersi nel prodotto nè più oltre di cifre n; nè meno di cifre $n-1$ computate come si è detto.

Annotazione I.

Prima di più oltre procedere, rischiariamo questa proposizione con un esempio. Si moltiplichi il numero esatto 34.2875 (Def. I.) per l' intero 487; si avrà il prodotto *esatto* 16698.0125. Se per accorciare il calcolo avessi nel moltiplicando ritenute le sole prime tre cifre decimali, ed avessi moltiplicato 34.287 per 487, avrei avuto il prodotto difettoso 16697.769. Sottratto questo prodotto dal primo si ha la differenza 0.2435 *errore* del prodotto difettoso; il quale non è altro che il prodotto dell' ultima cifra 5 del numero *esatto* moltiplicata per l' intero 487. Ora scrivendo questo errore sotto il difettoso prodotto nel seguente modo

Prodotto *esatto*	16698.0125
Prodotto *difettoso*	16697.769
Errore per difetto	0.2435

si vede subito che il detto errore si estende fino alla terza cifra dello stesso difettoso prodotto; onde in questo caso si estende per cifre n.° n.

ANNOTAZIONE II.

Una difficoltà pare che possa nascere intorno a questa proposizione, la quale si presenta gettando lo sguardo sopra il recato esempio; ed è che quantunque l'*errore* scritto sotto al prodotto *difettoso* non corrisponda che a tre sole cifre del medesimo prodotto; quattro però essendo le cifre, che in questo differiscono dal prodotto *esatto*, sembra che l'errore del moltiplicando debbasi dire esteso per quattro cifre, e non per tre solamente.

Noi però di presente, scritto l'*errore* sotto il prodotto *difettoso*, come si è fatto di sopra, intendiamo quello estendersi per quelle sole cifre di questo, le quali hanno sottoposta qualche cifra del medesimo errore. Alla difficoltà si soddisferà in seguito.

DEFINIZIONE VI.

La parte del prodotto *difettoso*, alla quale non perviene l'*errore*, come nell' addotto esempio è 16697, si dirà da noi parte *sicura*; e *sicure* si chiameranno le di lui cifre.

La parte, per cui si estende l'*errore*, qual'è 769, si dirà *incerta*; ed *incerte* le di lei cifre.

Le cifre poi, le quali nel prodotto difettoso non differiscono dalla cifra del prodotto *esatto*, come sono 1669, si appelleranno *esatte*; ed *esatta* la parte che compongono.

ANNOTAZIONE III.

Si è supposto nella dimostrazione di questa proposizione, che le prime cifre alla sinistra dell'errore c non siano zero. Imperocchè se altrimenti fosse, chiamate x, y, z ecc. queste cifre, e posta $x = 0$; l'errore del prodotto difettoso si estenderebbe nel prodotto nè più di cifre $n-1$; nè meno di cifre $n-1$. E se ancora fosse $y = 0$; il detto errore si estenderebbe nel prodotto nè più oltre di cifre $n-2$; nè meno di cifre $n-3$; e così di seguito. Quindi l'errore non giugnerebbe ad estendersi nel prodotto; ogni qual volta fosse o

$n-1$, o $n-2$ ecc. $=0$; cioè nel caſo che tante cifre conſecutive x, y, z ecc. foſſero z; quante ſono le cifre del fattore intero, o eſatto per cui ſi moltiplica. Eccone un eſempio.

Sia il fattore *eſatto* 175.80300097. Ritenute le ſole prime tre decimali cifre, naſca il fattor *difettoſo* 175.803. Se ambedue queſti fattori ſi moltiplicano per l' intero 989, ſi hanno i prodotti, e l'errore come ſegue

Prodotto *eſatto*	173869.16795933
Prodotto *difettoſo*	173869.167
Errore	95933

il qual errore non ſi eſtende nel *difettoſo*; perchè tre eſſendo le cifre del moltiplicatore; tre ſono altresì i zeri conſecutivi, li quali formano le prime cifre dell' errore del moltiplicando.

Poſte queſte Annotazioni, venghiamo alle conſeguenze della Propoſizione.

COROLLARIO I.

Se adunque un numero proſſimo *difettoſo* a, che abbia cifre n.° m, ſi moltiplicherà per un numero intero, ovvero *eſatto* b avente cifre n.° n; il prodotto $a \times b$ non potrà avere cifre *ſicure* nè più di $m+1$; nè meno di $m-1$. Imperocchè per il Coroll. I. della Prop. I. il detto prodotto non può aver cifre nè più di $m+n$; nè meno di $m+n-1$; e per queſta Prop. il numero delle cifre *incerte* non può eſſere maggiore di n; nè minore di $n-1$. Dunque ſottratto il minimo numero $n-1$ delle cifre *incerte* dal medeſimo numero $m+n$ delle cifre del prodotto; e per lo contrario il maſſimo numero n di quelle dal minimo numero $m+n-1$ di queſte; lo ſteſſo prodotto non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $m+n-(n-1)=m+1$; nè meno di $m+n-1-n=m-1$.

COROLLARIO II.

Se nel primo caſo della Propoſizione (cioè che ſi moltiplichi per un intero) il numero *difettoſo* a avrà cifre decimali n.° p; chiamato d il numero delle cifre che compongono

pongono la parte intera del prodotto *difettoso*; questo non potrà avere cifre *sicure* nè più di $d+p-n+1$; nè meno di $d+p-n$. Ciò è manifesto, se si rifletta che il prodotto deve necessariamente avere caratteri decimali n.° p.

Corollario III.

Quindi se sarà $n<p$; il prodotto, oltre la parte intera, avrà altresì senza fallo qualche cifra decimale *sicura*. Se $n=p$, o la sola parte intera, o al più una sola decimale cifra ancora sarà *sicura*. Se finalmente $n>p$, o la sola parte intera, o parte solo anche di questa potrà essere *sicura*.

Corollario IV.

Dato il numero n delle cifre che compongono il fattore intero, si potrà determinare quante cifre decimali debba avere il fattor *difettoso* acciocchè il prodotto abbia un dato numero di cifre decimali *sicure*. Imperocchè se si vorrà che ne abbia n.° g; chiamato x il numero delle decimali, che si cerca, dovrà essere o $g=x-n+1$, o $g=x-n$. E per conseguenza o $x=g+n-1$; o $x=g+n$.

Annotazione.

L'equazione $x=g+n$ determina generalmente il numero delle decimali cifre, che deve avere il fattor *difettoso*, acciocchè in ogni caso nel prodotto si trovino senza fallo decimali *sicuri* n.° g; comechè in alcuni particolari casi possa accadere che con una cifra decimale meno nello stesso *difettoso* fattore si possa ottenere l'intento; il che viene indicato dall'altra equazione $x=g+n-1$.

Corollario V.

Similmente nel secondo caso della Proposizione; cioè che il numero *difettoso* debbasi moltiplicare per un *esatto*; chiamati p, q i numeri delle decimali cifre che trovansi in ambedue i fattori a, b; e appellato d il numero delle cifre che

formano la parte intera del prodotto *difettoso*; conciossiachè questo deve necessariamente avere tanti caratteri decimali, quanti se ne trovano ne' medesimi fattori, cioè $p+q$, non potrà aver cifre *sicure* nè più di $d+p+q-n+1$; nè meno di $d+p+q-n$ (Coroll. I.). Per la qual cosa il medesimo prodotto, oltre la parte intera, avrà altresì senza fallo *sicura* qualche decimale cifra, ogni qual volta la quantità $p+q-n$ sia positiva, il che avverrà quando sia $n<p+q$; ma se per l' opposto sarà $n>p+q$; tutte le cifre decimali almeno del *difettoso* prodotto saranno *incerte*.

COROLLARIO VI.

Nello stesso caso dato il numero n delle cifre componenti il fattore *esatto*, e dato in oltre il numero q de' caratteri decimali, che in esso si trovano, si determinerà agevolmente il numero de' decimali, che deve avere il fattor *difettoso*; affinechè il prodotto ne abbia senza fallo *sicuri* un determinato numero g. Imperocchè chiamato x il numero, che vuolsi determinare, si avrà l'equazione $g=x+q-n$; epperò $x=g+n-q$. Ed essendo $n-q$ eguale al numero delle cifre che compongono la parte intera del fattor *esatto*; se questo numero si chiami δ, avremo $x=g+\delta$

ANNOTAZIONE.

Questa equazione $x=g+\delta$ determina universalmente il numero delle cifre decimali, che deve avere il fattor *difettoso*; acciocchè in ogni caso si ottenga l'intento; quantunque in alcuni particolari casi una cifra decimale meno possa bastare; come viene indicato dall'altra equazione $g=x+q-n+1$; e per conseguenza $x=g+n-q-1=g+\delta-1$.

PROPOSIZIONE IV.

TEOREMA.

Se un numero *prossimo difettoso* avente cifre n.° m si moltiplicherà per un altro consimile numero, che abbia cifre

n.° n, il numero delle cifre *incerte* nel prodotto *difettoſo* non potrà eſſere maggiore di $m+1$, o di $n+1$; nè minore di $m-1$, o $n-1$; ſecondo che ſarà o $m>n$; o $n>m$.

Dimostrazione.

Si chiami a il fattore avente cifre n.° m, e b l' altro avente cifre n.° n. Ciò poſto, ſe il fattore b ſi conſideri come *eſatto*, l'*errore* del fattore a non potrà eſtenderſi nel prodotto $a\times b$ nè più oltre di cifre n; nè meno di cifre $n-1$ (Prop. III.). Similmente conſiderato come *eſatto* il fattore a, l' *errore* del fattore b non potrà eſtenderſi nel prodotto $a\times b$ nè più oltre di cifre m; nè meno di cifre $m-1$ (Prop. III.). Ora l'errore totale del prodotto deve eſſere eguale alla ſomma de' parziali errori, nati cioè dagli errori di ambedue i fattori. Dunque ſupponendo ambedue i fattori *difettoſi*; l'errore totale non potrà eſtenderſi nel *difettoſo* prodotto per più cifre di quelle, che formano la ſomma di due numeri aventi cifre m, n; nè meno di quelle, che contiene la ſomma di due numeri aventi cifre $m-1$, $n-1$. Ma la prima ſomma non può aver più cifre di $m+1$, o $n+1$, e la ſeconda non meno di $m-1$, o $n-1$; ſecondo che ſarà o $m>n$, o $n>m$ (Prop. II.). Dunque il prodotto *difettoſo* $a\times b$ non può aver cifre *incerte* nè più di $m+1$; o $n+1$; nè meno di $m-1$; o $n-1$; ſecondo che ſarà o $m>n$, o $m<n$.

Annotazione.

Riſchiariamo anche queſta Propoſizione cogli eſempj. Siano i numeri *eſatti* 231.211, e 23.112; e ſprezzate in ambedue le due ultime decimali cifre, naſcano i numeri *proſſimi difettoſi* 231.2, e 23.1. Moltiplicati tra loro i due numeri *eſatti*, ſi ha il prodotto *eſatto* 5343.748632, e moltiplicati tra loro i due *proſſimi*, ſi ha il prodotto *proſſimo* 5340.72; e ſottratto il ſecondo dal primo, ſi ha l'errore come ſegue

Prodotto *esatto* . . . . 5343 . 748632
Prodotto *prossimo* . . . . . 5340 . 72

Errore . . . . 3 . 028632

il quale si estende nel prodotto *difettoso* per cifre $3 = m - 1$.

Siano di nuovo i due numeri *esatti* 999 . 899, e 99. 999; ne' quali trascurati due caratteri decimali, nascano i due altri numeri *prossimi* 999 . 8, e 99 . 9. Se si moltiplicano tra loro i due numeri *esatti*, si ha il prodotto *esatto* 99988. 910101; e moltiplicati tra loro i due numeri *prossimi*, si ha il prodotto *prossimo* 99880 . 02; e finalmente sottratto il secondo dal primo, nasce l'errore come segue

Prodotto *esatto* . . . . 99988 . 910101
Prodotto *prossimo* . . . . . 99880 . 02

Errore . . . . 108 . 890101

il quale si estende nel prodotto *difettoso* fino a cinque cifre, cioè per $m + 1$.

ANNOTAZIONE II.

Dalla recata dimostrazione si raccoglie che l'uno e l'altro degli *errori* de' fattori *difettosi* separatamente presi non possono diffonderſi nel prodotto *difettoso* nè più di m, o di n; nè meno di $m - 1$, o di $n - 1$. Quindi se sarà $m = n$; i limiti della massima, e minima estensione di ciascheduno errore nel prodotto saranno eguali; ed il totale errore del *difettoso* prodotto si estenderà indifferentemente nè più oltre di cifre $m + 1$, o $n + 1$; nè meno di cifre $m - 1$, o $n - 1$.

ANNOTAZIONE III.

Se alcune prime cifre consecutive dell'errore del fattore a, o b, ovvero di ambedue, fossero zero, ciò che debba accadere, si raccoglie facilmente dall' Ann. III. alla Prop. III. Imperocchè se supporremo che l'*errore* del solo fattore a ne abbia n.° 2, questo errore non potrà estenderſi nel prodotto nè più di $n - 2$; nè meno di $n - 3$; mentre l'errore del fattore b si estenderà nè più oltre di cifre m; nè meno

di cifre $m-1$ (Prop. III.). Dunque l'errore totale, eguale alla somma degli errori parziali, non potrà estendersi nel prodotto *difettoso* nè più di cifre $n-1$, o $m+1$; nè meno di cifre $n-3$, o di $m-1$, secondo che sarà $n-1>m+1$; o per lo contrario $m+1>n-1$ (Prop. II.).

Se supporremo che ancora l'*errore* del fattore b abbia zeri consecutivi n.° 3; questo errore non potrà estendersi nel prodotto nè più oltre di cifre $m-3$; nè meno di $m-4$ (Ann. III. Prop. III.). Dunque unendo le due supposizioni, l'errore massimo totale, eguale alla somma de' massimi errori parziali aventi cifre $n-2$, $m-3$, non potrà estendersi nel prodotto difettoso più oltre di cifre $n-1$, o $m-2$ (Prop. II.), secondo che sarà $n-1>m-2$; o per lo contrario. Similmente il minimo errore totale eguale alla somma degli errori parziali minimi aventi cifre n.i $n-3$, $m-4$ non potrà estendersi nel prodotto meno di cifre $n-2$, o $m-3$, secondo che sarà $n-2>m-3$, o per l'opposto.

Che se in oltre supporremo $m=n$; il numero delle cifre *incerte* del prodotto *difettoso* nelle fatte supposizioni non potrà esser maggiore di $m-1=n-1$; nè minore di cifre $m-2=n-2$. E generalmente se gli errori de' fattori *difettosi* a, b avranno rispettivamente zeri consecutivi n.i x, z; il prodotto *difettoso* non potrà avere cifre *incerte* nè più di $m-x+1$: o $m-z+1$; nè meno di $m-x$, o $m-z$ secondo che sarà $x<z$; o $x>z$.

Corollario I.

Quindi anche nel caso della presente Proposizione se il fattore difettoso a avrà cifre decimali n.° p; ed il fattore b ne avrà numero q; nel prodotto *difettoso* il numero delle decimali *sicure* non potrà essere maggiore di $p+q(m-1)$; ovvero di $p+q-(n-1)$, nè minore di $p+q-(m+1)$; ovvero di $p+q-(n+1)$; secondo che sarà $m>n$, o per l'opposto $m<n$.

Corollario II.

Non potendo la quantità $p+q-(m+1)$ essere positiva, che nel caso di $m+1<p+q$; non potrà il *difettoso* prodotto aver cifre decimali *sicure*; se il numero delle cifre, che compongono il maggior fattore (cioè avente più cifre) accresciuto d'una unità, non sia minore del numero delle decimali cifre, che si trovano in ambedue i fattori.

Corollario III.

Date le quantità m, p; ovvero n, q; cioè il numero delle cifre, e de' caratteri decimali, che contiene il maggior fattore, si potrà determinare quante cifre decimali debba contenere l'altro, acciocchè il prodotto *difettoso* contenga senza fallo almeno un dato numero di decimali sicuri. Imperocchè chiamato g questo numero, ed x quello de' decimali, che vuolsi determinare, si avranno le equazioni $g=p+x-m-1$; ovvero $g=x+q-n-1$; e per conseguenza $x=g+m-p+1$, ovvero $x=g+n-q+1$.

Corollario IV.

E perchè $m-p$, $n-q$ esprimono i numeri delle cifre, che compongono le parti intere dell' uno, e dell' altro fattore; se questi numeri si chiameranno r, z; avremo $x=g+r+1$; ovvero $x=g+z+1$, secondo che sarà $m>n$, o contrariamente $n>m$.

Corollario V.

Se sarà $m=n$; cioè se ambedue i fattori a, b avranno un egual numero di cifre, volendo determinare il numero x de' decimali che deve avere il fattore a, acciocchè il prodotto ne abbia *sicuri* n.° g; avremo $x=g+z+1$, e volendo determinare il numero y che deve avere il secondo fattore b, avremo $y=g+r+1$

$$x=g+z+1$$
$$y=g+r+1$$

COROLLARIO VI.

Nella medesima supposizione di $m=n$, se z o ∂, ovvero ambedue saranno $=0$, cioè se il fattore a, o b, ovvero ambedue saranno *puramente decimali*; nel primo caso il numero delle cifre decimali, che dovrà avere il secondo fattore, sarà $y=g+1$; ed altrettante dovrà averne il primo nel secondo caso; ed ambedue nel terzo.

COROLLARIO VII.

Perciocchè i valori $x=g+\partial+1$; $y=g+z+1$ sono nati dalla supposizione di $m=n$; reciprocamente facendo $x=g+\partial+1$; ed $y=g+z+1$, ne risulterà $m=n$. E perciocchè nella stessa supposizione i valori di x, y dipendono dalle sole quantità g, z, ∂; date queste, si potranno determinare i valori delle medesime x, y.

ANNOTAZIONE I.

Le equazioni $x=g+\partial+1$; $y=g+z+1$ determinano generalmente il numero delle cifre decimali, che deve avere ciascheduno dei due fattori *difettosi*; acciocchè in qualunque caso il prodotto difettoso abbia sicuramente il numero g di cifre decimali *sicure*. Dalle formole $p+q-(m-1)$: $p+q-(n-1)$ del Coroll. I. si ricava che in alcuni particolari casi due decimali meno in ciascheduno dei due fattori possono bastare all' intento.

ANNOTAZIONE II.

Anzi siccome rarissime volte accaderà che la somma de' due parziali *errori* massimi componenti l' *errore* totale massimo del prodotto *difettoso* abbia cifre n.° $m+1$, o $n+1$; e per l' ordinario questo numero non oltrepasserà m, o n; quindi ordinariamente con una cifra decimale meno delle determinate dalle equazioni del Coroll. V. in ciascheduno dei due fattori, si otterrà nel prodotto il n.° g di cifre deci-

mali *ſicure*. Per la qual coſa le equazioni determinanti il numero delle decimali cifre in ciaſcheduno de' due fattori a, b ſaranno ordinariamente le ſeguenti

$$x = g + \delta$$
$$y = g + \pi$$

PROPOSIZIONE V.

TEOREMA.

Se un numero *proſſimo difettoſo* a avente cifre n.° m ſi moltiplicherà per un n.° s di fattori interi, o *eſatti* b, c, d ecc. li quali abbiano riſpettivamente cifre n, u, r ecc. il prodotto *difettoſo* $a \times b \times c \times d$ ecc. non potrà avere cifre *incerte* nè più di $n + u + r$ ecc.; nè meno di $n + u + r$ ecc. $- s$

DIMOSTRAZIONE.

Il prodotto $b \times c \times d$ ecc. de' fattori interi, o *eſatti*, non può aver più cifre di $n + u + r$ ecc.; nè meno di $n + u + r$ ecc. $+ 1 - s$ (Coroll. IV. Prop. I.). Ora nel primo di queſti caſi l' errore del fattore *difettoſo* a non può eſtenderſi nel prodotto difettoſo $a\ b\ c\ d$ ecc. più di cifre $n + u + r$ ecc.; e nel ſecondo non meno di cifre $n + u + r$ ecc. $- s$ (Prop. III.). Dunque nè più nè meno potranno eſſere le cifre *incerte* del medeſimo prodotto.

COROLLARIO I.

Chiamato t il numero di tutti i fattori a, b, c, d ecc. che ſi moltiplicano tra loro; ſarà $t = s + 1$; ed $s = t - 1$. Dunque fatta la ſoſtituzione, il prodotto *difettoſo* non potrà avere cifre *incerte* nè più di $n + u + r$ ecc.; nè meno di $n + u + r$ ecc. $- t + 1$

COROLLARIO II.

Perciocchè il prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. non può aver cifre nè più di $m + n + u + r$ ecc.; nè meno di $m + n + u + r$ ecc. $+ 1 - t$

$+1-t$ (Coroll. IV. Pro. 1.), ſottratto il minimo numero $n+u+r$ ecc. $+1-t$ delle cifre *incerte* dal maſſimo numero $m+n+u+r$ ecc. delle cifre dello ſteſſo prodotto; e reciprocamente il maſſimo numero $n+u+r$ ecc. di quelle dal minimo numero $m+n+u+r$ ecc. $+1-t$ di queſte: il medeſimo prodotto non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $m+n+u+r$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $-1+t=m+t-1$; nè meno di $m+n+u+r$ ecc. $+1-t-(n+u+r)$ ecc. $=m-t+1$.

Corollario III.

Se il fattore *difettoſo* a avrà cifre decimali n.° p, e gli altri fattori b, c, d ecc. ſaranno numeri interi; il prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà avere cifre decimali *ſicure* nè più di $p-(n+u+r)$ ecc. $-1+t$, nè meno di $p-(n+u+r)$ ecc. Quindi date le quantità n, u, r ec. ſi determinerà quanti caratteri decimali almeno debba avere il medeſimo fattore, acciocchè il detto prodotto abbia *ſicuramente* un dato numero g di cifre decimali *ſicure*. Imperocchè chiamato x il numero da determinarſi, avremo l'equazione $g=x-(n+u+r)$ ecc.; e per conſeguenza $x=g+n+u+r$ ecc.

Corollario IV.

Che ſe i fattori b, c, d ecc. ſaranno *eſatti*, ed avranno cifre decimali riſpettivamente n.ⁱ q, f, l ecc. il prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà avere cifre decimali *ſicure* meno di $p+q+f+l$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $=p-(n-q)-(u-f)$ $-(r-l)$ ecc. Ed eſſendo $n-q$, $u-f$, $r-l$ ecc. eguali riſpettivamente a numeri delle cifre, che compongono le parti intere de' fattori b, c, d, ecc.; ſe queſti numeri ſi chiameranno δ, ϕ, μ ecc., il numero delle cifre decimali *ſicure* nel prodotto $a\,b\,c\,d$ ecc. non potrà eſſere minore di $p-\delta-\phi-\mu$ ecc.

Corollario V.

Nello ſteſſo modo ſi dimoſtrerà che il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non può aver cifre decimali *ſicure* più di $p-$

$\delta - \phi - \mu$ ecc. $- 1 + t$. Per la qual cosa l'intervallo tra il massimo e minimo limite dell'estensione dell'errore nel medesimo prodotto sarà di cifre decimali n.° $t - 1$; onde dato il minimo possibile numero di cifre decimali *sicure* nel prodotto, si avrà senz'altro il massimo; e reciprocamente.

Corollario VI.

Date le quantità δ, ϕ, μ, ecc. e dato in oltre il numero delle decimali *sicure*, che deve avere il *difettoso* prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc.; il qual numero si dica g; si determinerà facilmente il numero delle decimali, che deve avere il fattor difettoso a. Imperocchè chiamato x questo numero, si avrà l'equazione $x = g + \delta + \phi + \mu$ ecc. (Coroll. IV.).

Annotazione.

Nel caso del Coroll. III. l'equazione $x = g + n + u + r$ definisce il numero delle cifre decimali del fattor difettoso per ogni caso. In alcuni casi particolari però ne può bastare un minor numero fino a $g + n + u + r$ ecc. $+ 1 - t$, cioè tante meno, quanti sono i fattori interi $s = t - 1$.

Lo stesso si dirà dell' equazione $x = g + \delta + \phi + \mu$ ecc. del Coroll. preced. Che se de' fattori b, c, d ecc. alcuni saranno interi, ed altri *esatti*, basterà in questa equazione in luogo di δ, ϕ, μ ecc. sostituire n, u, r ecc. così a cagion d'esempio se il fattore b sarà intero, e gli altri *esatti*; l'equazione determinante il numero delle cifre decimali nel fattor difettoso a sarà $x = g + n + \phi + \mu$ ecc.

PROPOSIZIONE VI.

Teorema.

Poste tutte le altre cose come nella Prop. precedente, se tre fattori b, c, d, ecc. uno o più, o tutti ancora saranno *prossimi difettosi*; il prodotto difettoso $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre *incerte* nè più della somma $m + n + u + r$ ecc. accresciuta d' una unità, e diminuita in seguito del numero

delle cifre che compongono il minor fattor *difettoſo* (avente cioè minor numero di cifre); nè meno della medeſima ſomma accreſciuta, e diminuita come ſopra, ed in oltre del numero t di tutti i fattori a, b, c, d ecc.

Così ſe il minor fattore difettoſo ſarà b; il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre *incerte* nè più di $m+n+u+r$ ecc. $+1-n$; nè meno di $m+n+u+r$ ecc. $+1-(n+t)$.

Dimostrazione.

Oltre il fattore a ſia *proſſimo difettoſo* ancora il fattore b, e ſia $m>n$. Conſiderato il fattore a come *eſatto*; l' errore del fattore b non può eſtenderſi nel prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. nè più oltre di cifre $m+u+r$ ecc., nè meno di cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. V.); e conſiderato come *eſatto* il fattore b; l' errore del fattore a non può eſtenderſi nel medeſimo prodotto nè più oltre di cifre $n+u+r$ ecc. nè meno di cifre $n+u+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. V.). Ora la ſomma de' due errori aventi cifre $m+u+r$ ecc.; $n+u+r$ ecc. non può aver più cifre di $m+u+r$ ecc. $+1$; e la ſomma de' due errori aventi cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t$; $n+u+r$ ecc. $+1-t$ non può aver cifre meno di $m+u+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. II.). Dunque l'errore totale non può eſtenderſi nel prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. nè più oltre di cifre $m+u+r$ ecc. $+1=m+n+u+r$ ecc. $+1-n$; nè meno di cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t=m+n+u+r$ ecc. $+1-n+t$.

Se oltre a' fattori a, b ſarà *difettoſo* anche c; conſiderati come eſatti i fattori a, b; l' errore del fattore c non potrà eſtenderſi nel prodotto $a\ b\ c\ d$ nè più oltre di cifre $m+n+r$ ecc.; nè meno di cifre $m+n+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. V.). Ora ſuppoſto che ſia $m>n>u$; la ſomma de' tre errori maſſimi aventi cifre $m+u+r$ ecc. $n+u+r$ ecc. $m+n+r$ ecc. non può aver più cifre di $m+n+r$ ecc. $+1$; e la ſomma de' tre errori minimi aventi cifre $m+u+r$ ecc. $+1-t$; $n+u+r$ ecc. $+1-t$; $m+n+r$ ecc. $+1-t$ non può aver cifre meno di $m+n+r$ ecc. $+1-t$ (Prop. II.). Dunque l'errore totale del prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non può eſtenderſi nel medeſimo prodotto nè più oltre

di cifre $m+n+r$ ecc. $+1=m+n+u+r$ ecc. $+1-u$; nè meno di cifre $m+n+r$ ecc. $+1-t=m+n+u+r$ ecc. $+1-(u+t)$.

La ſteſſa dimoſtrazione vale qualunque ſia il numero de' fattori *difettoſi* a, b, c, d ecc. Dunque ecc.

COROLLARIO I.

Suppoſto adunque che c a cagion d'eſempio ſia il minor numero *difettoſo* ed a il maſſimo; il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre *ſicure* nè più di $m+n+u+r$ ecc. $-(m+n+r)$ ecc. $-1+t=u+t-1$; nè meno di $m+n+u+r$ ecc. $+1-t-(m+n+r)-1=u-t$.

COROLLARIO II.

Sottratto il minimo numero $u-t$ delle cifre *ſicure* dal numero maſſimo $u+t-1$ delle medeſime, ſi ha la differenza $2t-1$, che dinoterà la diſtanza tra i due limiti della maggiore e minor poſſibile eſtenſione dell' errore totale nel *difettoſo* prodotto.

COROLLARIO III.

Se i numeri *proſſimi difettoſi* a, b, c, d ecc. avranno riſpettivamente cifre decimali n.[i] p, q, f, l ecc.; nella ſteſſa ſuppoſizione del Coroll. I.; il prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre decimali *ſicure* nè più di $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+r)$ ecc. $-1+t$; nè meno di $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+r)-1$.

COROLLARIO IV.

Quindi fatto come nel Coroll. IV. Prop. prec. $m-p=\pi$; $n-q=\delta$; $r-l=\mu$ ecc.; il medeſimo prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà aver cifre decimali *ſicure* nè più di $f+t-\pi-\delta-\mu$ ecc. -1; nè meno di $f-\pi-\delta-\mu$ ecc. -1.

COROLLARIO V.

Adunque date le quantità t, π, δ, μ ecc. si determinerà quante cifre decimali debba avere il proſſimo fattore c; acciocchè il prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc. abbia ſicuramente un dato numero g di decimali *ſicuri*. Imperocchè chiamato z il numero da determinarſi, avremo l'equazione $g = z - \pi - \delta - \mu$ ecc. $- 1$; epperò $z = g + \pi + \delta + \mu$ ecc. $+ 1$.

COROLLARIO VI.

Poſto che ſia $m = n = u = r$ ecc.; cioè che tutti i fattori a, b, c, d ecc. abbiano un egual numero di cifre, ſarà $m + n + u$ ecc. $= m + n + r$ ecc. $= m + u + r$ ecc. $= n + u + r$ ecc.; ed eguali ſaranno i limiti della maggiore, e minore poſſibile eſtenſione dell'errore di ciaſchedun *proſſimo difettoſo* fattore nel prodotto $a\ b\ c\ d$ ecc.; ed avrà egualmente luogo quanto ſi è determinato in queſta Propoſizione, cioè che l'errore totale del prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc. non potrà eſtenderſi nel medeſimo prodotto nè più oltre di cifre $m + n + r$ ecc. $+ 1 = m + n + u + r$ ecc. $+ 1 - u$; nè meno di cifre $m + n + r + 1 - t = m + n + u + r$ ecc. $+ 1 - (u + t)$

COROLLARIO VII.

Per la qual coſa nelle formole del Coroll. III. $p + q + f + l$ ecc. $- (m + n + r) - 1 + t$; $p + q + f + l$ ecc. $- (m + n + r)$ ecc. $- 1$ eſprimenti il maggior e minor numero poſſibile de' decimali *ſicuri* nel prodotto *difettoſo* $a\ b\ c\ d$ ecc., in luogo di $m + n + r$ ecc. ſi potrà ſoſtituire quale ſi voglia delle altre tre ſopraccennate quantità. Ora ſoſtituito ſucceſſivamente $n + u + r$ ecc.; $m + u + r$ ecc.; $m + n + u$ ecc. ſi hanno le nuove formole

1. $p+q+f+l$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $-1+t = p+t-\delta-\phi-\mu$ ecc. -1
   $p+q+f+l$ ecc. $-(n+u+r)$ ecc. $-1 = p-\delta-\phi-\mu$ ecc. -1
2. $p+q+f+l$ ecc. $-(m+u+r)$ ecc. $-1+t = q+t-\pi-\phi-\mu$ ecc. -1
   $p+q+f+l$ ecc. $-(m+u+r)$ ecc. $-1 = q-\pi-\phi-\mu$ ecc. -1
3. $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+u)$ ecc. $-1+t = l+t-\pi-\delta-\phi$ ecc. -1
   $p+q+f+l$ ecc. $-(m+n+u)$ ecc. $-1 = l-\pi-\delta-\phi$ ecc. -1

COROLLARIO VIII.

Quindi date le quantità t, π, δ, ϕ, μ ecc. si determinerà quanti caratteri decimali debba avere ciascheduno de' fattori a, b, c, d ecc. acciocchè il prodotto *difettoso* $a\ b\ c\ d$ ecc. ne abbia senza fallo *sicuri* n.° g; imperocchè chiamati x, y, z, ξ ecc. i numeri delle cifre decimali da determinarsi in ciascheduno de' fattori a, b, c, d ecc., si troverà, come nel Coroll. V.

$$x = g + \delta + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1$$
$$y = g + \pi + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1$$
$$z = g + \pi + \delta + \mu \text{ ecc. } + 1$$
$$\xi = g + \pi + \delta + \mu \text{ ecc. } + 1$$
ecc.

COROLLARIO IX.

E perciocchè queste equazioni sono nate dalla supposizione di $m = n = u = r$ ecc.; così per lo contrario instituendo queste equazioni, si avrà necessariamente $m = n = u = r$ ecc.; cioè i fattori a, b, c, d ecc. avranno tutti un egual numero di cifre.

ANNOTAZIONE I.

I. Le equazioni del Coroll. VIII. determinano il numero delle cifre decimali, che deve avere ciascheduno de' fattori, acciocchè il prodotto *difettoso* abbia generalmente ed in ogni caso il numero g di decimali *sicuri* che è necessario all' intento. In alcuni casi particolari poi il numero delle cifre decimali in ciascheduno fattore a, b, c, d ecc. potrà essere minore, ma non mai dal definito nelle seguenti equazioni

$$x = g + \delta + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1 - t$$
$$y = g + \pi + \phi + \mu \text{ ecc. } + 1 - t$$
$$z = g + \pi + \delta + \mu \text{ ecc. } + 1 - t$$
$$\xi = g + \pi + \delta + \phi \text{ ecc. } + 1 - t$$
ecc.

II. Quindi ciaſchedun fattore non potrà mai avere cifre decimali meno delle determinate nel Coroll. VIII. di

$$(g+\delta+\phi+\mu \text{ ecc.}+1)-(g+\delta+\phi+\mu \text{ eccc.}+1-t)=t$$

ANNOTAZIONE II.

E ſiccome rare volte accaderà che l'errore totale maſſimo abbia più cifre del maſſimo errore parziale; quindi le equazioni determinanti il numero delle cifre decimali in ciaſcheduno de' fattori a, b, c, d ecc. ſaranno per l' ordinario le ſeguenti

$$x=g+\delta+\phi+\mu \text{ ecc.}$$
$$y=g+\pi+\phi+\mu \text{ ecc.}$$
$$z=g+\pi+\delta+\mu \text{ ecc.}$$
$$\xi=g+\pi+\delta+\phi \text{ ecc.}$$
ecc.

ANNOTAZIONE III.

Se tra fattori a, b, c, d ecc. alcuni, per eſempio b ſarà intero, o *puramente decimale;* nel primo caſo in luogo di δ, che a lui appartiene, ſi ſoſtituirà il numero n delle di lui cifre nelle equazioni del Coroll. VIII.; o in queſte ultime, e nel ſecondo ſi farà $\delta=0$ nelle medeſime equazioni, e ſi avrà il numero delle decimali cifre, che deve avere ciaſchedun altro fattore.

PROPOSIZIONE VII.

TEOREMA.

Le cifre *ſicure* del prodotto *difettoſo* o non differiſcono dalle corriſpondenti cifre del prodotto *eſatto;* o ſe differiſcono, la differenza non oltrepaſſa una di quelle eguali parti, o unità che vengono eſpreſſe dall' ultima delle medeſime cifre *ſicure*.

Così a cagion d' eſempio ſe le cifre *ſicure* del *difettoſo* prodotto ſaranno 0.386; queſte non potranno differire da altrettante cifre *eſatte* del prodotto *eſatto* più di $\frac{1}{1000}$

Dimostrazione.

La differenza tra i prodotti *difettoso* ed *esatto* è eguale all'*errore* totale del medesimo *difettoso* prodotto. Dunque aggiungendo a questo prodotto il detto *errore;* la somma esprimerà il prodotto esatto. Ora se le cifre *incerte* del prodotto *difettoso* saranno n.° m; unendo la di lui parte *incerta* alla corrispondente parte dell'error totale, la somma può avere cifre $m + 1$; ma non più (*Prop.* II.); e la prima cifra di questa somma non può essere maggiore di 1 (Ann. Prop. II.). Dunque aggiugnendo l' errore totale al difettoso prodotto; l'ultima cifra decimale *sicura* non può essere accresciuta più di 1. Dunque le cifre *sicure* del *difettoso* prodotto non possono differire da altrettante cifre *esatte* del prodotto *esatto* più di quello che è stato determinato nella Proposizione.

Il caso, che sommando la parte *incerta* del prodotto, e la corrispondente parte dell'errore totale, l' ultima decimale cifra *sicura* debba essere accresciuta d'una unità, non può accadere, che quando la somma abbia cifre $m + 1$, ed ancora ordinariamente che l'errore totale s'estenda nel difettoso prodotto più che è possibile. Quindi l' una e l' altra di queste due cose separatamente prese non avvenendo che rare volte, e più raramente ancora, che ambedue si combinino insieme; per l'ordinario l'ultima cifra *sicura* sarà altresì esatta. Dunque le cifre *sicure* del *difettoso* prodotto o non differiscono dalle corrispondenti cifre del prodotto *esatto;* o se differiscono, la differenza ecc.

Annotazione.

L'ultima delle cifre *sicure* del prodotto determinate come si è detto, sarà più facilmente *esatta* quanto maggiore sarà il numero de' fattori, che si moltiplicano tra loro. Imperocchè crescendo il numero de' fattori, cresce la distanza tra limiti della massima, e minima estensione dell'errore totale nel prodotto (Coroll. II. Prop. VI.); quindi il medesimo errore vagando per così dire secondo i differenti casi per questa distanza, più difficilmente toccherà il limite massimo; e per conseguenza

conseguenza l'ultima delle cifre *sicure* sarà più facilmente esente dall' accrescimento di quella unità, la quale dalla somma della parte *incerta* e dell'errore totale scorre nella cifra , che la stessa *incerta* parte immediatamente precede.

Corollario.

Quindi ordinariamente il numero delle cifre *esatte* nel prodotto difettoso o sarà eguale al numero delle di lui cifre *sicure* determinate dalle nostre equazioni, o non ne sarà minore che di una. Per la qual cosa determinato nel prodotto *difettoso* il n.° $g + 1$ delle cifre *sicure*, si avrà altresì per l'ordinario determinato nel medesimo prodotto il n.° g delle cifre *esatte*.

Annotazione.

Ho detto in questo Corollario *ordinariamente*; conciossiachè può alcuna volta avvenire altrimenti . Sia il prodotto prossimo difettoso 436.1999; il di lui errore 13478, il quale si estenda nel medesimo prodotto per due cifre. Sommati assieme il prodotto, e l'errore, nascerà il prodotto *esatto* come segue

Prodotto *difettoso* . . .	436.1999
Errore	13478
Prodotto esatto	436.2012478

nel qual esempio si vede che le due cifre decimali *sicure* 19 del prodotto *difettoso* differiscono ambedue dalle corrispondenti cifre *esatte* 20 del prodotto *esatto*. In questi casi però, che saranno rarissimi, sarà sempre vero quanto abbiamo dimostrato in questa Proposizione, cioè che la parte *sicura* del prodotto *difettoso* non differirà dalla corrispondente parte del prodotto *esatto* più di una di quelle unità, che compongono l'ultima cifra *sicura* del difettoso prodotto.

Annotazione II.

Da quanto si è detto nel Coroll. di questa Proposizione resta in gran parte soddisfatto alla difficoltà proposta nell'

Ann. II. alla Prop. III., e vi si soddisferà pienamente in seguito.

ANNOTAZIONE III.

Occorrendo adunque di dover moltiplicare tra loro il numero t (non maggiore di dieci) di fattori a, b, c, d ecc., quali si è detto nella Prop. VI. in maniera che il prodotto $abcd$ ecc. abbia il determinato numero g di decimali *sicuri*; si daranno in primo luogo a ciascheduno de' fattori *prossimi difettosi* tanti caratteri decimali, quanti sono indicati dalle equazioni del Coroll. VIII. Prop. VI., osservando quanto si è detto nell' Annot. III. dopo il Coroll. IX. della medesima Proposizione. In seguito moltiplicati tra loro i medesimi fattori, si trascureranno alla fine del prodotto tante decimali cifre, quante son indicate dal n.° $m \times (t-1) - 1$ (Coroll. III. e IX. Prop. VI.). Il restante del prodotto sarà il risultato che si desidera.

Ogni qual volta in vece delle equazioni del Coroll. VIII. si facesse uso delle equazioni recate nell' Annot. II. dopo il Coroll. IX., il numero de' decimali da trascurarsi alla fine del prodotto dovrà essere $m \times (t-1)$.

ANNOTAZIONE IV.

Perchè poi ne' casi, che le parti intere de' fattori sieno composte di molte cifre, e varj sieno i medesimi fattori, il numero delle decimali cifre ne' prodotti cresce ad ismisura, ed il calcolo riesce perciò molto lungo e tedioso; a quest' incomodo si potrà in parte rimediare nel seguente modo. Assegnato a ciascheduno fattore il numero delle cifre decimali, come si è detto nell' Annot. precedente, e moltiplicato il primo fattore pel secondo, si trascurino nel prodotto cifre n.° $n-1$ senza fallo *incerte* (Prop. IV.). Si moltiplichi in seguito il restante per il terzo fattore, e sprezzate di nuovo nel prodotto cifre $n-1 = u-1$ senza dubbio *incerte*, si moltiplichi il restante per il quarto fattore; e così di seguito. In fine trascurate tutte le altre, si ritengano nell' ultimo prodotto tante decimali cifre, quante da principio ci

eravamo proposto di avere *sicure*. La ragione di questo compendio si è che le cifre *incerte* de' fattori non possono produrre che incertezza ne' prodotti; quindi trascurandole successivamente, niente si pregiudica al grado di esattezza, che nell'ultimo prodotto si desidera.

Nell'Appendice a quest'Opuscolo daremo un metodo assai facile per fare con molto maggior brevità e speditezza queste moltiplicazioni.

Annotazione V.

Nelle precedenti Proposizioni abbiamo sciolto il Problema proposto nella prefazione, ogni qual volta i fattori da moltiplicarsi tra loro non siano più di dieci. Passiamo ora a rendere generale la soluzione di questo Problema; cioè ad estenderla a qualunque numero di fattori.

Definizione VII.

Chiamerò *prossimo esatto* quel prodotto *prossimo* difettoso, le di cui cifre decimali *sicure*, determinate dalle nostre equazioni, sono altresì esatte; e dirò *prossimo* mancante quello, nel quale l'ultima cifra *sicura* è minore dell'esatta.

PROPOSIZIONE VIII.

Lemma.

Se un numero qualunque di fattori a, b, c, d ecc.; ciascheduno de' quali sia parte intero, e parte decimale, si moltiplicheranno tra loro, la parte intera del prodotto $abcd$ ecc. non potrà contenere più cifre della somma de' numeri delle cifre, che compongono le parti intere de' medesimi fattori.

Così se i numeri delle cifre componenti le parti intere de' fattori a, b, c, d ecc. saranno chiamate π, δ, ϕ, μ ecc. la parte intera del prodotto $abcd$ ecc. non potrà contenere più cifre di $\pi+\delta+\phi+\mu$ ecc.

Dimostrazione.

Siano m, n, u, r ecc. i numeri delle cifre, che compongono i fattori a, b, c, d ecc., e p, q, f, l ecc. i numeri delle cifre decimali, che trovansi ne' medesimi fattori. Il prodotto $abcd$ ecc. non può avere più cifre di $m+n+u+r$ ecc. (Prop. I.); ma il medesimo prodotto deve necessariamente avere cifre decimali n.° $p+q+f+l$, nè più, nè meno, siccome già è noto per la dottrina de' decimali. Dunque lo stesso prodotto non potrà avere cifre *intere* più di $m+n+u+r$ ecc. $-p-q-f-l$ ecc. $=\pi+\delta+\phi+\mu$ ecc.

Corollario.

Se alcuno tra' fattori a, b, c, d ecc. sarà *intero*, o *puramente decimale*, sarà egualmente vera la proposizione. Imperocchè se supporremo per esempio che il fattore b sia intero, ed il fattore d sia puramente decimale, posto n in luogo di δ, e fatto $\mu=o$; il numero delle cifre intere nel prodotto non potrà essere maggiore di $\pi+n+\phi$ ecc.

PROPOSIZIONE IX.

Teorema.

Se due, o più (fino a dieci) prodotti *prossimi esatti* si moltiplicheranno tra loro; il nuovo prodotto non potrà avere cifre decimali *sicure* più di quelle che nelle proposizioni IV. V. e VI. si sono determinate ne' prodotti nati dalla moltiplicazione de' fattori *prossimi difettosi*.

Dimostrazione.

I prodotti *prossimi esatti* nulla differiscono da' fattori *prossimi difettosi*, siccome è manifesto. Dunque de' prodotti nati dalla moltiplicazione di quelli si verificherà quanto avviene ne' prodotti di questi.

PROPOSIZIONE X.

PROBLEMA.

Dato un numero qualunque di fattori *proſſimi* difettoſi; determinare in ciaſcheduno di eſſi il preciſo numero de' caratteri decimali, acciocchè il prodotto nato dalla moltiplicazione de' medeſimi fattori tra loro abbia ſicuramente un determinato numero di cifre decimali *ſicure*.

SOLUZIONE.

Si concepiſcano moltiplicarſi tra loro più fattori *difettoſi* (non però più di dieci). Dato in ciaſcheduno di queſti il numero delle cifre, che compone la parte intera; ſarà dato altresì il maggior poſſibile numero delle cifre componenti la parte intera del prodotto (Prop. VIII.). Queſto prodotto ſi chiami A. Intendaſi ſimilmente moltiplicarſi tra loro quanti ſi vogliano altri *difettoſi* fattori, purchè non ſiano più di dieci; ſi avrà un altro prodotto, che chiameremo B; nel quale parimenti ſarà determinato il maggior poſſibile numero delle cifre componenti la di lui parte intera (Prop. VIII.). Suppongaſi ora che moltiplicando tra loro i prodotti A, B, naſca quell' ultimo prodotto D, nel quale vuolſi un determinato numero di cifre decimali *ſicure*. Dato nel prodotto D il numero delle decimali *ſicure*; e dati inoltre i numeri delle cifre componenti le parti intere de' prodotti A, B, ſi determinerà il numero delle cifre decimali *eſatte* che deve avere ciaſcheduno de' medeſimi prodotti A, B (Coroll. V. Prop. IV.). In ſeguito dato il numero delle decimali *eſatte* nel prodotto A, ſi determinerà in ciaſcheduno de' fattori, che l' hanno compoſto, il numero de' caratteri decimali (Coroll. VIII. Prop. VI.). E lo ſteſſo diſcorſo applicando a ciaſcheduno de' fattori, che hanno prodotto B; ſarà determinato in ciaſcheduno de' venti fattori il preciſo numero de' caratteri decimali, acciocchè l' ultimo prodotto D nato dalla moltiplicazione di tutti i fattori tra loro abbia ſenza fallo quel determinato numero di cifre *ſicure*, che ſi deſidera.

ANNOTAZIONE I.

Coll' istesso metodo si può passare a determinare in un numero maggiore di fattori il preciso numero de' caratteri decimali, che deve assegnarsi a ciascheduno de' medesimi; acciocchè l' ultimo prodotto abbia *sicuramente* un dato numero di cifre decimali *sicure*.

ANNOTAZIONE II.

I. Ma per rischiarare vie più questa proposizione, siano a, b, c, d, e ecc. un certo numero di fattori, che non oltrepassi il dieci. I numeri delle cifre, che compongono le loro parti intere, siano rispettivamente espresse colle lettere π, δ, ϕ, μ, θ, ecc. Siano parimenti a', b', c', d', e' ecc. un certo numero di altri fattori non maggiore di dieci, le parti intere de' quali abbiano rispettivamente cifre n.^{i} π', δ', ϕ', μ', θ', ecc.; e debbano tutti moltiplicarsi tra loro in maniera, che l' ultimo prodotto abbia *sicuramente* il determinato numero g di caratteri decimali *sicuri*. Moltiplicati tra loro in primo luogo i fattori a, b, c, d, e ecc. nasca il prodotto $abcde$ ecc. $= A$; e moltiplicati parimenti tra loro tutti i fattori a', b', c', d', e' ecc. nasca il prodotto $a'\,b'\,c'\,d'\,e'$ ecc. $= B$. La parte intera del prodotto A non può aver più cifre di $\pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc., e la parte intera del prodotto B non può contenere più cifre di $\pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. Dunque perciocchè l' ultimo prodotto $A \times B$ deve avere cifre *sicure* n.° g; il prodotto A dovrà avere cifre decimali *esatte* n.° $g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $+ 1$ (Coroll. V. Prop. IV.); ed il prodotto B dovrà avere caratteri decimali *esatti* n.° $g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1$ (stesso Coroll.). Dunque al fattore a dovranno assegnarsi cifre decimali n.° $g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $+ 1 + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1 + 1$ (Coroll. VIII. Prop. VI. e Coroll. Prop. VII.); ed al fattore a' cifre decimali n.° $g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1 + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $+ 1 + 1$

II. Per la qual cosa se i numeri delle cifre decimali che deve avere ciascheduno de' fattori a, b, c, d, e ecc. si chiameranno x, y, z, ξ, υ ecc., avremo

$$x = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 1 + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 2$$
$$y = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 1 + \pi + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 2$$
$$z = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 1 + \pi + \delta + \mu + \theta \text{ ecc.} + 2$$
$$\xi = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 1 + \pi + \delta + \phi + \theta \text{ ecc.} + 2$$
$$v = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 1 + \pi + \delta + \phi + \mu \text{ ecc.} + 2$$

Similmente chiamati x', y', z', ξ', v' ecc. i numeri delle cifre decimali da aſſegnarſi a ciaſcheduno de' fattori a', b', c', d', e' ecc.; ſi avrà

$$x' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 1 + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 2$$
$$y' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 1 + \pi' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 2$$
$$z' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 1 + \pi' + \delta' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + 2$$
$$\xi' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 1 + \pi' + \delta' + \phi' + \theta' \text{ ecc.} + 2$$
$$v' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + 1 + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' \text{ ecc.} + 2$$

ANNOTAZIONE III.

III. E perciocchè rare volte accaderà, che l'errore totale de' prodotti A, B debba far creſcere d'una unità l'ultima delle loro decimali cifre *ſicure* determinate ſecondo le date regole ne' medeſimi prodotti; e ciò più raramente ancora avverrà nell' ultimo prodotto $A \times B$ (Annot. Prop. VII.); i numeri delle decimali cifre da darſi a ciaſcheduno de' fattori, dalla moltiplicazione de' quali naſcerà il prodotto $A \times B$, ſaranno d'ordinario determinati dalle ſeguenti equazioni

$$x = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.}$$
$$y = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + \pi + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.}$$
$$z = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + \pi + \delta + \mu + \theta \text{ ecc.}$$
$$\xi = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + \pi + \delta + \phi + \theta \text{ ecc.}$$
$$v = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.} + \pi + \delta + \phi + \mu \text{ ecc.}$$
$$x' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + \delta' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.}$$
$$y' = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + \pi' + \phi' + \mu' + \theta' \text{ ecc.}$$
$$z = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + \pi' + \delta' + \mu' + \theta' \text{ ecc.}$$
$$\xi = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + \pi' + \delta' + \phi' + \theta' \text{ ecc.}$$
$$v = g + \pi + \delta + \phi + \mu + \theta \text{ ecc.} + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' \text{ ecc.}$$

ANNOTAZIONE IV.

Le equazioni che abbiamo recate nell'Ann. I. n.° II. di queſta propoſizione determinano generalmente il numero delle

decimali cifre da aſſegnarſi a ciaſchedun fattore; acciocchè in ogni poſſibile caſo l' ultimo prodotto abbia ſenza fallo quel determinato numero di cifre decimali *ſicure*, che ſi deſidera. Le equazioni della ſteſſa Annot. n.° III. poſſono baſtare, come già ſi è detto, per il maggior numero de' caſi. In alcuni particolari caſi poi poſſono eſſere ſufficienti all' intento molto minori numeri di cifre decimali in ciaſcheduno de' fattori difettoſi a, b, c, d, e ecc. Siano m, n, u, r, k, ecc. i numeri delle cifre, che compongono i fattori a, b, c, d, e ecc. e p, q, f, l, h ecc. i numeri delle cifre decimali che in ciaſcheduno de' medeſimi riſpettivamente ſi trovano; il prodotto $a\ b\ c\ d\ e$ ecc. $= A$ non può aver cifre meno di $m + n + u + r + k$ ecc. $- (t - 1)$; (Coroll. IV. Prop. I.); per conſeguenza la di lui parte intera non potrà contenere meno di cifre $m + n + u + r + k$ ecc. $- (t - 1) - p - q - f - l - h$ ecc. $= \pi + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $- t + 1$. Similmente la parte intera del prodotto B nato dalla moltiplicazione de' fattori a', b', c', d', e', ecc. aventi cifre n.i m', n', u', r', k' ecc.; e caratteri decimali n.i p', q', f', l', h' ecc. non potrà avere cifre meno di $m' + n' + u' + r' + k'$ ecc. $- (t - 1) - p - q - f - l - h$ ecc. $= \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta'$ ecc. $- t + 1$. Quindi ragionando come nell' Annot. II. ſi troverà che il fattore a potrà aver cifre decimali ſino a $g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta$ ecc. $- t + 1 + 1 + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 1 + 1 = g + \pi' + \delta' + \phi' + \mu' + \theta$ ecc. $- t + \delta + \phi + \mu + \theta$ ecc. $+ 4$. Per la qual coſa il medeſimo fattore a non potrà mai avere un numero di cifre decimali minore del determinato nell' equazione I. dell' Annot. II. alla Prop. X. n.° II. di $t - 1$. E lo ſteſſo ſi dovrà dire riſpetto ad ogni altro fattore b, c, d, e ecc. a', b', c', d', e' ecc.

ANNOTAZIONE V.

Nelle equazioni di queſta Propoſizione X. avranno luogo le oſſervazioni, che altrove abbiamo fatto, particolarmente nel Coroll. VI. Prop. IV.

PARTE

PARTE SECONDA

Che contiene l' applicazione dell' esposta Teoria alla Pratica.

Definizioni.

I.

FRazioni *comuni* di una data quantità chiamo quelle parti, nelle quali la medesima quantità si suole comunemente dividere, e sottodividere. Così a cagion d' esempio i soldi, e danari si diranno frazioni comuni della lira; le once, punti ecc. frazioni comuni del braccio, o piede; e così delle altre.

II.

Frazioni *decimali* dico quelle, le quali hanno per denominatore l' unità con alquanti zeri appresso; come sono $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{100}$; $\frac{9}{1000}$

PROPOSIZIONE I.

Lemma.

Convertire le frazioni comuni di una data quantità in frazioni decimali.

Soluzione.

Si sommino in primo luogo tutte le frazioni comuni della data quantità. Quindi moltiplicato per 10 il numeratore di questa somma, se ne divida il prodotto per il di lei denominatore. In seguito moltiplicato di nuovo per 10 il restante di questa divisione, si divida questo nuovo prodotto per lo stesso denominatore. Si continui all' istesso modo questa operazione ne' susseguenti restanti, e si avrà l' intento.

Così volendo ridurre a decimali le frazioni comuni di lira 9 sold. 6 dan.; riduco in primo luogo le frazioni 9 sold. 6 dan. a 114 danari; o siano $\frac{114}{240}$ di lira. Divido in seguito 1140 per 240; ed ho il quoziente 4 col restante 180. Divido di nuovo 1800 per 240 ed ho il numero quoziente 7 col secondo restante 120. Divido 1200 per 240, ed ho 5 per quoziente senza alcun restante. Dunque la quantità 9. sold. 6. dan. si cambia esattamente in 0.475 lire.

Dimostrazione.

La frazione $\frac{114}{240}$ del recato esempio è eguale a $\frac{114000 \text{ ecc.}}{240 \times 1000 \text{ ecc.}}$. E perciocchè $\frac{114000}{240}$ trovasi eguale a 475; sarà $\frac{114}{240} = \frac{475}{1000}$ frazione decimale.

Annotazione.

La stessa dimostrazione avrà luogo in tutti i casi, ne' quali non altrimenti che nell' apportato esempio la divisione prescritta nella soluzione riuscirà esatta, e si applicherà facilmente a qualunque altro caso, nel quale, come più spesso avviene, la divisione non s'interrompe giammai; ed il quoziente che nasce è per conseguenza un numero senza fine di cifre decimali.

Egli è noto in questi casi, che quanto più si continua la divisione, tanto più il quoziente espresso co' decimali si accosta al valore della data quantità, che in decimali si converte; ed interrompendo la divisione, il quoziente trovato differisce dalla stessa data quantità meno di una di quelle unità, che compongono l'ultima di lui cifra.

PROPOSIZIONE II.

Lemma.

Ridurre le frazioni decimali alle comuni.

Soluzione.

Si moltiplichi la data frazione decimale per il denominatore della frazione comune, alla quale la decimale ſi vuol ridurre, ed il prodotto darà quello che ſi cerca.

Sia per eſempio da ridurre a ſoldi e danari la frazione decimale di lira 0.342. Perciocchè la lira è compoſta di 20 ſoldi; ſi moltiplichi 0.342 per 20, ed il prodotto 6.84 ſoldi indicherà che la propoſta frazione vale 6 ſoldi, e 84 centeſimi di ſoldo. Si moltiplichi ora la parte decimale 0.84 di ſoldi per 12 (numero de' danari, che contiene il ſoldo), e ſi avrà il prodotto 10.08 danari, cioè 10 dan., e 8 centeſimi di danaro. Dunque la propoſta frazione 0.342 lire vale lo ſteſſo che 6. ſoldi 10. dan. e $\frac{8}{100}$ o ſiano $\frac{2}{25}$ di danaro.

Dimostrazione.

La frazione decimale 0.342 di lira è eguale a $\frac{0.342 \times 20}{20} = \frac{6.84}{20} = \frac{6}{20} + \frac{0.84}{20}$. Similmente $\frac{0.84}{20}$ è eguale a $\frac{0.84 \times 12}{20 \times 12} = \frac{10.08}{240}$. Ma le parti venteſime di lira ſono ſoldi; e le parti 240.^{sime} di lira ſono danari. Dunque la propoſta frazione decimale di lira 0.342. vale veramente 6. ſoldi e 10. danari con otto centeſimi di danaro.

La ſteſſa dimoſtrazione vale di qualunque altro caſo.

Definizione III.

La quantità che ſorte riducendo una data frazione comune a decimali chiameremo in ſeguito *Quantità ridotta*.

PROPOSIZIONE III.

LEMMA.

Determinare il preciso numero delle decimali cifre, che deve avere la quantità *ridotta*; acciocchè essa differisca dalla data quantità comune meno di una qualsivoglia parte comune di questa

SOLUZIONE.

Si continui la riduzione fino a tanto che la quantità *ridotta* abbia tante cifre decimali, quante sono le cifre, che formano il denominatore della frazione esprimente la detta parte comune, e si avrà l'intento.

Così per esempio se riducendo a decimali le parti comuni di braccio si volesse che la quantità *ridotta* differisse dalla comune meno di un atomo; perciocchè l' atomo è la $\frac{1}{1728}$ parte di braccio, si continuerà la riduzione fino a quattro decimali cifre inclusivamente.

DIMOSTRAZIONE.

Nel recato esempio la quantità *ridotta* differirà dalla data meno di $\frac{1}{10000}$ di braccio (Annot. Prop. preced.). Ora è $\frac{1}{10000} < \frac{1}{1728}$. Dunque la quantità *ridotta* differirà dalla data meno di $\frac{1}{1728}$ di braccio, o sia di un atomo.

Dando alla quantità *ridotta* tre sole cifre decimali, essa differirà dalla data meno di $\frac{1}{1000}$ di braccio. Ora è $\frac{1}{1000} > \frac{1}{1728}$. Dunque la medesima quantità ridotta può dif-

ferire dalla quantità data più di $\frac{1}{1728}$ di braccio, o sia di un atomo

Dunque quattro caratteri decimali, e non meno, si richieggono nella quantità *ridotta;* acciocchè essa sicuramente differisca dalla data meno di un atomo. E la stessa dimostrazione ha luogo in ogni altro caso.

PROPOSIZIONE IV.

Lemma.

Fare che la quantità *ridotta* contenga tutte le parti, o siano unità di quella frazione comune, alla quale essa viene limitata.

Soluzione.

Date alla quantità *ridotta* tante decimali cifre, quante sono state determinate nella Prop. precedente; si prolunghi in seguito la riduzione ad una cifra decimale di più; e se questa oltrepassa il 5; si aumenti d'una unità l'ultima delle già determinate cifre decimali, e si avrà quanto si desidera.

Dimostrazione.

Senza il detto accrescimento la quantità *ridotta* è minore della data; ma la differenza è minore di una di quelle eguali parti, o unità, chè sono espresse dall' ultima di lei cifra decimale (Ann. alla Prop. I.). E nella fatta supposizione la detta differenza sarà maggiore della metà di una delle medesime parti. Dunque accrescendo d'una unità l'ultima delle decimali cifre determinate come sopra, la quantità ridotta diverrà bensì maggiore della data; ma l' eccesso sarà minore della metà di una delle stesse parti. Per conseguenza molto più minore della metà di una di quelle parti, che sono espresse dalla frazione comune (Dimostraz. della Prop. preced.). Dunque la quantità ridotta conterrà tutte, e non più di quelle unità, o parti eguali che sono espresse dalla frazione comune.

Annotazione. I.

Può accadere alcuna volta, che quantunque la cifra decimale oltre le determinate nella Prop. III. non oltrepassi il 5, convenga nondimeno accrescere d'una unità l'ultima delle determinate, acciocchè la quantità ridotta contenga interamente la frazione comune, alla quale è stata limitata. Eccone un esempio. Sia data la frazione $\frac{2053}{105120}$ di un anno civile, la quale debbasi ridurre a frazione decimale in maniera, che questa contenga esattamente i giorni, e le ore, e nulla più. Perciocchè l'ora è la $\frac{1}{8760}$ parte del detto anno, la frazione decimale, che differisca dalla data meno di un'ora, sarà 0.0195. (Prop. I. e III.). Ora la cifra decimale, che, continuando la riduzione, viene in seguito a queste, è 3. Eppure la frazione 0.0195 convertita in giorni ed ore dà 7 giorni, 2 ore ecc.; dove la proposta frazione $\frac{2053}{105120}$ contiene 7 giorni, 3 ore, 5 minuti.

Ne' casi simili a questo è troppo difficile, se non anche impossibile, determinare generalmente quando l'ultima cifra decimale debba essere accresciuta d'una unità. Imperocchè accaderà sovente, che facendo questo accrescimento la quantità ridotta contenga una unità di più di quelle, che formano l'ultima frazione comune che essa esprime, e contiene.

Annotazione II.

Ma eccettuatine pochi casi, senza aumentare l'ultima decimale cifra della quantità ridotta, questa conterrà interamente quella comune frazione, alla quale è stata limitata. E per persuaderci di ciò basta ridurre a decimali le frazioni comuni di quelle quantità, le quali negli umani usi si sogliono più comunemente sottomettere a calcolo.

Queste quantità sono *Moneta*, *Estensione*, *Peso*, *Tempo*, *Archi* ovvero *Angoli*.

La *Moneta* si divide ordinariamente in lire, soldi, e danari.
L' *Estensione* in piedi, once, punti, atomi, minuti, momenti ecc.
Il *Peso* in libbre, once, danari, grani.
Il *Tempo* in anni, mesi, giorni, ore, minuti primi, secondi ecc.
Gli *Angoli* in gradi, minuti primi, secondi, terzi ecc.

MONETA.

Il soldo è della lira la parte	$\frac{1}{20}$	$= 0.05$
Il danaro è della lira la parte	$\frac{1}{240}$	$= 0.0041$ ecc.

ESTENSIONE.

L' oncia è del piede la parte	$\frac{1}{12}$	$= 0.082$ ecc.
Il punto è del piede la parte	$\frac{1}{144}$	$= 0.0069$ ecc.
L' atomo è del piede la parte	$\frac{1}{1728}$	$= 0.00057$ ecc.
Il minuto è del piede la parte	$\frac{1}{20736}$	$= 0.000048$ ecc.
Il momento è del piede la parte	$\frac{1}{248832}$	$= 0.0000040$ ecc.

PESO.

L' oncia è della libbra la parte	$\frac{1}{12}$	$= 0.082$ ec.
ovvero la parte	$\frac{1}{28}$	$= 0.035$ ecc.
Il danaro è della libbra la parte	$\frac{1}{288}$	$= 0.0034$ ecc.
ovvero la parte	$\frac{1}{672}$	$= 0.0014$ ecc.

Il grano è della libbra la parte	$\frac{1}{7912}$	$=0.00013$ ecc.
ovvero la parte	$\frac{1}{16128}$	$=0.000062$ ecc.

TEMPO.

Il mese è dell' anno la parte	$\frac{1}{12}$	$=0.082$ ecc.
Il giorno è dell' anno civile la parte	$\frac{1}{365}$	$=0.0027$ ecc.
L' ora è dello steffo anno la parte	$\frac{1}{8760}$	$=0.00011$ ecc.
Il minuto primo è dello steffo anno la parte	$\frac{1}{525600}$	$=0.0000019$ ecc.
Il minuto sec.° è dello steffo anno la parte	$\frac{1}{31536000}$	$=0.000000031$ ecc.

ANGOLI.

Il minuto primo è del grado la parte	$\frac{1}{60}$	$=0.016$ ecc.
Il minuto sec.° è del grado la parte	$\frac{1}{3600}$	$=0.00027$ ecc.
Il minuto terzo è del grado la parte	$\frac{1}{216000}$	$=0.0000041$ ec.

Ora gettando lo sguardo sopra queste Tavole, si vede subito che eccettuati i casi, ne' quali si tratti o di danari e grani riferiti alla libbra come all' unità; o di ore, e minuti primi riferiti all' anno; o di minuti primi riferiti al grado; ne' quali casi una parte o unità della comune frazione equi-
vale

vale a un dipresso a una parte, o unità della corrispondente frazione decimale; negli altri si richieggono più parti decimali per formarne una sola della frazione comune.

Per la qual cosa in questi ultimi casi la quantità ridotta, senza ricevere alcun accrescimento nell' ultima decimale cifra, anzi coll'esserne diminuita di qualche unità, potrà contenere interamente quella comune frazione, alla quale essa è stata limitata.

Annotazione III.

Posti questi Lemmi, applicheremo la teoria della prima Parte alla pratica; il che faremo con varj Problemi de' più facili e comuni; per agevolarne l'intelligenza a chichessia. Ma da questi potrà ogn' uno comprendere in qual maniera se ne debba far uso ne' Problemi più difficili, ed astrusi di Matematica, e dell' Astronomia.

I. Si osservi solamente in primo luogo, che quanto si è detto, e dimostrato nelle Prop. III. e IV. di questa Parte intorno alle quantità *ridotte* si verificherà ancora di qualunque prodotto prossimo *esatto*; nulla differendo questo da quelle.

II. Si osservi in secondo luogo, che alle cifre decimali *esatte* determinate nelle medesime Proposizioni per le quantità *ridotte* sostituiremo ne' prodotti difettosi le cifre sicure. Alla difficoltà, che potrebbe nascere dalla differenza che passa tra queste e quelle (Prop. VII. e Coroll. Par. I.), soddisferemo a suo luogo.

PROPOSIZIONE V.

Problema I.

S'è fatta convenzione di pagare 85 lire per ogni braccio di certa manifattura. Si domanda qual somma debbasi sborsare per braccia 34, once 9, punti 11 della stessa manifattura.

Soluzione.

Convien moltiplicare 85 lire per 34 br. 9 onc. 11 punti. Siccome però non v'è costume di pagare le parti di lira minori di un danaro; a me basterà di limitare il prodotto fino al giusto numero di danari, e nulla più. A questo fine riduco le frazioni comuni della quantità 34 brac., 9 onc., 11. punti a decimali (Prop. I.); ed imperciocchè il prodotto deve avere tre cifre decimali *sicure* (Prop. III.), e due sono le cifre del fattore intero 85, continuo questa riduzione fino a cinque caratteri decimali (Coroll. IV. Prop. III. Par. I.); ed ho la quantità ridotta 34.82638 lire. Moltiplico questa per 85, e nasce il prodotto 2960.24230, nel quale trascurate le due ultime cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.) rimane per la cercata somma 2960.242 lire = 2960 lir. 4 sold. 10 danari (Prop. II.).

Annotazione.

La somma da pagarsi calcolata col metodo comune, trovasi essere esattamente 2960 lir. 4 sold. 10 $\frac{1}{3}$ dan. = 2960 . 2430 ecc. (Prop. I.)

Una sola cifra decimale meno nella quantità *ridotta* avrebbe reso inutile il calcolo.

PROPOSIZIONE VI.

Problema II.

Quanto costano 40 braccia, 3 onc., 6 punti di certa manifattura in ragione di 3 lire, 4 sold. 6 dan. il braccio?

Soluzione.

Il cercato costo è il prodotto del prezzo 3 lir. 4 sold. 6 dan. moltiplicato per la quantità della manifattura. Riduco adunque le frazioni comuni del dato prezzo a decimali (Prop. I.), e trovo il numero esatto 3 . 225 lire. Riduco

ſimilmente a decimali le frazioni comuni della manifattura (Prop. I.); ed imperciocchè nel preſente caſo, come nel precedente, il prodotto deve avere tre cifre decimali *ſicure* (Prop. III.), ed una ſola cifra forma la parte intera del fattore *eſatto*; continuo queſta riduzione ſino alla quarta cifra decimale incluſivamente (Coroll. VI. Prop. III. Par. I.); ed ho la quantità *ridotta* 40.2916. Moltiplico in ſeguito tra loro le due quantità *ridotte*; e naſce il prodotto *difettoſo* 129.9404100, e traſcurate le ultime quattro cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.); il reſtante 129.940 lire = 129 lir. 18 ſold. 9 dan. ſarà il coſto cercato.

ANNOTAZIONE.

Queſto coſto calcolato col metodo comune trovaſi eſſere *eſattamente* 129 lire, 18 ſold. 9 $\frac{1}{4}$ dan. = 129.9406 ecc. lire (Prop. I.).

Anche in queſto Problema una ſola cifra decimale meno nella quantità *ridotta* 40.2916 avrebbe reſo l' ultimo riſultato minore del cercato.

PROPOSIZIONE VII.

PROBLEMA III.

Qual è il prezzo di brente di vino 450$\frac{1}{2}$, o ſiano 450.5 in ragione di 34 lir. 8 ſold. 5 dan. la brenta?

SOLUZIONE.

Riduco le frazioni comuni di lira a decimali; e perciocchè il prodotto deve avere tre cifre *ſicure* (Prop. III.), e tre ſono le cifre che compongono la parte intera del fattore *eſatto* 450.5; prolungo queſta riduzione ſino a ſei decimali cifre (Coroll. VI. Prop. III. Par. I.); ed ho la quantità ridotta 34.420833. Moltiplico queſta per 450.5, e traſcurate nel prodotto 15506.5852665 le ultime quattro cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.); rimane pel coſto cercato 15506.585 lir. = 15506 lir. 11 ſold. 8 dan. (Prop. II.)

Annotazione.

Calcolando il costo col metodo comune, questo trovasi essere *esattamente* 15506 lir. 11 sold. 8 $\frac{1}{2}$ dan. = 15506.5854 ecc. (Prop. I.)

Nel presente Problema non meno che ne' due antecedenti una sola decimale meno nella quantità ridotta difettosa avrebbe fatto nascere un risultato minore del trovato.

PROPOSIZIONE VIII.

Problema IV.

Quante braccia di manifattura si compreranno col prezzo di 44 lir. 10 sold. 6 dan. in ragione di 2 braccia, 3 once, 9 punti per lira?

Soluzione.

Convien moltiplicare la quantità 2 br. 3 onc. 9 pun. per 44 lir. 10 sold. 6 dan. Riduco adunque in primo luogo a frazioni decimali le frazioni comuni 10 sold. 9 dan., ed il dato prezzo si muta in 44.525 lire esattamente. Riduco similmente le frazioni comuni di braccio; e perciocchè supposto ch'io voglia nel prodotto tener conto anche de' punti, li quali sono la $\frac{1}{144}$ parte di braccio, lo stesso prodotto deve avere tre cifre decimali *sicure* (Prop. III.); e nell' altro fattore esprimente il prezzo, la parte intera è composta di due cifre; continuo questa riduzione fino alla quinta decimale cifra (Coroll. VI. Prop. III. Par. I.), ed ho la quantità ridotta 2.31944 braccia. Moltiplico questa per 44.525, e nasce il prodotto 103.27306500; nel quale sprezzate le cinque ultime cifre *incerte* (Prop. III. Par. I.) rimane per la quantità cercata 103.273 braccia = 103 braccia, 3 onc. 3 punti,

ANNOTAZIONE I.

Col metodo comune si sarebbe trovato *esattamente* 103 brac. 3 once, $3\frac{7}{20}$ punti $=$ 103.2732 ecc.

Una sola cifra decimale meno nella quantità *ridotta* 2.31944 avrebbe fatto nascere un prodotto minore del cercato.

ANNOTAZIONE II.

Gli esempj fin' ora addotti appartengono a' casi della Prop. III. Par. I. Passiamo ad illustrare i casi delle Proposizioni seguenti.

PROPOSIZIONE VIII.

PROBLEMA V.

Quanto costano 150 braccia, 6 once, 7 punti di manifattura in ragione di 12 lire, 10 sold., 7 dan. il braccio?

SOLUZIONE.

Il cercato costo deve essere il prodotto delle due quantità date nel Problema moltiplicate tra loro. Riduco adunque le frazioni comuni del proposto prezzo a decimali, e perciocchè il prodotto deve essere limitato a danari, e deve per conseguenza contenere tre decimali *sicure*; e tre sono le cifre che compongono la parte intera del moltiplicatore; prolungo questa riduzione fino a sette decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.); ed ho la quantità ridotta 12.5291666 lire. Riduco similmente le frazioni comuni del moltiplicatore a decimali; e perchè la parte intera del moltiplicando è composta di due cifre, prolungo questa riduzione fino a sei decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.), ed ho la seconda quantità ridotta 150.548611. Con ciò ottengo un egual numero di cifre in ambedue i fattori, cioè $m=n=9$ (Coroll. VII. Prop. IV. Par. I.). Moltiplico tra loro le due quantità ri-

dotte; ed ho il prodotto 1886.2486286175926 lire; nel quale ſprezzate le ultime dieci cifre decimali *incerte* (Prop. IV. Par. I. e di lei Annot. II.); rimane pel coſto cercato 1886.248 lire = 1886 lir. 4 ſold. 11 danari.

ANNOTAZIONE.

Il metodo comune dà per metodo *eſatto* 1886 lir. 4 ſold. 11 $\frac{97}{144}$ dan. = 1886.2486 ecc. lire.

Se ci foſſimo ſerviti delle equazioni aſſegnate nell' Annot. II. dopo il Coroll. VII. Prop. IV. Par. I. ſi avrebbero avute le due quantità ridotte 12.529166 lir. e 150.54861; dalle quali ſarebbe nato il prodotto 1886.24832575926; nel quale ſprezzate le ultime otto cifre decimali, ſarebbe rimaſto pel coſto cercato 1886.248 lir. come ſopra.

Con una ſola cifra decimale meno delle determinate in queſte equazioni in ambedue i fattori ſi avrebbe avuto il prodotto 1886.247497176, dal quale ſarebbe nato lo ſteſſo coſto; ma con due decimali meno anche in un ſol fattore, ſarebbe nato un riſultato minore del biſogno (Annot. I. dopo il Coroll. VII. Prop. IV. Par. I.)

PROPOSIZIONE IX.

PROBLEMA VI.

Quante tavole quadrate, e quanti piedi, ed once di tavola contiene una ſuperficie rettangola; la di cui lunghezza è 130 tavole, 7 piedi, 8 once, 11 punti; e la larghezza è 17 braccia, 4 piedi, 5 once?

SOLUZIONE.

La quantità cercata deve eſſere il prodotto delle due dimenſioni date nel Problema moltiplicate tra loro. Riduco adunque a decimali le frazioni comuni della lunghezza; e perciocchè dall' una parte il prodotto deve avere tre cifre decimali *ſicure* (Prop. III.), e dall' altra due ſono le cifre che

formano la parte intera dell'altezza, continuo questa riduzione fino a sei cifre decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.); ed ho la lunghezza ridotta 130.645254 tavole. Riduco similmente le frazioni comuni della larghezza a decimali, e per una consimile ragione continuando la riduzione fino a sette cifre decimali, ho la larghezza ridotta 17.3680555. Moltiplico tra loro le due quantità ridotte; ed ho il prodotto 2269.0540122835970; e sprezzate le ultime dieci cifre incerte (Prop. IV. Par. I.), rimane per la cercata misura 2269.054 tavole quadrate = 2269 tav. quad., o piedi, 7 once di tavola quadrata.

Se oltre alle once avessi voluto ritenere nel prodotto il numero ancora de' punti, li quali sono la $\frac{1}{1728}$ parte di tavola, avrei prolongate le riduzioni della lunghezza e larghezza ad una cifra decimale di più, ed avrei avuto le due quantità ridotte 130.6452546, e 17.36805555; le quali quantità moltiplicate tra loro danno il prodotto 2269.054039236138030; del quale trascurate le ultime undeci cifre *incerte*, sarebbe rimasta per la cercata misura 2269.0540 tav. quad. = 2269 tav. quad., o pied., 7 once, 9 punti.

E se fosse stato duopo di determinare ancora il numero esatto degli atomi, ciascheduno de' quali è la $\frac{1}{20736}$ parte di tavola, avrei continuata la riduzione della lunghezza fino a otto decimali cifre, e la riduzione della larghezza fino a nove decimali, ed avrei avuto due quantità ridotte, le quali moltiplicate tra loro, e sprezzate nel prodotto le ultime dodici decimali cifre, avrebbero lasciato per la cercata misura 2269.05403 tav. quad. = 2269 tav. quad. o pied., 7 onc. 9 punti, 4 atomi.

Annotazione.

La misura *esatta* della proposta superficie calcolata col metodo comune è 2269 tav. quad., o pied., 7 onc. 9 punt. 4 at. 7 minuti = 2269.054040 ecc.

Usando le equazioni assegnate nell' Annot. II. dopo il Coroll. VII. Prop. IV. Par. I. si avrebbero avute le prime

due quantità ridotte 130.64525; e 17.368055; le quali moltiplicate tra loro avrebbero dato il prodotto 2269.0538874 8875, nel quale sprezzate le ultime otto cifre decimali *incerte*, sarebbe rimasto per la cercata misura 2269.053 tav. quad. non altrimenti che si è ritrovato di sopra; e continuando il calcolo si sarebbero trovate le altre medesime parti, che di sopra si sono determinate.

Ma una sola cifra decimale meno in ambedue i fattori, anzi in un solo di essi, avrebbe fatto nascere un risultato minore del bisogno.

PROPOSIZIONE X.

Problema. VIII.

Qual è la misura di un corpo avente per lunghezza 15 tavole, 3 piedi, 6 once, 9 punti; per larghezza 9 tavole, 7 piedi, 4 once, 3 punti, e per altezza 8 tav. 6 piedi?

Soluzione.

Supposto che il prodotto si voglia limitare a punti di tavola, e nulla più; perciocchè il punto è la $\frac{1}{1728}$ parte di tavola, e due sono le cifre che formano ambe le parti intere della larghezza ed altezza; riducendo le frazioni comuni della lunghezza a decimali, prolungo questa riduzione fino a sette decimali (Coroll. V. Prop. IV. Par. I.). Ma trovo il fattore *esatto* 15.296875. Per la stessa ragione riducendo le frazioni comuni della larghezza, ed altezza a decimali, continuo questa riduzione nella prima fino a otto decimali; ed ho 9.61284722 tavole; e ad altrettante dovrei continuare la riduzione della seconda, ma trovo il fattore *esatto* 8.5 tav. Perciò diminuisco d' una decimale la quantità prossima già trovata (Coroll. VI. Prop. V. Par. I.), ed ho 9.6128472. Questa moltiplico per il prodotto degli altri due fattori esatti; ed ho l'ultimo prodotto 1249.8954371062 5000; nel quale trascurate le ultime dieci cifre *incerte* (Prop. III.

Par.

Par. I.) rimane per la cercata misura 1249.8954 tav. cube = 1249 tav. cub. 10 piedi, 8 once, 11 punti di tavola cuba.

Se oltre a' punti avessi voluto limitare il prodotto non solo agli atomi, ma ancora a' momenti, li quali sono la $\frac{1}{2985984}$ parte di tavola, avrei continuato la riduzione della larghezza sino a dieci decimali, ed avrei avuto la quantità *ridotta* 9.6128472222; la quale moltiplicata per il prodotto degli altri due fattori esatti, avrebbe fatto nascere l'ultimo prodotto 1249.89543999277031250; e sprezzate le ultime dieci cifre decimali *incerte* (Prop. III. Par. I.) sarebbe rimasto per la cercata misura 1249.8954399 tav. cub. = 1249 tav. cub. 10 piedi, 8 once, 11 punti, 3 atomi, 10 minuti, 1 momento.

Colle regole comuni si trova per prodotto *esatto* delle tre proposte dimensioni, e per conseguenza per misura *esatta* del dato corpo 1249 tav. cub., 10 piedi, 8 once, 11 punti, 3 atomi, 10 minuti, 1 $\frac{1}{2}$ momenti = 1249.89543999 ecc.

Una sola decimale meno nel fattor *difettoso* avrebbe fatto nascere de' prodotti minori de' cercati.

PROPOSIZIONE XI.

Problema VIII.

Un certo pezzo di marmo di figura parallelepipeda è stato valutato 50 lir. 6 soldi 7 danari il piede cubo. La di lui lunghezza è 3 piedi, 4 once, 7 punti; la larghezza 3 piedi, 4 once, e l'altezza 2 piedi, 7 once. Si domanda quale sia il totale di lui prezzo?

Soluzione.

Il prezzo cercato deve essere eguale al valore di un'oncia moltiplicato per la quantità del marmo. Ora questa quantità è il prodotto delle tre date dimensioni moltiplicate tra loro. Dunque il prezzo cercato deve essere il prodotto, che nasce moltiplicando tra loro le quattro quantità date nel Problema.

Attenendomi adunque alle equazioni del Coroll. VIII. Prop. VI. Par. I., dovrò riducendo le frazioni comuni della lunghezza, larghezza, ed altezza prolungare ciascheduna riduzione fino a otto caratteri decimali, e riducendo il dato valore, continuare la riduzione fino a sette decimali; e per conseguenza avrò le seguenti quantità *ridotte prossime difettose*

Lunghezza. . . . =	3.38194444	piedi
Larghezza . . . . =	3.33333333	piedi
Altezza . . . . . =	2.58333333	piedi
Valore . . . . . . =	50.3291666	lire

Moltiplico la prima quantità ridotta per la seconda, ed ho il primo prodotto 11.2731481220601852; nel quale sprezzate le ultime otto cifre senza fallo *incerte* (Prop. IV. Par. I., e di lei Annot. II.; ed Annot. IV della Prop. VII. Par. I.) rimane 11.27314812. Moltiplico questo restante per la terza quantità ridotta; ed ho il secondo prodotto 29.1222992724228396; nel quale trascurate le ultime otto cifre sicuramente *incerte* (Prop. IV. Par. I.) si ha il restante 19.12229927. Moltiplico finalmente questo restante per l' ultima quantità ridotta, ed ho l' ultimo prodotto 1465.70104821184672; nel quale ritenute le sole tre prime decimali cifre, si avrà per prezzo cercato 1465.701 lire = 1465 lir. 14 sold.

Annotazione.

Il calcolo comune dà per prezzo esatto del proposto marmo 1465 lir. 14 soldi, o $\frac{659}{2592}$ danari = 1465.7010 ecc. lire.

Adoperando le equazioni dell' Annotazione II. Prop. VI. Par. I. si avrebbe avuto lo stesso risultato; ma una sola cifra decimale meno delle determinate in queste equazioni in ciascheduno de' quattro fattori avrebbe fatto nascere l' ultimo risultato minore del cercato.

PROPOSIZIONE XII.

Problema IX.

Tizio il primo giorno di Febbrajo del 1790 impiega verso Sempronio il capitale di 30500 lire, 6 soldi, 7 danari all' annuo interesse di 5 lire, 5 soldi, 9 dan. per 100 con le seguenti condizioni. 1.ª che Sempronio restituirà il capitale quando a lui piacerà. 2.ª che Sempronio non pagherà gli interessi se non quando restituirà il capitale. 3.ª che in compensazione del danno sofferto da Tizio per una tale dilazione nel pagamento degli interessi, Sempronio restituendo il capitale, e pagando nel medesimo tempo la somma degli interessi, di questa somma pagherà l'annuo frutto di 3 lire, 5 soldi, 5 danari per 100 per i due terzi del tempo decorso dall'impiego fino all'atto di restituzione del capitale. Dopo 10 anni, 9 mesi, e 22 giorni si determina Sempronio a restituire il capitale. Si domanda qual somma oltre il capitale debba Sempronio pagare a Tizio?

Soluzione.

La cercata somma da pagarsi da Sempronio è composta di due; cioè della somma risultante degli interessi del capitale, e della somma de' frutti di questa stessa prima somma. Ora la prima richiede la moltiplicazione delle tre quantità; *Capitale impiegato*; *Annuo di lui interesse diviso per* 100; e *Tempo dell' impiego*. La seconda esige che il prodotto di queste tre quantità si moltiplichi in oltre per le altre due date nel Problema; cioè per l'annuo frutto della somma degli interessi diviso per 100; e per i due terzi del tempo dell'impiego.

Richiedendo il Problema che l' ultimo prodotto venga limitato al giusto numero de' danari, e nulla più, e per conseguenza che lo stesso prodotto abbia tre cifre decimali *sicure*, secondo le equazioni del Coroll. VIII. Prop. VI. Par. I.; riducendo in primo luogo a decimali le frazioni comuni del capitale; dovrei prolongare questa riduzione fino a caratteri

decimali $3+1+1+2+1+1=9$. Ma ſiccome il ſecondo, e queſto fattore diviſi per 100 divengono *puramente decimali*; perciò il numero de' caratteri decimali da darſi al primo fattore, o ſia al capitale ridotto ſarà $=7$ (Annot. III. Prop. VI. Par. I.); e ſeguendo la ſteſſa regola nella riduzione degli altri fattori *difettoſi*; ed oſſervando che il tempo dell' impiego del capitale è $10\,\frac{293}{365}=10\,\frac{59}{73}$ anni, ſi avranno le ſeguenti quantità ridotte.

Capitale ridotto lire . . . . . . 30500.3291666 ecc.
Annuo intereſſe diviſo per 100 lir. . . 0.052875 *eſatto*
Tempo dell' impiego. Anni . . . . . 10.8082191780 ecc.
Annuo frutto degli Intereſſi
diviſo per 100 lire . . . . 0.0327083333333 ecc.
Due terzi del tempo anni 7.20547945205

Moltiplico il primo fattore ridotto per il ſecondo; ed ho il prodotto 1613.7049049046839750; nel quale traſcurate le ultime quattro cifre ſenza fallo *incerte* (Prop. III. Par. I.), rimane 1612.704904683. Moltiplico queſto reſtante per il terzo fattore; ed ho il ſecondo prodotto 17430.4680792494625905740; nel quale traſcurate le undici ultime decimali cifre ſenza fallo *incerte* (Prop. IV. Par. I.), rimane 17430.4680782. Ritenute in queſto reſtante le ſole tre prime decimali cifre, ſi avrà per la prima ſomma da pagarſi da Sempronio 17430.468 lire $=$ 17430 lir. 9 ſold. 4 danari.

Moltiplico il reſtante 17430.4680792 per il quarto fattore, ed ho il prodotto 570.12156008468984397736; nel quale traſcurate le ultime dieci decimali cifre ſenza fallo *incerte*, moltiplico il reſtante 570.121560084 per il quinto ed ultimo fattore, ed ho l' ultimo prodotto 4107.99918635595147197220; nel quale ritenute le ſole tre prime decimali cifre, ſi avrà 4107.999 lire $=$ 4107 lir. 19 ſold. 11 dan.; e tale ſarà la ſeconda ſomma da pagarſi da Sempronio.

Annotazione.

Il metodo comune dà esattamente per la prima somma 17430 lir. 9 sold. $4\frac{694036}{1752000}$ danari; e per la seconda 4107 lir. 19 soldi, $11\frac{214343943123}{351100800000}$.

Secondo l' Annot. I. n.° II. Prop. VI. sarebbe possibile che ciascheduno de' cinque fattori avesse cinque cifre decimali meno. Ma nel presente caso diffalcando ciaschedun fattore di questo numero di cifre decimali; l'ultimo risultato, o sia prodotto riesce minore del bisogno. Levandone però quattro, l'ultimo prodotto si trova essere $4107.998 = 4107$ lir. 19 soldi, 11 dan. come prima.

PROPOSIZIONE XIII.

Problema X.

Tizio il primo giorno di Marzo impiega verso Sempronio il capitale di 158205 lire, 10 soldi, 7 danari all'annuo interesse di 10 lire, 9 soldi, 5 danari per 100 con i seguenti patti, 1.° che Sempronio non pagherà gli interessi che nell' atto di restituire il capitale. 2.° che questa restituzione egli dovrà fare dopo 6 anni compiti. 3.° che in caso di contravvenzione o in tutto, o in parte al secondo patto, l'interesse della somma non pagata anderà crescendo successivamente ogni anno d'un ventesimo; di maniera che se prima pagava 10 lir. 9 sold. 5. dan. per 100; dopo il prescritto termine pagherà il primo anno $10.^{l.}\ 9.^{s.}\ 5.^{d.} + \frac{10.^{l.}\ 9.^{s.}\ 5.^{d.}}{20} = 10.^{l.}\ 19.^{s.}\ 10\frac{13}{20}$ dan.; il secondo anno $10.^{l.}\ 19.^{s.}\ 10\frac{13}{20}$ dan. $+ \frac{10.^{l.}\ 19.^{s.}\ 10\frac{13}{20}}{20} = 11.^{l.}\ 10.^{s.}\ 10\frac{233}{400}$ danari; e così di seguito, rimanendo però sempre in libertà di Sempronio il pagare a Tizio ogni anno quella parte della somma dovutagli, che a lui piacerà. Sempronio compiti i primi sei anni rende a Tizio

il capitale; e ritiene la somma de' frutti prodotti dal medesimo capitale; ed alla fine del seguente anno paga a Tizio la detta somma, e ne ritiene i frutti; e così egli fa successivamente fino a tanto che dopo 7 anni, 6 mesi, e 15 giorni oltre i sei pattuiti si risolve di soddisfare interamente Tizio. Si domanda quanto Sempronio debba ultimamente pagare a Tizio.

SOLUZIONE.

Per poco che si rifletta si scorge subito che la quantità cercata è composta di due parti; cioè dell' interesse del settimo anno dopo i primi sei, e della parte dell' interesse dell' ottavo proporzionale alla parte 6 mesi, 15 giorni dello stesso ottavo anno. Ora la prima di queste parti si trova moltiplicando dieci fattòri successivamente l'uno dopo l' altro tra loro; cioè il capitale, suo corrispondente interesse diviso per 100 e 6 anni, ed in seguito ciascheduno degli interessi variabili di sette anni; la seconda esige che si continui la moltiplicazione per l' interesse variabile dell' ottavo anno trascorso dopo i primi sei, o sia del quattordicesimo computato dal principio dell' impiego, e finalmente per la parte 6 mesi, e 15 giorni dello stesso quattordicesimo anno.

Siccome però toltone il primo, e terzo fattore, gli altri tutti sono *puramente decimali*; quindi usando le equazioni recate nell' Annot. II. alla Prop. X. Par. I. sarà $g=3$, $\pi=6$, $\phi=1$, e tutte le altre lettere saranno $=0$. Dunque secondo le medesime equazioni il primo fattore dovrà avere cifre decimali $3+1+1+2=7$; il secondo $3+6+1+1+2=13$, e così degli altri. Per la qual cosa i fattori ridotti saranno i seguenti.

Capitale ridotto lire	158205.5291666
Interesse ridotto, e diviso per 100	.1047083333333
Tempo anni	6.000000000000
Interesse variabile del 7.° anno	.1099437499999
Interesse variabile dell' 8.° anno	.1154409374998
Interesse variabile del 9.° anno	.1212129843747
Interesse variabile del 10.° anno	.1272736335934
Interesse variabile dell' 11.° anno	.1336373152730
Interesse variabile del 12.° anno	.1403191810366

Intereſſe variabile del 13.° anno .147335140088
Intereſſe variabile del 14.° anno .154701897092

Sei meſi, e 15 giorni $= \frac{199}{365}$ anni .545205479452

Moltiplico adunque tra loro i primi tre fattori, ed ho il prodotto 99392.62369888, traſcurate le ulteriori cifre *incerte*, il qual prodotto è la ſomma degli intereſſi del capitale pel decorſo de' primi ſei anni.

Moltiplico in ſeguito queſta ſomma per il quarto fattore *ridotto*, ed il prodotto, che quindi ne naſce per il quinto; e così ſucceſſivamente. Porrò qui tutti i ſucceſſivi prodotti per ſoddisfazione di chi voleſſe prenderſi l'incomodo di riſcontrare il calcolo.

Moltiplicando i primi tre fattori ſi ha 99392.62369888
Moltiplicando per il quarto ſi ha... 10927.597771763
Moltiplicando per il quinto ſi ha... 1261.492131392
Moltiplicando per il ſeſto ſi ha..... 152.906226008
Moltiplicando per il ſettimo ſi ha.... 19.461312813
Moltiplicando per l'ottavo ſi ha...... 2.600757594
Moltiplicando per il nono ſi ha...... 0.3649361756
Moltiplicando per il decimo ſi ha..... 0.05376794956
Moltiplicando per l'undecimo ſi ha.... 0.08318001485
Moltiplicando per l'ultimo ſi ha...... 0.00443501998

Dunque le due quantità da pagarſi ultimamente da Sempronio ſono 0.053 lire = 1 ſoldo. $0\frac{12}{100}$ danari; e 0.004 lir. $= \frac{96}{100}$ danari = 1 dan.

Annotazione.

Col metodo comune ſi trova per la prima quantità 1 ſoldo $0.\frac{148446690283295583521939091 13}{164156206417654579200000000000}$; e per la ſeconda $1\frac{28891032007027374 90}{368130142267625452 91}$ danari.

Ecco il calcolo parimenti tutto diſteſo.

Primo fattore *esatto*	158205 lir.	10 sold.	7 dan.
Secondo fattore *esatto*. . .	10	9	5
Terzo fattore *esatto*	6 anni		
Quarto fattore *esatto* . . .	10 lir.	19 sold.	$10\frac{13}{20}$ dan.
Quinto fattore *esatto* . . .	11	10	$10\frac{233}{400}$
Sesto fattore *esatto*	12	2	$5\frac{893}{8000}$
Settimo fattore *esatto*. . .	12	14	$6\frac{90753}{160000}$
Ottavo fattore *esatto* . . .	13	7	$3\frac{945813}{3200000}$
Nono fattore *esatto*	13	0	$7\frac{42262073}{64000000}$
Decimo fattore *esatto*. . .	14	14	$8\frac{55503533}{1280000000}$
Undecimo fattore *esatto*. .	15	9	$4\frac{21645574193}{25600000000}$
Duodecimo fattore *esatto* $\frac{199}{365}$ anni			

Ora moltiplicando tra loro i primi tre fattori esatti, e dividendo il prodotto per 100 si ha esattamente 99392 lir. 12 sold. $5\frac{2750}{4000}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto per il quarto fattore, e dividendo per 100, si ha 10927 lir. 11 sold. $11\frac{993246523}{1920000000}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto per il quinto fattore, e dividendo per 100 si ha il nuovo prodotto 1261 lir. 9 sold. $10\frac{2055830553923859}{18432000000000000}$ danari.

Moltiplicando

Moltiplicando questo prodotto per il sesto fattore, e dividendo per 100, nasce il nuovo prodotto esatto 152 lir. 18 sold. $3\,\frac{252731340572}{1179648000000}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto per il settimo fattore, e dividendo per 100, si ha 19 lir. 9 sold. $2\,\frac{3239172726199355000716}{4529848320000000000000}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto esatto per l'ottavo fattore, e dividendo per 100 nasce il nuovo prodotto 2 lir. 12 sold. $0\,\frac{63254753561404972742550615}{347892350976000000000000000}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto per il nono fattore, e dividendo per 100, si ha 7 soldi $3\,\frac{312432325314428999820039355609417324895}{534362651099136000000000000000000000000}$ danari.

Perchè dall'una parte i rotti cominciano a divenire intrattabili, e dall' altra il numeratore della frazione del precedente prodotto può, come ogn'un vede, senza alcun sensibile errore supporsi eguale a 31243232531442 9, nè la differenza di questo numero dall' esatto può far nascere alcuna sensibile variazione nel restante del calcolo; quindi per non gettare inutilmente e fatica e tempo, in luogo dell' ultimo precedente prodotto prenderemo 7 soldi, $3\,\frac{312432325314429}{534362651099136}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto per il decimo fattore, e dividendo per 100, si ha il nuovo prodotto 1 soldo $0\,\frac{14844669028329558352193909113}{16415620641765457920000000000}$ danari.

Moltiplicando questo prodotto per l' undecimo fattore, e dividendo per 100, si ha $1\,\frac{98600303295914 0456}{10085757322400 69734}$ danari.

Finalmente moltiplicando questo prodotto per l'ultimo fattore, si ha l'ultimo prodotto $1\,\frac{288910320070273749 0}{36813014226762545291}$ danari.

Annotazione I.

Secondo questo calcolo le due quantità da pagarsi da Sempronio sono, la prima 1 soldo o $\frac{14844}{16415}$ ecc. danari; la seconda 1 $\frac{2889}{36813}$ ecc. danari.

Dall' ultimo prodotto trovato col nostro metodo si scorge subito che sarebbe stato inutile il diminuire ciascheduno de' dodici fattori difettosi di qualche cifra decimale.

Annotazione II.

Gli esempj che abbiamo apportati ne' Problemi della seconda Parte fanno abbastanza vedere la corrispondenza che passa tra la pratica e la teoria che abbiamo esposta nella prima Parte, la quale corrispondenza se si scorge in ogni altro esempio, ne' due recati ne' Problemi VII. e X si dà particolarmente a divedere; nel primo de' quali coll' assegnato metodo si è limitato l' ultimo prodotto fino a quell' unico momento, al quale volevasi esso limitare; e nel secondo dopo la moltiplicazione di tanti fattori si è trovato quell' unico danaro, che contiene il prodotto esatto. In più luoghi poi si è avvertito essere stato necessario ne' *difettosi* fattori il numero de' decimali determinato dalle nostre equazioni per limitare l' ultimo prodotto a quel preciso difetto, che si desidera.

Perchè però l' induzione cavata da' nostri esempj non forma una regola generale, perciò conviene che togliamo di mezzo quelle difficoltà, che nella pratica della nostra teoria potrebbono occorrere. Ed in primo luogo la difficoltà che potrebbe nascere dalla differenza che passa tra le cifre *sicure* ed *esatte* de' prodotti (Annot. III. n.° 11 Par. II.) si toglierà, ogni qual volta il Problema esiga tanta delicatezza, col mezzo dei Coroll. della Prop. VII. Par. I. L' eccezione poi, che a questo Corollario abbiamo fatta nella seguente Annotazione, si toglierà parimente col mezzo della Prop. IV. Par. II. ed Annot. III n.° III.

La seconda difficoltà nasce da quanto si è detto nell' Annot. I. della stessa Prop. IV. Par. II. riportato a ciò che si è notato nell' Annot. III. n.° II. Ma questa difficoltà verrà parimenti levata nella riduzione che si farà delle decimali frazioni alle frazioni comuni. Imperocchè quanto rimarrà oltre le unità componenti quella frazione comune, alla quale si è voluto limitare l'ultimo prodotto, indicherà doversi accrescere d'una unità la medesima comune frazione. Così nell' esempio recato nella citata Annotazione I. riducendo la frazione 0.0195 a giorni ed ore; si trova 7 giorni, 2 ore, e rimane $\frac{82}{100}$ d'ora; la quale frazione indica doversi accrescere d'una unità le 2 ore. Per questa ragione nell'ultimo prodotto del Prob. X. alla frazione de' danari si è sostituito il danaro. Generalmente poi prescindendo dall'accrescimento, di cui abbiamo parlato nella Prop. IV. Par. II. sarà sempre vero, che il difettoso prodotto trovato colle regole, che abbiamo date nella prima Parte, differirà dal prodotto esatto meno di una di quelle parti, o unità che formano, e compongono l'ultima frazione comune, alla quale si è voluto limitare il medesimo difettoso prodotto.

Con ciò credo, se non erro, di avere soddisfatto generalmente al proposto Problema „ Supposto che debbansi moltiplicare tra loro alcuni fattori difettosi in qualunque nu-
„ mero, determinare il preciso numero di caratteri decima-
„ li, che a ciascheduno de' medesimi devesi assegnare, acciocchè
„ l'ultimo prodotto si trovi limitato a quel preciso difetto,
„ nè più nè meno, che si desidera.

APPENDICE.

ABbiamo negli addotti esempj fatta per disteso la moltiplicazione de' numeri *decimali* per dare più chiaramente a divedere la corrispondenza della pratica coll' esposta teoria. Per altro, come abbiamo avvertito nell' Annot. V. al Coroll. VIII. della Prop. VI. Par. I., la medesima moltiplicazione si può accorciare di molto nella seguente maniera.

I. S' inverta l' ordine delle cifre di tutti i fattori eccettuatone uno. Così a cagion d' esempio se i fattori saranno due, e si dovrà moltiplicare 34.82638 per 85; s' inverta il secondo scrivendolo così 58. In seguito questo si collochi sotto il primo in maniera, che la cifra 5 della unità si trovi sotto una cifra decimale inferiore di due gradi almeno a quella che si vuol ritenere nel prodotto, avvertendo che ogni qual volta nel primo fattore non vi fosse un numero sufficiente di caratteri decimali, questo deesi supplire col mezzo di zeri aggiunti. Così nell' addotto esempio, se si vorranno nel prodotto ritenere tre caratteri decimali, si scriverà il secondo fattore sotto il primo nel seguente modo.

```
34.826380
       58
```

II. La moltiplicazione di ciascheduna cifra del moltiplicatore si comincierà per la cifra del moltiplicando, che le sta immediatamente sopra, senza avere alcun riguardo a quelle, che nello stesso moltiplicando vengono in seguito a diritta. Così la cifra 5 del moltiplicatore 58 si comincierà a moltiplicare per l' 8 che le sta sopra, sprezzato il zero.

III. Tutti i particolari prodotti, che nascono dalla moltiplicazione di ciascheduna cifra del moltiplicatore, si scriveranno l' uno sotto l' altro in maniera che la prima cifra alla destra di ciascheduno si trovi sotto la prima cifra del primo.

IV. Se i fattori decimali saranno molti, si osserverà nella loro moltiplicazione quanto si è detto nei n.i II. e III., e nel prodotto si renderanno col solito punto decimali tanti caratteri, quanti ha il moltiplicando + 1, e questo numero si diminuirà di tante cifre, quante sono quelle, che formano la parte intera del moltiplicatore. Così dovendo moltiplicare

il fattore a per il fattore b, se quello avrà cifre decimali n.° p; e questo avrà cifre *intere* numero n; il numero de' caratteri decimali da assegnarsi al prodotto $a \times b$ dovrà essere $p + 1 - n$.

Ecco l' applicazione di questo accorciamento a ciascheduno de' Problemi della seconda parte.

I.

34.826380
58
―――――――――
27861104 0
17413190
―――――――――
Prodotto 2960.242|30

II.

40.29160
522.3
―――――――――
1208748 0
805832
80582
20145
―――――――――
Prodotto 129.940|39

III.

34.420833 0
5.054
―――――――――
137683332 0
17210416 5
0
1721040
―――――――――
Prodotto 15506.585|25

IV.

	2.319440
	525.44
	927760
	92776
	115970
	4638
	1155
	103.272|99
Prodotto	103.273

V.

	12.5291666
	116845.051
	125291666
	62645830
	6264555
	501116
	10016
	750
	12
Prodotto	1886.248|46

VI.

	130.645254
	5550863.71
	130645254
	91451675
	3919356
	783870
	104512
	650
	65
	5
	2269.053|87
Prodotto	2269.054

Lo ſteſſo prodotto ſi ha moltiplicando gli altri due fattori 17.36805555, e 130.6452546 del medeſimo Problema.

E moltiplicando i ſattori 130.64525462; e 17.368055555 dello ſteſſo Problema, ſi ha il ſeguente prodotto.

```
    1 3 0.6 4 5 2 5 4 6 2
    5 5 5 5 5 0 8 6 3.7 1
  ---------------------------
    1 3 0 6 4 5 2 5 4 6 2
      9 1 4 5 1 6 7 8 2 2
        3 9 1 9 3 5 7 6 2
          7 8 3 8 7 1 5 0
          1 0 4 5 1 6 1 6
                6 5 3 2 0
                  6 5 0
                    6 5
                      5
   ------------------------
    2 2 6 9.0 5 4 0 3|8 2
```

Prodotto 2269.05404

VII.

```
      1 3 0.0 2 3 4 3 7 5
        2 2 7 4 8 2 1 6.9
  ---------------------------
  1 1 7 0 2 1 0 9 3 7 5
        7 8 0 1 4 0 6 2 2
            1 3 0 0 2 3 4 3
            2 6 0 0 4 6 8
            1 0 4 0 1 8 4
                5 2 0 0 8
                  9 1 0 0
                    2 6 0
                      2 6
  ---------------------------
```

Prodotto 1249.8954|386

Nello ſteſſo Problema moltiplicando gli altri due fattori ſi ha il prodotto come ſegue.

```
             1 3 0.0 2 3 4 3 7 5 0
             2 2 2 2 7 4 8 2 1 6.9
         -------------------------
         1 1 7 0 2 1 0 9 3 7 5 0
             7 8 0 1 4 0 6 2 5 0
               1 3 0 0 2 3 4 3 7
                 2 6 0 0 4 6 8 6
                 1 0 4 0 1 8 7 2
                       5 2 0 0 9 2
                         9 1 0 1 4
                           2 6 0 0
                             2 6 0
                               2 6
                                 2
         -------------------------
         1 2 4 9.8 9 5 4 3 9 8|9
Prodotto 1 2 4 9.8 9 5 4 3 9 9
```

VIII.

```
               3·3 8 1 9 4 4 4 4
               3 3 3 3 3 3 3 3·3
             -------------------
             1 0 1 4 5 8 3 3 3 2
               1 0 1 4 5 8 3 3 2
                 1 0 1 4 5 8 3 2
                   1 0 1 4 5 8 2
                     1 0 1 4 5 7
                       1 0 1 4 3
                         1 0 1 4
                             9 9
                               9
             -------------------
1. Prodotto  1 1.2 7 3 1 4 8 0|0
             3 3 3 3 3 3 8 5.2
             -------------------
             2 2 5 4 6 2 9 6 0|0
               5 6 3 6 5 7 4 0
                 9 0 1 8 5 1 2
                   3 3 8 1 9 3
                     3 3 8 1 9
                       3 3 8 1
```

```
                          3 3 6
                            3 3
                              3
                ---------------
2.° Prodotto      2 9.1 2 2 2 9 7 7
                  6 6 6 1 9 2 3.0 5
              ---------------------
              1 4 5 6 1 1 4 8 8 5
                      8 7 3 6 6 8 7
                        5 8 2 4 4 4
                        2 6 2 0 9 8
                            2 9 1 2
                            1 7 4 6
                              1 7 4
                                1 2
              ---------------------
              1 4 6 5.7 0 0|8 5 8
Ult.° Prodotto 1 4 6 5.7 0 1
```

I X.

```
    3 0 5 0 0.3 2 9 1 6 6 6
              5 7 8 2 5 0.
  -------------------------
                          0
    1 5 2 5 0 1 6 4 5 8 3 0
        6 1 0 0 0 6 5 8 3 2
        2 4 4 0 0 2 6 3 2 8
          2 1 3 5 0 2 3 0 3
            1 5 2 5 0 1 6 0
  -------------------------
    1 6 1 2.7 0 4 9 0 4 5 3
      8 7 1 9 1 2 8 0 8.0 1
  -------------------------
    1 6 1 2 7 0 4 9 0 4 5 3
      1 2 9 0 1 6 3 9 2 3 2
          1 2 9 0 1 6 3 9 2
              3 2 2 5 4 0 8
                1 6 1 2 7 0
                1 4 5 1 4 3
                    1 6 1 2
                    1 1 2 7
                      1 2 8
```

17430.4680765

333333807230.

0

52291404228

3486093614

1220132760

13944368

522912

52290

5229

522

51

3

570.121559770

50254974502.7

570.121559770

50254974502.7

3990858918390

114024311954

28506077795

2280486620

39908505

5131089

228048

28505

1140

25

Ult.° Prod.° 4107.999184071

X.

158205.5291666

333333807401.

1582055291666

63282211664

11074387037

126564416

```
        4746165
         474615
          47460
           4746
            474
             45
              3
---------------
 16565.43728291
              6
---------------
 99392.62369746
 99999473499O1.
---------------
 99392.62369746
   894533613273
    89453361321
     3975704944
      298177869
       69574834
        3975704
         894528
          89451
           8937
            891
             81
---------------
10927.597771579
 8994739044511.
---------------
10927597771579
 1092759777157
  546379888575
   43710391084
    4371039108
      98348373
       3278277
        764925
         43708
          9828
           981
            80
```

```
1261.4621313675
    7473489212121
-----------------
1261.4921313675
    7473489212121.
-----------------
  12614921313675
   2522984262734
    126149213136
     25229842626
      1261492131
       252298426
       113534289
        10091936
          504596
           37842
            8827
             504
              84
-----------------
 152.90922600806
   4395336372721.
-----------------
 152.90922600806
   3058184520160
   1070364582056
     30581845200
     10703645820
       458727678
        91745532
         4587276
          458727
           76450
           13761
             456
              60
-----------------
 19.461312803982
    372513736331
-----------------
  19461312803982
   5838393841194
    583839384117
```

```
          1 1 6 7 6 7 8 7 6 8 1 8
              5 8 3 8 3 9 3 8 4 0
              1 3 6 2 2 9 1 8 9 6
                  5 8 3 8 3 9 3 6
                    1 9 4 6 1 3 1
                      9 7 3 0 6 5
                        3 8 9 2 2
                        1 3 6 2 2
                            5 8 2
   ------------------------------
   2.6 0 0 7 5 7 5 9 4 7 1 0 5
     6 6 3 0 1 8 1 9 1 3 0 4 1
   ------------------------------
   2.6 0 0 7 5 7 5 9 4 8 1 0 5
   1 0 4 0 3 0 3 0 3 7 9 2 4 0
         7 8 0 2 2 7 2 7 8 4 4
           2 6 0 0 7 5 7 5 9 4
           2 3 4 0 6 8 1 8 3 1
               2 6 0 0 7 5 7 5
               2 0 8 0 6 0 5 6
                   2 6 0 0 7 5
                       7 8 0 0
                       1 5 6 0
                         1 5 6
   ------------------------------
   .3 6 4 9 3 6 1 7 5 6 7 8 3 6
      4 8 8 0 0 4 1 5 3 3 7 4 1
   ------------------------------
    3 6 4 9 3 6 1 7 5 6 7 8 3 6
    1 4 5 9 7 4 4 7 0 2 7 1 3 2
      2 5 5 4 5 5 3 2 2 9 7 4 6
        1 0 9 4 8 0 8 5 2 7 0 1
          1 0 9 4 8 0 8 5 2 6 8
            1 8 2 4 6 8 0 8 7 5
                3 6 4 9 3 6 1 7
                1 4 5 9 7 4 4 4
                      2 9 1 9 2
                        2 9 1 2
                          1 4 4
 --------------------------------
 .0 5 3 7 6 7 9 2 2 5 6 6 8 6 7
      8 2 9 0 7 8 8 1 0 7 4 5 1.
```

```
    0 5 3 7 6 7 9 2 2 5 6 6 8 6 7
      2 6 8 8 3 9 6 1 2 8 3 4 3 0
        2 1 5 0 7 1 6 9 0 2 6 7 2
          3 7 6 3 7 5 4 5 7 9 6 2
                5 3 7 6 7 9 2 2 5
                4 3 0 1 4 3 3 7 6
                  4 8 3 9 1 1 2 8
                    3 7 6 3 7 5 3
                        4 8 3 8 4
                          1 0 7 4
                            4 2 4
  . 0 8 3 1 7 9 9 9 6 2 3 8 2 9 5
        0 2 5 4 9 7 4 5 0 2 5 4 5.
    4 0 5 8 9 9 9 8 1 1 9 1 4 7 5
      3 3 2 7 1 9 9 8 4 9 5 3 1 6
        4 1 5 8 9 9 9 8 1 1 9 1 0
          1 6 6 3 5 9 9 9 2 4 7 6
              4 0 5 8 9 9 9 8 1 0
                3 3 2 7 1 9 9 8 4
                  5 8 2 2 5 9 9 3
                    7 3 8 6 1 9 1
                      3 3 2 7 1 6
                        4 1 5 8 5
                          1 6 6 2
Ul.° Pr.° .0 4 4 3 5 0 1 7 9 9 2 0 9 1 1 8
```

DELLA COSTRUZIONE

D'UN TERMOMETRO AD INDICE.

Del P. Giovambatista da S. Martino.

IN un ſecolo di diſcuſſione, e di analiſi, quale è il noſtro, ove il corſo rapido delle idee non è più trattenuto dagli oſtacoli, che l'ignoranza vi ſolea opporre; quando la meditazione, ed il travaglio non ceſſano di perfezionare ogni coſa; mentre il tutto progrediſce con la maggiore energia; ed allorchè ſotto a' noſtri occhj medeſimi le diſcipline, le ſcienze, le manifatture, le arti van percorrendo una carriera immenſa; in un ſecolo, io dico, di tanta efferveſcenza, e di luce, ove ogni coſa tende, e par che ſia giunta al ſublime, non ſi ſa poi concepire, come il Termometro, quell' iſtrumento sì eſſenziale ai progreſſi delle noſtre cognizioni, e che tiene il più intimo rapporto co' biſogni dell'uomo, quaſi che sfuggito ei foſſe all'attenzione dei Fiſici, non ſieſi giammai allontanato di un paſſo dalla ſemplice ſua coſtruzione primiera. In fatti da *Drebbellio*, che fu il ſuo primo inventore, fino a' noſtri bei giorni, niun cambiamento è ſtato mai praticato intorno alla ſua montatura; l'unico arneſe, di cui ha fatto mai ſempre comparſa, fu quello di una ſemplice palla ſoffiata all'eſtremità di un cannello; le attenzioni ſteſſe più ſerie dell'*Accademia del Cimento*, d'un *Amontons*, d'un *Bernulli*, d'un *Fahrenheyt*, d'un *Cavendiſh*, d'un *Kraſt*, d'un *Reaumur*, d'un *de Luc*, d'un *Lorgna* furono unicamente dirette a renderne più eſatte le indicazioni, ſenza averne punto variata la forma eſteriore: ſicchè quel medeſimo triviale aſpetto, ch'ei preſentava due ſecoli fa, lo ha coſtantemente ritenuto, e con pochiſſima variazione tuttavia lo conſerva. Furono, egli è vero, progettati di tempo in tempo, ed anche eſeguiti varj altri Termometri diverſamente modellati; come quelli a diaccio, a mattone, a teſtug-

gine; ma poichè non giunſero mai ad eſſere nè autenticati dall'uſo, nè avvalorati dai ſuffragi del Pubblico, baſterà perciò averli nominati, ſenza prenderci la briga di metterli a calcolo.

Non ſarà quindi, mi luſingo, diſcaro agli amatori delle ſiſiche produzioni, ſe porgo loro la deſcrizione d'un Termometro a mercurio, in tutt'altra guiſa coſtruito dagli uſuali, e comuni; il quale, mediante un indice, che dee girare ſul proprio aſſe, viene indicando i gradi della varia temperatura notati alla circonferenza di un quadrante. Egli è più di due luſtri, dacchè avendo coſtruito ad indice il mio Igrometro con tunica villoſa, cercava di dare anche al Termometro una montatura analoga. Le molte, e varie difficoltà, che m'inſorſero, furono il motivo, che ne abbandonaſſi per allora l'idea: ed ora ſenza punto ricercarla, mi ſi è offerta ſpontaneamente al penſiere. Niuno meglio di me conoſce la piccolezza di queſto ritrovato; eſſo non merita per verun conto di eſſere annoverato nella ſerie di quelle luminoſe ſcoperte, che fanno onore all'umanità; non ſi tratta, che di variare unicamente il meccaniſmo ad uno ſtrumento, il quale già prima eſiſteva. Pure il meccaniſmo è nuovo tra noi, e lo è altresì, per quanto io mi ſappia, anche altrove; e tutte le coſe nuove hanno il vantaggio di eſſere accolte con gradimento, e con piacere. Io ſon certo altresì, che quando ſarò giunto a ſpiegare il mio diſegno, ſembrerà eſſo men degno di riputazione, e di ſtima; ma un pregiudizio egli è queſto comune a tutte quelle verità, le quali ci ſi preſentano in tutta la loro naturale ſchiettezza. Quando ſiam giunti a comprenderle, noi rimanghiamo ſtorditi, che per tanto tempo ſe ne ſieno rimaſte avviluppate, e ſepolte, ſenza preſentarſi alla mente degli uomini. Enuncierò dunque in brievi termini la mia idea; darò una ſpiegazione ſuccinta del nuovo Termometro ad indice; inſegnerò la maniera di coſtruirlo; e preverirò in fine alcune obbiezioni, che potrebbero eſſer fatte intorno alla ſua montatura.

La figura prima della Tavola anneſſa rappreſenta il novello ſtrumento oſſervato di proſpetto. Egli è coſtruito ſulla forma di una teca rotonda, lavorata nel ſuo contorno a cornici, a indorature, a intagli, come meglio può piacere

al

al gusto particolare di ciascuno. Si erge la teca, ed è sostenuta dal suo piedestallo, travagliato esso pure con que' lavori, che ad altri vanno meglio a grado. In fine un cristallo convesso al di fuori, simile nella forma a quelli degli oriuoli da tasca, cuopre la superficie del quadrante, e dà compimento al lavoro. La figura seconda mette sott'occhio il Termometro stesso, ma veduto in profilo. Qui facilmente si scuopre il meccanismo, che dee dar moto all'indice, onde abbia a marcare i gradi della varia temperatura. Quindi *ABCDEF* è una caraffina di vetro piena di mercurio, il quale dilatandosi, o restringendosi, secondo i varj gradi del caldo, o del freddo, fa alzare, od abbassare il galleggiante *D*, che poggia alla superficie del mercurio stesso. Consiste questo galleggiante in un tubettino di vetro, contenente alcune goccie di mercurio, e può giungere a peso di dieci, o dodici grani. Si sospende ad un filo avvolto per l'altro capo attorno alla girella *H*; e vien poi sormontato dal contrappeso *G*, di cinque, o sei grani, pendente esso pure da un filo accomandato alla girella stessa. Sicchè quando il mercurio cresce, e si dilata pel calore, esso porta in alto il galleggiante, ed allora il contrappeso fa girar l'indice a destra; per l'opposto allorchè, mediante il freddo, il mercurio si restringe, e discende, con esso discende pure il galleggiante, il quale vincendo la resistenza del contrappeso, fa girar l'indice a sinistra. Questo in brievi termini è tutto l'artificio della nuova montatura, che per verità non può esser nè più semplice, nè più naturale. Ma affinchè il fisico esecutore sia in grado di costruire ogni cosa a dovere, si rendon necessarie alcune preliminari avvertenze.

Uno de' punti essenziali è quello di proporzionare in guisa le dimensioni, che quando sia compiuto il Termometro, l'indice non debba fare più di una sola rivoluzione. Ella è cosa troppo evidente, che se l'indice oltrepassasse questi limiti, si renderebbero ambigue le sue indicazioni, ed i termini estremi del freddo, e del caldo verrebbero a confondersi insieme. Non è però necessario, che l'istrumento abbia ad esprimere quel numero di gradi, che comunemente si osservano ne' Termometri ordinarj, cominciando da parecchi gradi al di sotto del ghiaccio, fino all'acqua bollente. Ba-

ſta, che il noſtro Termometro ſegni i ſoli gradi di calore, di cui ne' noſtri climi è ſuſcettibile l'atmosfera, il che parlando di un Termometro, il quale dee rimaner ſedentario entro ad una ſtanza, ſi riduce tutto al più a gradi 40 di *Reaumur*, cioè dai gradi dieci, o circa ſotto allo zero, ſino ai gradi 30 ſuperiori: e con queſto mezzo l'iſtrumento ſi rende anche vie più ſenſibile; per la ragione, che quanto è minore il numero de' gradi notati alla circonferenza di un quadrante, tanto più ampia rieſce l'eſtenſione di ciaſcun grado. Ora tutta l'arte conſiſte nel far sì, che la circonferenza della girella *H* ſia uguale alla diſtanza, che dee percorrere il mercurio nello ſcendere, e ſalire lungo il collo della caraffina, per la diminuzione, e per l'aumento di 40 gradi di calore. Suppongaſi perciò, che la detta girella abbia ſei linee del piede di Parigi di circonferenza. Imperciocchè quantunque una tale dimenſione ſia affatto arbitraria, pure atteſe tutte le circoſtanze troveremo eſſer deſſa la più conveniente. Ciò ſuppoſto, egli è neceſſario, che anche il mercurio della caraffina, paſſando dalla temperatura di gradi dieci ſotto allo zero, fino ai gradi 30 ſuperiori, che in tutti fanno la ſumma di gradi 40, non ſi aumenti, nè s' innalzi più di ſei linee, lungo il collo della caraffina. In tal maniera uguali eſſendo e la circonferenza della girella, e la ſalita del mercurio, l'indice conſeguentemente non farà che una ſola rivoluzione attorno al proprio aſſe, ed ogni coſa andrà a dovere. Ora per conſeguire la fin qui richieſta proporzione due coſe ſi rendon neceſſarie; la prima è quella d'indagare di quanto ſi aumenti il volume del mercurio fra due punti cogniti di calore; la ſeconda di ſtabilire quel rapporto tra la capacità del ventre della caraffina, e la capacità del ſuo collo, che a norma del conoſciuto aumento, di cui è capace il mercurio, determini la ſalita di ſei linee.

Il celebre, ed illuſtre Sig. Cav. *Lorgna*, che a titolo di onore, e di gratitudine io nomino, decoro già, ed ornamento della noſtra Italia, uomo inſigne nelle fiſiche, e nelle matematiche diſcipline, Inſtitutore, ed attual Preſidente della *Società Nazionale*; il Sig. *Anton-Mario Lorgna*, io dico, con numero ben grande di eſperimenti, che a tutta ragione io chiamo *originali*, e *primitivi*, ha ritrovato, che

dal punto del ghiaccio, che comincia a disciogliersi, fino al punto dell'acqua, che bolle, sotto a' pollici 27:6 del Barometro, il volume del mercurio si dilata da 10000 fino a $10159 \frac{55237}{360000}$. Dietro una scorta sì giudiziosa, ed esatta, fin dall'anno 1789 ho io pure istituita una serie di molte osservazioni, che esposi nell'*Articolo intorno alla maniera di correggere il Barometro* inserito nel Tomo secondo delle mie Opere. Da queste sperienze mi risultò, che il volume del mercurio al punto del ghiaccio, che si fonde, sta al volume del medesimo mercurio al grado dell'acqua bollente, nel tempo in cui il Barometro segna pollici 28, come 10000 a $10159 \frac{167}{1000}$. Ma posciachè per l'oggetto qui contemplato non si ricerca un'esattezza sì minuta; perciò, trascurando i rotti, possiamo a tutta sicurezza, e senza sensibile errore computare il detto aumento di $\frac{16}{1000}$: di maniera che se allo zero di Reaumur il volume del mercurio è come 1000, ei diviene prossimamente come 1016 al grado dell'acqua bollente. Ora essendo l'aumento del mercurio proporzionale ai gradi del calore, almeno fino a un certo punto; ne siegue, che se gradi 80 di calore aumentano il suo volume di $\frac{16}{1000}$; gradi 40 dovranno aumentarlo di $\frac{8}{1000}$, secondo la seguente analogia $80 : \frac{16}{1000} = 40 : \frac{8}{1000}$. Perciò posto il volume del mercurio a gradi dieci sotto il ghiaccio, come 1000; ei diverrà come 1008 ai gradi 30 superiori.

Conosciuto l'aumento, di cui è capace il mercurio pel calore di 40 gradi, nulla più ci resta, che a scegliere la caraffina *ABF* della fig. 2. la quale sia di tal calibro, che la capacità del suo ventre *AB* sia alla capacità di sei linee longitudinali del suo collo, cioè, da *C* fino ad *E*, nel già indicato rapporto di 1000 ad 8. A tale effetto stabiliscasi primieramente il diametro dello stesso collo di linee due di

Parigi: larghezza, che io giudico la più opportuna, sul riflesso, che se il detto collo fosse notabilmente più ampio, la salita del mercurio sarebbe poco sensibile, e per renderla tale, converrebbe accrescere in foggia enorme il corpo della caraffina; e se pel contrario il collo fosse molto più ristretto, servirebbe d'impedimento al galleggiante, il quale dee giuocare liberamente su e giù, senza urtare nelle pareti. In quanto alla sua lunghezza, basta che sia di un pollice, o circa. Quando siesi così stabilito il diametro del collo, noi giugneremo tosto a conseguire la desiata reciproca proporzione, come 8 a 1000 se il corpo della caraffina avrà dieci linee di diametro, e linee 30 di altezza. Imperciocchè essendo le capacità de' tubi in ragione composta delle basi, e delle altezze, e le basi essendo come i quadrati de' diametri; perciò due linee di diametro sopra sei linee di altezza daranno pel collo della caraffina la capacità di linee cubiche $18\frac{84}{100}$. Così pure linee dieci di diametro sopra 30 linee di altezza daranno la capacità di 2355 linee cubiche pel corpo della caraffina; la proporzione delle quali capacità è precisamente, come 8 a 1000, secondo la seguente formula $8 : 1000 = 18\frac{84}{100} : x = 2355$. Il che è appunto quello, che da noi si andava rintracciando.

La difficoltà di rinvenire un recipiente di una tal proporzione, e di un tal calibro non è tale, che abbia a sgomentar l'animo di chi che sia. Primieramente non è necessario, che tai rapporti sieno presi a tutto rigore di calcolo: basta averli per approssimazione. Che se di siffatte caraffine non fosse possibile averne alle fornaci; si può supplire col prendere un cilindro del diametro della caraffina sopra indicata, e alla fiamma della lampada innestarvi un cannello del diametro di due linee, che supplisca le veci del collo. Potremmo anche servirci di un tubo da Barometro della lunghezza di pollici 63 o poco più, chiuso da una parte, ripiegato più volte sopra se stesso, perchè occupi minore spazio, con l'avvertenza, che alla distanza di un pollice dalla estremità aperta prenda una direzione verticale per ricevere il galleggiante

alla superficie del mercurio. In tal guisa, occupando il mercurio alla temperatura di gradi dieci sotto allo zero pollici $62\frac{1}{2}$, che fanno linee 750; allorchè il calore verrà ad aumentarsi di 40 gradi, il mercurio salirà ad occupare altre sei linee, perchè $1000:8=750:6$ e noi otterremo anche per questa via la richiesta proporzione. In ogni caso si potrebbe anche all'estremità di un cannello da Barometro, sempre del diametro di due linee, soffiare una palla; la quale perchè serbasse la necessaria proporzione, converrebbe che avesse linee $16\frac{1}{2}$ per un di presso di diametro. Allora la sua capacità sarebbe di 2348 linee cubiche; ed il suo rapporto con la capacità di sei linee del cannello sarebbe come $997\frac{207}{471}$ ad 8 cioè meno di tre linee di differenza della esatta proporzione; il che è cosa affatto trascurabile. Contuttociò, non convien dissimularlo, i recipienti di figura sferica sono i meno opportuni di quelli di tutt'altra forma per l'uso qui ricercato. Imperciocchè il mercurio, che si trova al centro della palla, richiede più tempo per mettersi in equilibrio con la temperatura dell'aria, e l'istrumento riesce conseguentemente più tardo nelle sue indicazioni.

Ognun sa, che per la costruzione de' Termometri di qualunque maniera il mercurio merita la preferenza sopra qualunque altro liquore, che potesse impiegarsi. 1. Perchè il mercurio, ben purgato che sia, non si attacca sì facilmente alle pareti de' tubi; 2. perchè la sua dilatazione è proporzionale ai gradi del calore, almeno fino al punto dell' acqua bollente; 3. perchè essendo ottimo conduttore del calore, si riscalda, e si raffredda più prontamente di qualunque altro fluido; 4. perchè resiste senza congelarsi ai freddi anche straordinarj de' nostri climi, ed è suscettibile di un massimo calore prima di bollire. Oltre a tutte queste ragioni, il Termometro ad indice richiede di essere costruito a mercurio per un altro riflesso, cioè, perchè dovendo necessariamente rimanere aperto l'orificio *F* della caraffina, ogni altro liquore verrebbe ben presto a svaporare, e l'istrumento perderebbe così ogni suo pregio. Egli è necessario altresì purgare il mercurio da tutte le parti eterogenee, e farlo

bollire entro la caraffina ſteſſa per renderlo eſente da ogni particella di aria.

I calcoli, che più ſopra ho rapportati intorno alla capacità relativa tra il collo ed il ventre della caraffina, ſervono ſoltanto per ragguagliare in qualche guiſa la ſalita del mercurio con la circonferenza della girella, onde l'indice non abbia a compiere che una ſola evoluzione attorno al proprio aſſe. Ma tutte queſte attenzioni non baſtano, perchè l'iſtrumento ſegni con preciſione i gradi dell'attuale temperatura. A tale oggetto è neceſſario graduarlo, ſecondo la maniera ſolita a praticarſi cogli altri Termometri ordinarj, cioè, ſegnando in eſſo due termini, i quali ſervano di norma alla ſua graduazione. Siccome però, dopo di avere alleſtito l'iſtrumento, ſarebbe coſa troppo imbarazzante quella di dovere immergere la caraffina entro al ghiaccio, ed all'acqua riſcaldata, per fiſſarne i due punti normali; atteſochè la montatura ſteſſa ſervirebbe d' impedimento per operar comodamente; perciò in pratica ſarà coſa più facile il ſervirſi di una piccola ſtufa. Entro a queſta ſi chiude il Termometro ad indice, che ſi vuol graduare, unitamente ad un altro Termometro ordinario a mercurio, diviſo ſecondo la graduazione di *Reaumur*, oppur anche ſecondo quella di *Fahrenheyt*, ſe così piace. Indi col mezzo del ghiaccio ſi riduce la ſtufa ad una temperatura delle più fredde, come ſarebbe al termine del ghiaccio, oppure ai gradi 5 al di ſopra: dacchè non è punto neceſſario cominciare dal termine de' gradi dieci inferiori. Vi ſi laſciano gli ſtrumenti pel tratto almeno di mezz'ora; ed oſſervando poſcia il grado marcato dal Termometro ſemplice, ſi fa un punto, ove l'indice dell'altro ſe ne reſta immobile. In ſeguito ſi riſcalda la ſtufa medeſima fino ai gradi 25, o 30 ſopra il diaccio, vi ſi collocano di nuovo i due Termometri, e dopo un eguale ſpazio di tempo, ſi nota nella circonferenza del quadrante l'altro punto ſuperiore, dividendo in fine la diſtanza fra queſti due termini in tanti gradi, quanti ſaranno ſtati indicati dal Termometro ſemplice; e così rimane graduato l'iſtrumento.

Quantunque la ragione, e l'eſperienza ſi uniſcano di concerto a perſuaderci dell'ottima riuſcita del nuovo Termometro, pure io non dovea laſciarmi sfuggire alcune obbie-

zioni, che potrebbero eſſer fatte intorno alla ſua coſtruzione, ed al ſuo meccaniſmo. La prima fra queſte obbiezioni, che ci ſi offra al penſiere, è quella dell' attrito, il quale può ſervire di oſtacolo alla pronta e libera rivoluzione dell'indice. Queſta è quella oppoſizione medeſima, che altre volte fu fatta al Barometro del Signor *Hook*, coſtruito eſſo pure ad indice; ſenza per altro, che le appoſte difficoltà abbiano potuto impedire la rapida propagazione del medeſimo ſtrumento per tutta l'Europa. Contuttociò non ſi niega il fatto; nè convien diſſimulare queſta ſpecie di ritardo, cui poſſono andar ſoggette tutte le macchine di queſto genere. Ovunque vi ſia contatto, vi dee eſſere neceſſariamente anche attrito. Non per tanto ho l'onore di far rimarcare, che diminuendoſi l'attrito in ragione diretta alla minorazione delle ſuperficie, e delle maſſe; ſe ſi avrà l'attenzione, che l'indice, il perno, il filo, e tutto il reſtante ſieno ridotti alla poſſibile ſottigliezza, l'attrito diverrà tanto piccola coſa, che non ſarà per verun modo calcolabile. L'oſſervazione coſtante ſerve di conferma, e di prova a quanto vengo ora dall' aſſerire. Egli è omai oltre a dieci meſi, dacchè io ho coſtruito, e tengo preſſo di me queſto novello Termometro, nè ceſſando di viſitarlo più volte al giorno, il trovo di una eſattezza tale, che ſicuramente non mi ſarei neppure immaginata. Egli è ſenſibiliſſimo alle più leggiere impreſſioni dell'atmosfera. Eſſendo poſto accanto ad un Termometro ſemplice a mercurio, il ſiegue d'un paſſo il più uniforme in tutte le ſue variazioni. Baſta poi toccar ſemplicemente con la polpa di un dito la caraffina del mercurio, perchè l'indice ſalga toſto a viſta d'occhio. Il ſolo reſpiro della bocca, diretto a quella parte, è ſufficiente a metterlo in movimento. Se entro alla mia ſtanza venga da cotal ſervo ad introdurſi o neve, o fuoco, o diaccio, o che che altro capace di variarne la temperatura, fra tutti i circoſtanti deſſo è ſempre il primo ad accorgerſene, e a darcene pronto avviſo. Che ſe per tutto queſto intervallo fu sì puntuale nell'eſeguimento delle ſue indicazioni, non v'ha ragione alcuna di temere, che tale non ſia per mantenerſi anche per lunga ſerie d'anni.

La ſeconda difficoltà, che potrebbe eſſer promoſſa, è

quella del filo, cui è appeso il galleggiante; il quale essendo suscettibile di allungamento, e di contrazione, secondo la varia siccità, od umidità dell'aria, può indurre de' notabili sconcerti nelle indicazioni dell'istrumento. A tutti questi temuti sconcerti io pongo opportuno riparo con una cautela, ch'è delle più semplici. Immergo il filo, prima di farne uso, nell'olio di lino bollente, indi asciugato, il faccio passare leggiermente per la cera; nè dopo questa operazione il filo è più soggetto ad essere alterato. Per assicurarmene d'una maniera atta a conciliarsi la confidenza del pubblico, presi uno di questi fili della lunghezza di 20 piedi, gli praticai il surriferito artificio, ed avendolo in seguito fatto passare da un grado di massima siccità fino a quello della umidità estrema col tenerlo immerso nell'acqua per dodici ore continue, non diede il minimo segno di accorciamento: dovechè un altro filo di egual lunghezza, senza questo apparecchio, si raccorciò di quindici linee. Questa è una di quelle prove parlanti, la quale val più di quanti mai possano recarsi ragionamenti in contrario.

La necessità di dover tenere aperto l'orificio della caraffina contenente il mercurio può dar motivo ad una terza opposizione. Il mercurio ne' termometri ordinarj, che sogliono esser chiusi al di sopra, quando viene a dilatarsi pel calore, dee vincere nel salire la resistenza del proprio peso. Nel Termometro ad indice, che rimane aperto, oltre alla resistenza del proprio peso, incontra anche quella della colonna di aria, che vi gravita sopra. E siccome la gravità dell'aria non è sempre eguale in tutti i tempi, nè in tutti i luoghi, così il mercurio non trovando una resistenza sempre uniforme, dovrà esser vario, ed irregolare nella sua dilatazione. A questa speciosa difficoltà io rispondo, col riferire un'esperienza, che mi sembra dover esser decisiva. Nel lungo mio, e continuato esercizio di costruire de' Termometri ordinarj a mercurio, dopo che io gli avea chiusi ermeticamente, e notati in essi i due termini fissi del ghiaccio, e dell'acqua bollente, tornava di nuovo ad aprirli, e standosene così aperti, gli facea nuovamente passare all'acqua bollente, e al ghiaccio. Non è riferibile il gran numero di volte, che io ho ripetuta questa operazione, ove ho costante-

mente

mente rimarcato, che quando il mercurio era ben purgato dall' aria, esso indicava con la più scrupolosa precisione gli stessi termini del ghiaccio, e dell' acqua bollente, tanto se il Termometro era chiuso, quanto se era aperto. Il che prova evidentemente, che quando si abbia l' attenzione di ben purificare il mercurio dall' aria, non è punto necessario chiudere il Termometro alla sua estremità superiore.

Io so, che fino a quest' ora si è sempre creduto, e si continua tuttavia a credere, che per la esattezza di questi strumenti sia necessario il doverli chiudere: ma una tale opinione da altro non può esser derivata, se non se dal non aver fatto il dovuto riflesso al fluido, che s' impiega, se sia elastico, o no. Per rimarcarne la differenza, dobbiam farci risovvenire, che la forza espansiva del calore è una delle più potenti, che si riscontrino in natura. Se le sostanze, che ne vengono dilatate, sono prive di elasticità, niente può resistere all' impeto grandioso della loro dilatazione. Esse rompono, squarciano, infrangono ogni cosa, ed il peso dell' aria è meno di un atomo rimpetto alla forza energica di questa espansione. Non così avviene, allorchè i fluidi, che si riscaldano, sono compressibili, ed elastici. Questi, dilatati dal calore, cedono fino a un dato termine agli ostacoli, che incontrano in ragion combinata e della forza, che gli aumenta, e della resistenza, che loro è opposta. Mille esempj ne abbiamo di ciò sotto gli occhi, ed un momento solo di riflessione è bastante a farceli risovvenire. Ecco dunque la ragione del gran divario rapporto alla costruzione de' Termometri. Se noi facessimo uso di fluidi elastici, converrebbe necessariamente chiuderli al di sopra; perchè cedendo essi alla pressione dell' aria esterna, non seguirebbero esattamente la regolar dilatazione indotta dal calore. Ma finchè continueremo a servirci del mercurio, il quale non è punto compressibile, e finchè avremo l' attenzione di ben purgarlo dall' aria, potremo a talento lasciare aperto il tubo del Termometro, senza punto mancare alla sua esattezza, e senza temere verun ritardo dalla pressione dell' aria. Non lascieremo in fine di avvertire, che il purificare il mercurio dalla mescolanza dell' aria, come più sopra abbiamo accennato, è una delle cautele più essenziali; del che me ne sono convinto con

la ſeguente ſperienza. Eſtraſſi da un eſatto Termometro il ſuo mercurio, il quale era diligentemente purgato dall'aria, laſciando ſegnati lungo il cannello del medeſimo i due punti del ghiaccio, e dell'acqua bollente. Riempj in ſeguito lo ſteſſo ſtrumento di altro mercurio non purificato in tal doſe preciſamente, che poſto entro al ghiaccio, ſegnaſſe lo ſteſſo punto dello zero, che ivi era già prima notato. Fattolo indi paſſare all'acqua bollente, ſe ne rimaſe di alcuni gradi al di ſotto del termine colà marcato. Avendo poſcia ripetuta altre volte la medeſima ſperienza, conobbi, che queſto abbaſſamento era ſempre in ragione compoſta e alla quantità dell'aria rimaſta entro al mercurio, ed al peſo dell'atmosfera, che regnava al tempo dell'eſperienza.

Del reſto quantunque in gran parte ſvaniscano le oppoſizioni, che potrebbero eſſer fatte intorno alla coſtruzione del Termometro fin qui deſcritto; io non per tanto ſarò ſempre di buona fede co' miei leggitori, e ſpoglio d'ogni prevenzione, accorderò di buon grado, che trattandoſi di fiſiche ſperienze, ſarà ſempre miglior conſiglio ſervirſi del Termometro ordinario a mercurio: a quella guiſa che anche il Barometro Torricelliano merita per queſto riguardo la preferenza ſopra tutti gli altri complicati, e compoſti. Se con un zelo poco degno della imparzialità di un filoſofo io voleſſi ſoſtenere il contrario; il riſultato de' miei sforzi ſarebbe l'illuſione, e l'inganno. Contuttociò ſenza anche eſſer prevenuti, non potrà negarſi, che il Termometro ad indice non offra dei rimarcabili vantaggi affatto proprj della ſua coſtruzione. Serve eſſo primieramente a tutti gli uſi della ſocietà, e della vita umana, ove non ſi eſiga una dilicatezza affatto eſtrema, e porge allo ſteſſo tempo il beneficio di una graduazione ampla, comoda, eſteſa, e viſibile a qualunque occhio indebolito, ed infermo. Nel che ſono ordinariamente difettoſi, e mancanti i Termometri uſuali. Quindi le comuni querele, ed il poco lodevole conſiglio di appigliarſi a quelli, che vengono coſtruiti con lo ſpirito di vino per eſſere alquanto più diſcernibili, tuttochè ſommamente difettoſi per altri riguardi. Dalla ſenſibilità artificialmente accreſciuta di queſto ſtrumento ne ſiegue, che ogni grado di eſſo può eſſere agevolmente diviſo in parti decimali; e a ſtima d'occhio,

ſe ſi vuole, anche in parti centeſime. Finalmente oltre al comodo perſonale, ſerve anche per abbellimento della ſtanza; dacchè la ſua elegante ſtruttura può ricevere un riſalto non ordinario da tutti que' fregi, co' quali piacerà ad altri di volerlo adornare. Per la qual coſa io mi luſingo, che un Termometro di tal foggia ſia per incontrare un favorevole accoglimento preſſo tutte le perſone di genio; e che d'ora in poi comincerà ad aver luogo sì ne' pubblici, che ne' privati gabinetti, ove fra le altre macchine di Fiſica farà la ſua brillante ed onorevole comparſa.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Figura prima.

Offre la figura prima il Termometro ad indice, oſſervato in proſpetto.

QRST è una teca circolare adorna nel ſuo contorno a intagli, a indorature, a cornici, come meglio piace.

OP è un indice, il quale per un meccaniſmo, che rimane al di dietro, gira attorno al proprio aſſe, e ſegna i gradi della varia temperatura, marcati alla circonferenza del quadrante. Tutta la ſuperficie della teca ſi cuopre con un vetro concavo-conveſſo, ſimile a quelli degli oriuoli da taſca.

VZ è il piedeſtallo della teca, travagliato eſſo pure a cornici, a rilievi, a intagli, come meglio può gradire.

Figura seconda.

Rappreſenta la figura ſeconda il medeſimo Termometro ad indice, veduto in profilo.

ABCDEF è una caraffina di vetro piena di mercurio, aperta in *F*, e ſcelta di tal calibro, che arrivando il mercurio in *C* alla temperatura di gradi 10 ſotto allo zero di Reaumur, s'innalzi poſcia di ſei linee, ed arrivi in *E*, allorchè la temperatura è di gradi 30 al di ſopra.

H è una piccola girella di legno conſiſtente con una ſcanalatura nel ſuo contorno, nella quale riceve il filo *DG*. Queſta girella ha ſei linee di circonferenza, computandola dal fondo della detta ſcanalatura.

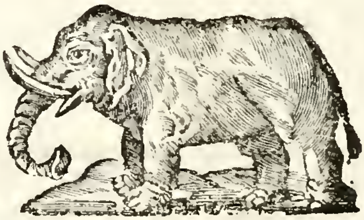
D è un galleggiante del peſo di 10, o 12 grani, il quale ripoſa ſulla ſuperficie del mercurio. Eſſo è formato di un tubettino, o boccetta di vetro, ſoffiata alla lampada, e contiene alquante gocce di mercurio. Pende queſto galleggiante da un filo, il quale è fiſſato, e ſi avvolge attorno alla girella *H*.

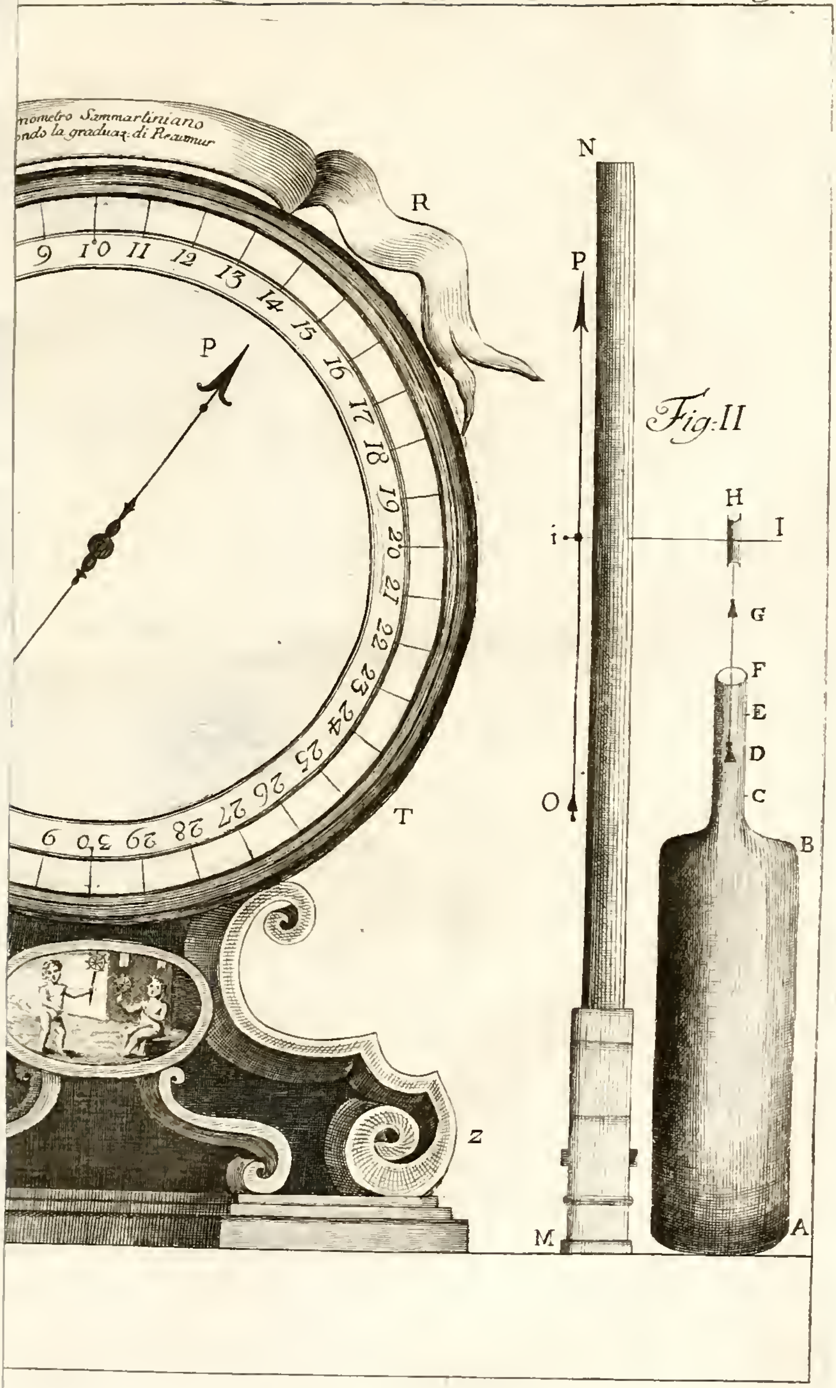
G è un contrappeſo, il quale può eſſere di piombo, o di qualunque altro metallo, dacchè non rimane eſſo in contatto col mercurio. Pende eſſo pure da un filo avvolto alla ſteſſa girella, e deve eſſer più leggiero del galleggiante, in guiſa che quando il mercurio innalza il detto galleggiante, eſſo faccia girar l'indice da una parte; e pel contrario quando il galleggiante diſcende, reſti vinta la forza del contrappeſo, e l'indice giri in ſenſo contrario.

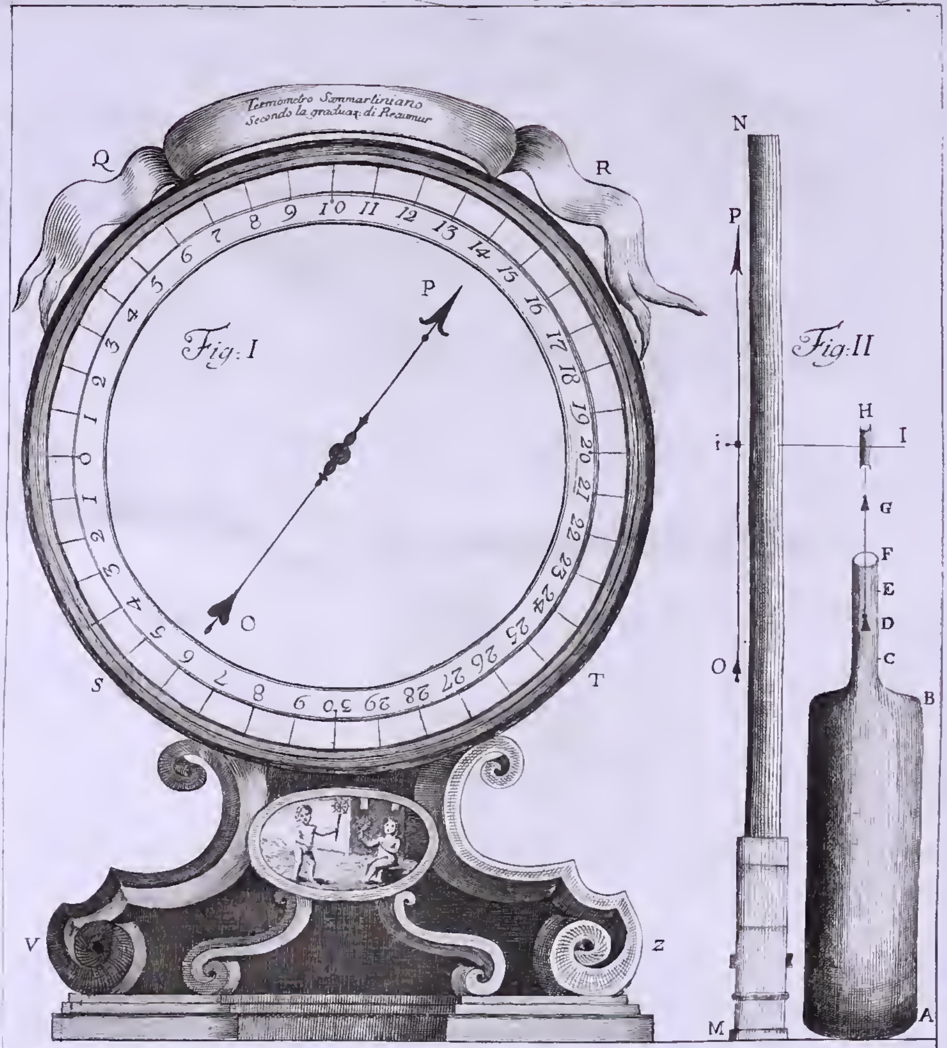
IL è il perno della girella *H*, il quale deve eſſer ſottiliſſimo quanto uno de' più minuti aghi da cucire.

OP è l'indice fermato all'eſtremità del perno *I*, il quale riceve il movimento dalla ſalita, e dalla diſceſa del mercurio, mediante il galleggiante, la girella, ed il contrappeſo.

MN è la teca medeſima della figura prima col ſuo piedeſtallo, oſſervata di fianco.




...nometro Sammartiniano
...ondo la graduaz: di Reaumur
9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 9
P
R
T
Z
N
P
i
O
M
Fig: II
H
I
G
F
E
D
C
B
A


Termometro Sammartiniano
Secondo la graduaz: di Reaumur
Fig: I
Fig: II
N
P
O
H
I
i
G
F
E
D
C
B
A
M
Q
R
S
T
V
Z

FENOMENO

DI ALCUNE VAMPE DI CALDO IN MEZZO AL FREDDO

Del Sig. Ab. Giuseppe Toaldo

MOnſignor *Lucio Doglioni* Decano della Cattedrale di Belluno, Letterato molto cognito, Socio Nazionale dell' Accademia di Padova, partecipommi un fenomeno particolare ſucceduto a Belluno nell' inverno 1791, il quale ſebbene ſia ſtato dolce e ſenza nevi qui al piano nella Marca Trivigiana e nella Lombardia tutta, regalò tuttavia le montagne forſe trenta volte di neve, quaſi ogni ſettimana, e queſte con proporzionato freddo. Ecco pertanto l' articolo della ſua lettera degli 11. Feb. 1791.

„ Più volte nello ſcorſo meſe di Gennajo, così al mon„ te, che al piano, abbiamo veduto cadere in poca quantità „ la neve, la quale, ſopraggiunto il Sirocco, ſi è a poco a „ poco dileguata a riſerva di quelle ſituazioni che guardano „ il Settentrione, ove fortemente agghiacciataſi ſi è finora „ mantenuta.

„ Nella notte de' 27 Gennajo ricominciò a cadere la „ neve, e continuò, benchè interrottamente, ne' giorni 28 „ e 29, talchè ne rimaſe all' altezza di un buon palmo ri„ coperto il terreno. Nella Domenica, cioè ai 30, ebbeſi „ vento freddo, che più gagliardo ſi fece anche ſentire nel „ giorno ſeguente de' 31, ſino all' avvicinarſi della notte; „ quando cangiataſi l' aria, verſo le cinque ore, ſi convertì „ in un vento *sì* caldo, che tutti a un tratto ſi ſentirono „ i tetti a grondare sì fortemente, come ſe abbondante piog„ gia foſſe caduta. In tal guiſa tutta la notte continuò; e „ nel giorno dopo, che fu il primo di Febbrajo, ſi fece più „ caldo ancora il vento ſentire, per modo che a memoria „ noſtra niuno ricordaſi di avere a queſta ſtagione ſentito

„ l'eguale. Infatti i panni aggravavano, il Sole era cocen-
„ te, ed il passeggio anche il più moderato promoveva sen-
„ sibilissima la traspirazione. Fino all' imbrunir della notte
„ durò il vento, ora più ora meno forte, il quale non solo
„ liquefece la neve, ma asciugò e i tetti, e il terreno ne'
„ luoghi non affatto settentrionali, poichè nelle situazioni
„ intieramente difese dal Sole disfece bensì la neve pochi
„ giorni prima caduta, ma non ebbe forza di sciogliere in
„ sì breve tempo la neve, ed il ghiaccio da un mese innan-
„ zi formati.

„ Nella notte seguente, e nel giorno appresso, cioè ai
„ 2 di Febbrajo l' aria si fece sentire aspra e cruda, e così
„ ha continuato, e continua tuttavia.

„ Nel tempo del vento caldo il Termometro esposto all'
„ aria, ma non al Sole, si alzò fino a tre gradi sopra il
„ temperato.

„ La stravaganza di questo fenomeno non sarebbe mara-
„ vigliosa, se da altre circostanze non fosse stata accompagna-
„ ta. E primieramente qui si vocifera, che al di fuori di
„ questi monti il suddetto vento caldo non siasi sentito. Per-
„ sone, che dal Trivigiano se ne ritornavano qua, assicurano
„ di non averlo sentito prima, che superato il monte di S.
„ Boldo siano entrati nel Bellunese, ove cominciarono a
„ conoscere il vento, ed a provare il tepore di un'aria di-
„ versa. Lo stesso asserirono altri venuti da Castelfranco.

„ E' poi considerabile, che a tutti universalmente pare-
„ va che il vento suddetto provenisse dal settentrione: e per
„ verità, rispetto a noi, esso usciva dal canale di Cadore,
„ cioè da quella gola di monti, che apreci la strada pel Ca-
„ dorino.

„ Finalmente non si deve ommettere un' altra riflessio-
„ ne, e questa si è, che appunto nelle contrade del Cadore,
„ e di Agordo, a noi settentrionali, il vento si provò e più
„ lungamente, e più gagliardo, e più caldo. Nell' Agordino
„ mi assicura persona di ottima intelligenza e dottrina, che
„ il vento sì fortemente soffiava, che dalle cime de' monti
„ seco trasportava le nevi. Nel Cadorino poi tanta era la
„ furia, che impauriva la gente per timore di qualche dis-
„ grazia, e invitata dal suono delle campane, ricorreva a

„ pregar nelle Chieſe, affinchè il Signore ſi degnaſſe di al-
„ lontanare il temuto flagello. Nulla per altro di ſiniſtro è
„ avvenuto negli accennati diſtretti, a riſerva di gran copia
„ di affezioni reumatiche, da cui ſono ſtati quegli abitanti,
„ ceſſato il vento, attaccati. Quanto alla direzione del ven-
„ to, i Cadorini ſteſſi ſentivano, che loro proveniva dalle
„ gole de' monti di Ampezzo a loro ſettentrionali.

„ Il territorio Feltrino eziandio, ſituato nella ſteſſa val-
„ le, in cui ſiamo noi, ha provato gli effetti dello ſteſſo fe-
„ nomeno; ſe non che, o per ritrovarſi colà il terreno di
„ molto maggior copia di nevi coperto, o perchè il vento
„ minor grado aveſſe di calore, la neve non ſi è liquefatta
„ che per metà della ſua altezza. Come io non poſſo crede-
„ re, che il Settentrione ſia per favorirci mai di alcun ven-
„ to caldo, così inclino ad opinare, che il vento ſuddetto,
„ Auſtrale ſenza dubbio, a noi perveniſſe di riverbero, ſicchè
„ ei pareſſe proveniente dal Settentrione. Infatti le bandiere
„ de' campanili più volte oſſervate ſegnavano Oſtro-ſirocco; e
„ ſebbene il ſaperſi, che queſto vento levava le nevi delle ci-
„ me de' monti, poſſa indurre a penſare, che per ciò appun-
„ to non foſſe vento di ripercuſſione, tuttavia riflettendo che
„ dietro ai noſtri monti, altri ce ne ſono più alti, l' ob-
„ biezione facilmente riſolveſi.

Sin qui Monſig. *Doglioni*. Io vi feci allora queſta riſpoſta.

La ringrazio aſſai, Monſig. veneratiſſimo, della partecipazione fattami di codeſto fenomeno, di un vento fuor di ſtagione così caldo, che in brevi ore ſquagliò la neve ed il ghiaccio, la notte ultima di Gennajo, e giorno primo del corrente Febbrajo. Così poteſſi formarle una riſpoſta che ſoddisfaceſſe me, ed appagaſſe la dotta ſua curioſità. Ma è di queſto come di tanti altri fenomeni della natura: ſi poſſono addurre delle congetture, delle coſe probabili, a modo noſtro; ma una dimoſtrazione, che convinca, ſin ora non ſi conoſce, mentre non ſi capiſce ancora bene la generazione delle nuvole, delle pioggie, de' venti, e di altri fenomeni ordinarj cotidiani familiariſſimi: dirò pertanto quello che mi verrà in mente ſecondo gli ſcarſiſſimi miei lumi.

E prima le poſſo confermare quello che le fu riferito,

che in questi distretti bassi, fuor dei monti, il fenomeno o non si fece sentire, o così poco che non si farebbe mai immaginato un effetto così forte, come è il da lei descritto, dentro delle montagne. Si alzò invero qualche poco di più de' giorni precedenti il Termometro nel dopo pranzo del 31; ma la mattina seguente tornò ancora al gelo; e solamente li 2 Feb. il Sole riscaldò molto, montando il Termometro, nell'ore pomeridiane, a gradi 7 sopra del gelo. Si vede che il fenomeno si limitò nei distretti non estesissimi di coteste montagne, e valli, e non si propagò che dopo.

Non voglia però credere, Monsignore, che tal fenomeno sia rarissimo, o nuovo. Senza diffondermi nell'istoria Meteorologica a cercar esempj rimoti, posso addurre più di un esempio notato ne'miei registri. Nel grande inverno prossimo 1788 — 89, aveva già il freddo preso possesso in Decembre; e nel giorno di Natale era a gradi 9: la sera si abbonacciò, e nel giorno seguente 26 era calato 5 gradi, anche in Padova: ma si seppe che nelle montagne Vicentine de' sette Comuni, ed anche in Feltre, vi fu impressione siroccale, che in quella notte squagliò quasi tutta la neve; non è detto se fosse con vento.

Ma un esempio insigne, che può bastare per tutti, è quello che ho anche stampato (nella prima Edizione del mio *Saggio Meteorologico*) nella descrizione del singolare nevoso inverno 1770. Ecco le parole stesse: *La mattina dei 25 Gennajo sentissi di repente cambiata l' aria e un caldo affannoso; il Termometro balzò dalli* 5 $\frac{1}{2}$ *di freddo a'* 5 *di caldo. Stando in Padova, circa le ore* 10 *della notte precedente, verso l'orizonte tra Levante e Tramontana, videsi una o più fiamme nell' aria: sui monti subalpini di Bassano e Marostica fu un turbine violentissimo, con sospetto di terremoto, ma caldo e affogante in modo, che qualche persona fu costretta farsi levar sangue: quello che v' è di più singolare è, che questo caldo venne con vento di verso Tramontana.* Esempio più simile di questo difficilmente si può trovare. Il mal è, che tanto il suo, che il mio, incontra la medesima oscurità e difficoltà a spiegarsi.

La prima spiegazione, che mi si presenta, è quella che non isfuggì ai lumi di V. S. Illma Revma, cioè del vento siroccale ripercosso dalle alte montagne dell' Alpi più interne.

Io

Io l'ho detto, ripetuto, e lo tengo per fermo, che tutti li venti piovosi burascosi che si vengono di Greco Tramontana, non sono se non che siroccali riverberati: sono questi umidi e caldi, della qual natura non sono i veri venti Greco Boreali. Con questi venti caldi nell' atmosfera superiore spiega il Signor di *Saussure* le discese del Barometro che si osservano in questi tempi. Ella non mi fa cenno di Barometro: ma negli esempj sopra riferiti vi ho sempre notato considerabili discese. Il Barometro in quest'anno, per dirlo in passando, fece particolari salti, e potrebbe dare la tortura ai Meteoristi, se badassero, come il popolo, alle cartelle, che segnano *pioggia*, *vento*, *sereno* ecc. Ma sanno, che il Barometro non segna se non che la pressione dell'atmosfera, la qual può essere sbilanziata in luoghi rimoti, come fu li 22 Dec. prossimo, che infierì per tutta l'Inghilterra quel terribile Uragano riferito dalle gazzette. Ora una grande discesa di Barometro successe anche nel caso nostro; cominciò quella sera delli 31; ma non arrivò al massimo che due giorni dopo, come fece anche il caldo; e avrebbe dovuto piuttosto precedere. Ne' giorni precedenti avevo osservato, e notato un gran cinghione sopra del Golfo che mostrava un filone di Sirocco: condensato e accumulato questo dentro le Alpi interne, può essersi scatenato, e ritorto con quel vento di Tramontana. Nè si stupisca, che il vento riflesso fosse violento; poichè, anzi all'opposto, i venti riflessi sono osservati esser sempre più gagliardi dei diretti, e lo devono essere, perchè agiscono con una massa di aria condensata e quasi doppia. Che poi tali venti d'Ostro regnassero nell'alta atmosfera quella stessa sera, benchè al basso fossero di Maestro Tramontana; oltre la congettura or ora accennata d'indicio rimoto, uno vicino ne porgono molte antenne di nuvole, che si videro in Ponente: io ne vidi, e ne notai, sino a sette una sopra l'altra, dirette da Ostro a Tramontana con qualche inclinazione al Greco, tetro rosseggianti quali fiamme, e tali apparivano altre nuvole globose in Ostro; e mi fecero spezie, essendo questi segni temporaleschi, ed ai navigatori minaccie di fortuna; poichè i venti cominciano in alto, e scendono abbasso; le nuvole globose ne sono gonfiate, come otri, mostrano di esser gravide; le antenne vengono tracciate dai venti stessi già

ſpiegati, e ne moſtrano la direzione, come li così chiamati *Piedivento*, che moſtrano come un ventaglio, o tanti alberi di un ceſpuglio, e ſono i raggi del vento. Per concluder dunque, non è improbabile, che quel calore foſſe un colpo di Sirocco riverberato.

Qualche difficoltà mi genera il vedere, che tal vento, tal impreſſione ſi limitò al breve cerchio di coteſte valli e montagne; e molto più riſtretto fu quel vento Baſſaneſe del 1770, che moſtra di eſſere ſtato anche più caldo e più forte; non pare, che un vento generale, qual è l'alto Sirocco, poſſa andar così riſtretto.

E non ſi potrebbe piuttoſto penſare, che foſſe un'eſploſione particolare di aliti caldi dalla terra, o anche dall'aria che tanti fluidi raccoglie nel ſuo ſeno? Di ſimili eruzioni ſo di averne letto molte, che arrivarono a ſoffocare delle perſone, tanto nelle minere, che ſopra terra: ciò che può aver luogo ſpezialmente dentro le gran montagne, le quali ſpeſſo cavernoſe, rinſerrano nelle viſcere loro tante materie di eſalazioni minerali, infiammabili ecc. Credo, che aliti ſimili ſieno quelli che ſprigionandoſi, e non potendo uſcire, producono li terremoti: e indizio di tali eruzioni in queſte buffe di caldo preſtar ne poſſono le fiamme veduteſi o ſimultaneamente, o in molta vicinanza di tempo, nell'aria; del che oltre le fiamme che accompagnarono il turbine di Baſſano, fanno fede le altre che mi trovo aver notate in quell'iſteſſo inverno 1770. Così notai, *Mercordì 20 Dec. NB: la mattina, dalle ore 10 ſino alle 19 ſentiſſi in Vicenza caldo grande: un Contadino nella vicina villa di Bruſegana ſul Bacchiglione vide alle ore 12 un fuoco dalla terra alzarſi nell'aria, e ſpargerſi lungo il fiume; produſſe caldo intenſo; ſciolſe in un momento la brina ed il ghiaccio; e queſta par eſſer ſtata la vampa che ſi fece ſentire propagata ſu per il fiume ſino a Vicenza.*

Veramente nel proſſimo caſo di Belluno non ſono notate fiamme, benchè poteſſero eſſer comparſe in valli od altri luoghi non oſſervati: ma le due notti ſeguenti viderſi volar per l'aria de'globi di fuoco; e qui in Padova, intorno la mezza notte, notò il Dott. *Chiminello* verſo Garbino molte quaſi colonne di fuoco, che parevano alzarſi ſopra le Terme di Abano; e la terza ſera ſi oſſervò un'Aurora Boreale; ſe-

nomeni tutti analoghi, che dimostrano una materia focosa vagante tra la terra e l'atmosfera. Succedono tali fenomeni, come li temporali di estate, i quali non dobbiamo già credere che vengano da luoghi molto rimoti: si generano in vicinanza, colle prossime eruzioni, combinazioni, ed effervescenze di fluidi aeriformi, generati, o sprigionati dalla terra o dall' aria stessa, come l'ho detto altrove degli *ardori del cielo*, la maggior parte dei quali sono localissimi. Un indizio di questa eruzione di aliti, anche nella bassa Bellunese, parmi sia questo; che l' impressione della medesima non si fece sentire qui in Padova se non il giorno seguente, 2 del mese, avendo impiegato tanto tempo a diffondersi per lo spazio di 50 a 60 miglia, quanta presso a poco è la distanza di questi paesi.

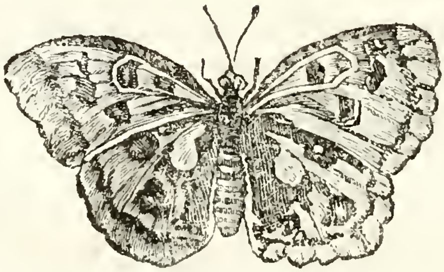
Per altro, li venti di Ostro sono bensì comunemente tenuti per caldi ed umidi, e spesso lo sono; ma non sempre, nè in tutti i luoghi. Più fiate ho notato venti Australi asciutti asciuttissimi, talora freddissimi; e sopra gli alti monti riescono questi venti, per le osservazioni de' Sigg. de *Luc*, e di *Saussure*, freddi del pari che i settentrionali: ed in genere, ogni vento è della temperatura del clima per cui è passato; vuol dire, che fa caldo o freddo, umido, o pur asciutto, secondo gli aliti che incontra in quel tratto di atmosfera, amplo o limitato, secondo le sorgenti, e lo sviluppo degli aliti medesimi. Il che ci fa credere, che se quel vento di Belluno fosse anche stato un Sirocco riflesso, non poteva però produrre un tal caldo, senza la mescolanza di una mossa di esalazioni che avesse ritrovato in quelle valli. In genere, io tengo, che gli uragani tutti nascano dall'urto di una mossa d' aria, o alituosa, o anche pura, generata, o sviluppata di nuovo dalla terra, o dall'atmosfera.

Questo è quanto per ora mi sovviene di poter dire per ispiegare il riferito fenomeno. Gradisca, Monsignore, la mia ubbidienza e buona volontà ecc. Padova 17 Febbrajo 1791.

P. S.

Li 13 Febbrajo 1792 tirava qui in Padova un vento di Levante quarta di Greco, freddissimo, piccantissimo: questo si fece sentire sino alle radici dei monti Vicentini: quando verso l'ora di vespro per tutto quel Pedemonte, voltossi un

vento di Maeſtro Tramontana, caldo a ſegno, che levava il reſpiro: faceva molto romore, e conducea ſeco nuvole berettine ſcure agitate e bollenti, e ſi ſparſe per tutto il Territorio, con iſtupore degli abitanti, che uſcivano dalle caſe a veder coſa foſſe. Io notai qui in Padova un ſubitaneo calo del Barometro. Si combinò, che quella ſera alcuni de' noſtri Giovani ſtudioſi fecero volare nella Piazza de' Signori un *Pallone Aeroſtatico*: queſto dapprincipio alzatoſi poco ſopra le caſe ſi direſſe a Ponente a ſeconda del vento; ma eſſendoſi elevato ſopra dei campanili, ſi voltò verſo Oſtro Sirocco, ſeguitando quel rombo ſinchè potè vederſi. Queſto moſtra, che a quella altezza tirava vento di Maeſtro Tramontana, ed era quel vento Vicentino, alto riſpetto al livello noſtro, e queſto con caldo, onde diradando ampiamente quello ſtrato di aria fece calare il Barometro ſenza muovere il Termometro. E crederei che foſſe ſtata anche queſta una eruzione di aliti di quelle montagne Vicentine, particolarmente di quelle di Schio, le quali eſſendo cavernoſe e minerali, come ſi ſa, ſono diſpoſtiſſime a generare di tali ſenomeni.



SOPRA UN VOMITO
URINOSO

Del Sig. Giovanni Verardo Zeviani.

La Signora Maria *Galvani*, zitella d'anni 19, fu gravemente ferita con un coltello nella parte naturale. Uſcì gran quantità di ſangue, e durò aperta la piaga per molti anni. L'urina poco dopo ſi fece ſcarſa e difficile, or marcioſa or con ſabbia e calcoli. Dopo ſei meſi ceſsò queſta di ſcorrere, e fu neceſſità eſtrarla ad arte per il corſo di quattro anni intieri. Quindi non più trovoſſi urina nella veſcica, tolto ogni peſo, o prurito di urinare. Gonfioſſi il corpo allora di una univerſale idropiſia, che più fiate fe temer di ſua vita. Sentivaſi quindi nella camera un odor fetido urinoſo, di che putiva il letto ove giaceva, e la camicia che portava in doſſo; e tutta la pelle ſi ricoprì di puſtole pungenti e pruriginoſe. Dopo alquanti meſi ſi accorſe di una ſtraordinaria gonfiezza di ſtomaco, che portò poi un vomito di materia che parimenti putiva di urina. Con queſto reſtò ſollevata alquanto dagli eſtremi ſuoi mali, e a poco a poco ſvanì la idropiſia. Succedeva queſto vomito quaſi ogni giorno, ſempre a ſtomaco digiuno, ed in tre o quattro tratti portava fuori da due in tre libbre di urina; la quale dopo lungo corſo di male ſempre più ſi rendeva chiara e ſincera; ed a ſenſo della inferma ſi andava a poco a poco nelle ore antecedenti raccogliendo dentro lo ſtomaco.

Fra la ſerie de' mali che in tanti anni ha ſofferti il più moleſto e perpetuo era un ſentimento di rabbia in tutto il corpo, che la faceva dar nelle ſmanie, e la invitava fortemente a dilacerarſi. Se non che per ventura dovendo far uſo dell' oppio per calmare acerbi dolori di lombi e di ventre, ritrovò ſtare in eſſo una virtù di frenare anche il ſenſo di rabbia. Ai quali effetti facendone un continuo quotidiano

uſo, ne ha dovuto di tempo in tempo accreſcere la doſe, ſino a doverne prendere ogni giorno duecento grani, e talvolta ancor più. Servivaſi dell' oppio crudo e ſincero, inghiottendone quattro o ſei volte al giorno groſſi bocconi; e ne provava il ſalutare effetto poco dopo averlo preſo, quando ſentiva dai rutti il ſuo diſcioglierſi dentro lo ſtomaco. Non produceva in eſſa verun ſonno queſta grande quantità di oppio: che anzi ad un mortale ſopore, che qualche fiata ſi accompagnava con la rabbia, era pronto e vivace riſvegliamento.

Quando col paſſar di molti anni, nel ſempre più pronto e facile vomito dell'urina, andava l'inferma ſempre migliorando di forze, di nutrizione e di ſalute, ammaloſſi ſenza cauſa manifeſta di una febbre acuta con crucioſi dolori di ventre e di dorſo. Sortirono de' vermi vivi inteſtinali, ed in cinque giorni di malattia morì li 14 Novembre 1782, contando di età anni 53, e di totale ſoppreſſione di urina anni 33, e con aver ingollate ſopra a duecento libbre di oppio. Fu aſſiſtita nel lungo decorſo della ſua infermità da varj Medici dottiſſimi; ſegnatamente dal Sig. *Girolamo Gaſpari* Protomedico, dal fu poi Profeſſore di Padova Sig. *Giovanni dalla Bona*, e dal Sig. *Lombardi*. Ebbe per Chirurghi li Signori *Buella*, e *Barbieri*: oltre tanti altri ch'è ſuperfluo nominare.

Il giorno ſeguente alla ſua morte il Sig. *Cartolari*, ed io ci ſiamo portati all'apertura del cadavero. Eſternamente ſi riſcontrò una larga cicatrice alla ſiniſtra parte del clitoride; a cui internamente corriſpondeva un calcolo di ſoſtanza bianca e dura come di oſſo. L'ipogaſtro di ſopra al pube era oltre il dovere incavato, e mancavano quaſi del tutto le ninfe. Aperto il ventre, le viſcere tutte erano leggermente infiammate e grondanti di molta umidità. La veſcica urinaria era del tutto vuota, ed in ſe ſteſſa riſtretta come ovo colombino. Spaccata non tramandò odore urinoſo, nè avea ſegno o veſtigio alcuno degli oſculi degli ureteri. Soffiata dell'acqua dentro i reciſi ureteri, e ſpinta verſo la veſcica, non fu poſſibile farla uſcire dal deſtro uretere in veſcica: dal ſiniſtro uſcì dopo varj tentativi con empito zampillando. I reni erano tumidi, e molto infiammati. Spaccati tramandarono un odor forte urinoſo cadaverico; e la loro interna

ſtruttura era del tutto ſparuta e confuſa. La vena cava inferiore era oltre modo dilatata. Il ventricolo era bislungo e ſtretto, ed in vario ſito di vario diametro, quaſi come craſſo inteſtino. Il capo, ed il petto non furono aperti.

Queſto in riſtretto è il caſo della *Galvani*; di cui ho io già molti anni fatta menzione ne' miei libri; e di cui parlaſi nella grande Fiſiologia dell' *Allero*, e nelle Epiſtole anatomiche mediche del *Morgagni*. Quantunque agl' indotti ſembri ſtrano ed incredibile, non è però tale che non pochi altri ſimili eſempj non ſi leggano negli Scrittori di mediche ſtorie.

Marcello Donato deſcrive una Iſcuria che durò ſei meſi in una Monaca Padovana; e fu creduta procedere per opera del Demonio. (*a*)

Negli Atti de' Curioſi della Natura ſi legge di una Iſcuria che durò quindici meſi (*b*), e di un' altra di meſi tre (*c*).

Due ſe ne leggono nei Giornali del *Vandermondio*: una delle quali durò tre meſi, e l' altra ſette anni (*d*).

Oltre a queſti molti altri eſempj d' Iſcurie pertinaci e interrotte ſupplite per un' altra evacuazione ſi leggono nelle Tranſazioni filoſofiche (*e*), nell' *Allero* (*f*), nel *Morgagni* (*g*), e nella Noſologia metodica di *Boiſſier* di *Sauvages* (*h*). E per vomito ſegnatamente, una ne rammemora il *Valliſneri* (*i*). Una ſe ne legge nelle Memorie della Reale Accademia Franceſe, mandata al *Maraldi* da un Medico Mantovano (*l*). Una di un Anonimo Italiano, ch' è la citata de' Curioſi della Natura. Una nelle Tranſazioni Filoſofiche (*m*). Una negli atti degli Eruditi di Lipſia (*n*). Una oſſervata dal *Lamzvverde* (*o*). Una riferita dallo *Stalparzio* (*p*). Non ſo ſe io debba nominarne una tenuta per autentica e vera dal *Furmanno*, dal *Fettichio*, dallo *Scurigio*, e dall' *Allero*, mentre leggo che l' *Orſtio* la riprova come erronea ed adulterina:

(*a*) Pag. m. 261.
(*b*) Tom. 3. obſ. 6.
(*c*) Ann. pr. p. 163.
(*d*) In Noſol. Meth. tom. 2. p. 278.
(*e*) Eſtratto tom. 3. Nap.
(*f*) Prælect. tom. 2. p. m. 323 Elem. Phyſ. tom. 2. p. 258.
(*g*) De Sed. & Cauſ. Morb. tom. 2. p. 151.
(*h*) Noſol. tom. 2. p. 278.
(*i*) Oper. tom. 3.
(*l*) Hiſtor. 1715.
(*m*) Vol. 50. I. P. I.
(*n*) An. 1726.
(*o*) Pecul. lib.
(*p*) Centur. 1. obſ. 52.

il quale in ſua vece racconta di un vomito urinoſo coſtante in un fanciullo, a cui un porco mangiò li genitali, con rimaner chiuſa l'uretra: al quale indarno fu inſegnata la Muſica, mentre avea ſempre rauca la voce (*a*). Il Chirurgo *Lanfranco*, avendo impedite da' calcoli le vie urinarie, reſe per vomito la urina (*b*). E la famoſa per tanti mali donna *Laveria* così pur fece (*c*). L'*Aſtruccio* fa menzione del vomito urinoſo che ſuccede all'Iſcuria prodotta da morbo gallico (*d*). L' *Elvezio* aſſicura che legati gli ureteri ad un cane, poco dopo rigettò materie urinoſe (*e*); ed il *Chiraccio* atteſta che tanto avviene legata l'arteria renale (*f*).

E' dunque il vomito una delle vie per le quali tenta la natura di liberarſi dall'urina ſoppreſſa: ma per quale forza, per quali canali ciò ottenga non è facile per Fiſica dimoſtrare, nè per Notomia.

Nel paſſato ſecolo è nata un' opinione (o per meglio dire ſi è di nuovo ſuſcitata, trovandoſene alcune tracce in *Ippocrate* ed in *Galeno*) che ſianvi nel corpo umano certe vie incognite, le quali direttamente portino dallo ſtomaco alla veſcica dell'urina. Con queſta opinione ſi verrebbe facilmente a ſpiegare il vomito facile dell'urina. Ma quantunque eſſa ſia ſtata adottata in queſto illuminato ſecolo dalle più rinomate Accademie, la Real di Parigi, l' Imperiale de' Curioſi della Natura, quella dell' Iſtituto di Bologna; in ognuna di eſſe trovandoſi ſingolari Memorie che tentano di ſtabilirla, e lo Scrittore degli Atti che con lode ne fa commemorazione; nulla di meno dagli ultimi più attenti e rinomati Anatomici vien rifiutata e deriſa. Segnatamente il *Morgagni* dolevaſi ſpeſſo che fra gli Autori che accolſero queſta opinione troviſi nell' opere dell' *Allero* (*g*), per ſolo errore di ſtampa, numerato il ſuo nome in luogo di *Morgani*: quando egli anzi più di tutti vi ſi oppoſe *. Nella celerità con cui il ſangue paſſa e ripaſſa per le arterie e vene del corpo, e quindi

(*a*) Tom. 2. pag. 272.
(*b*) In Hal. Phyſ. tom. 2. p. 258.
(*c*) Konig. in Collect. Phil. Angl. n.° 2. ann. 1671.
(*d*) De Morb. Ven. tom. 1. p. 293.
(*e*) Hiſt. de l' Accad. 1722.
(*f*) In Sauvag. Noſol. tom. 2. p. 181.
(*g*) In Boer. Prælect. tom. 2. p. 385.
* Come doler potriaſi il *Veziani* in leggere nella Noſologia Metodica del *Sauvages* il ſuo nome notato in più luoghi, in luogo del mio.

di frequentemente si applica ai reni, e nella moltiplicità de' pori esalanti e assorbenti di ogni membrana, si rende facil ragione del presto passaggio per urina delle acque minerali bevute; il qual presto passaggio diè credito alla supposta opinione delle nominate vie incognite. Le quali acque minerali, aggiungo io, passano prestamente all'urina, appunto per essere minerali; piene zeppe cioè di sottili parti metalliche e arsenicali, sempre crude, indigestibili, e venenate; onde bevute cagionano brividi e ribrezzo in tutto il corpo; che sono armi adoprate dalla natura per liberarsi da un insidioso veleno.

Se non che se pur si dessero tali canali di comunicazione fra lo stomaco e la vescica dell'urina, potrebbono per ventura servire a render ragione del vomito urinoso che succede a quella spezie di Iscuria ch' è prodotta per urina raccolta nella vescica d' onde è impedita di uscire. Ma questi vomiti urinosi egualmente e più spesso succedono quando l' urina ridonda nel sangue non potendosi per vizio de' reni separare. Siamo dunque necessitati a derivare dal sangue questi vomiti.

Il *Lancisi* volle che per mezzo delle ghiandole del ventricolo, il latice urinoso ritenuto nel sangue si separi dentro il ventricolo, ed esca per vomito. Ma non sempre all'urina ritenuta succede il vomito urinoso: che più spesso vi succede l' idropisia dell'addomine e quella del polmone. Nella nostra *Galvani* molto tempo prima che il vomito urinoso apparisse, succedette la idropisia di ventre, che passò a farsi poi universale di tutto il corpo. Vivea qui un Prete con molti mali procedenti dall' offesa di un rene tumido e marcito; che non lasciava con libertà scorrere le urine. Io, contro l'opinione di molti, dissi che inoltre era idropico di petto, benchè mancassero in lui i due principali segni di questo morbo, l' ortopnea cioè, ed il gonfiamento de' piedi. Morì; ed apertone il cadavero, con istupore degli astanti si trovò veramente idropico. Vedemmo una prodigiosa quantità di acqua spanta nella cassa del petto, proveniente da molte vescichette sollevate in maggiore e minore grandezza nella superficie della pleura del sinistro lato: in qual parte era il rene cresciuto in enorme grandezza, e guastato da posteme.

Nella grande opera del *Morgagni*, che tratta delle Sedi e Cause de' Morbi, rintracciate col mezzo dell' Anatomia, si trova un altro caso di ritenzione di urina finito in una idropisia di petto; ma non se ne legge la sezione del cadavero (*a*). Bensì nel *Ruischio* se ne legge un simile, dove dopo morte: *in cellulis membranosis, ut & in bronchiis pulmonalibus tantum aquæ spumosæ se se offerebat, ut ex particula abscissa guttatim effluеret — Pelvis renis, ut & ren sinister prodigioso calculo erat obsessus* (*b*). E un altro nel *Jacozio*: *ac certe vidimus in doctore Arelatensi urinæ difficultatem cum maximo renum dolore & arenulis rubentibus, cujus disjecto cadavere renes integri inventi sunt, sed in thorace hydrops, & concretus in corde lapis* (*c*). Dalla pleura dunque che internamente riveste il costato, e dalla membrana superfiziale del polmone, ch'è da riputarsi per una continuazione della pleura stessa, vien separata quest'acqua che riempie il petto. Or nella pleura non vi sono glandule: e se pur da alcuno sono sospettate, imaginate si sono per ispiegare appunto questa umidità che trapela, non però da veruno sino ad ora descritte. Dai pori adunque di questa membrana il latice urinoso, che forma la idropisia ne' morbi de' reni e della vescica, si de' derivare: come dai pori più visibili e patenti del peritoneo che investe e ricopre ogni viscera del basso ventre, ed è una continuazione della stessa pleura, si de' derivare l'acqua che si spande per tal causa nella cavità dell' addomine a far l' idropisia ascite. E' dunque un puro accidente che l' urina soppressa sia sgorgata nel ventricolo a far il vomito urinoso nella *Galvani*, se in altri soggetti usciva a far l'idropisia del petto o del ventre: come nella stessa *Galvani* da principio avvenne che fu gonfiata dall' ascite: e non fu la facilità di venir separata la umidità urinosa per le ghiandole del ventricolo.

Volendo però più da presso e particolarmente interpretare la serie e successione de' sintomi del morbo della *Galvani*, è necessario dividere il suo corso in tre tempi; abbrac-

(*a*) Epist. 41. n.° 5.
(*b*) Obs. Med. Chir. n. 56.
(*c*) In Coac. præn. p. 824.

ciando nel primo periodo la Iſcuria per l'urina fermata nella veſcica: nel ſecondo la Iſcuria per difetto di ſeparazione dell' urina da' reni: nel terzo la Iſcuria, che in fin fu ſupplita per vomito.

Facile è render ragione del primo periodo: che per effetto della penetrante ferita ſi comprende all' uretra o al collo della veſcica una chiuſura impeditiva all' urina di poter ſortire; o per ſcirroſo ingroſſamento delle parti infiammate, o per preſſione di un tumore vicino che comprime e ſerra; qual ſi de' conghietturare dal calcolo che ſi trovò dopo morte. Fu quindi in queſto periodo neceſſità eſtrarre con l'opera chirurgica l'urina per qualche anno di ſeguito.

Nel ſecondo periodo, per ſolito conſentimento delle parti urinarie, o per altra incognita ragione, propagato il morbo ai reni ed agli ureteri, queſti reſtarono chiuſi dove ſi aprono nella veſcica, e quelli perderono la loro interna mirabile ſtruttura; onde l' urina non più da eſſi ſeparata ceſsò di diſcendere alla veſcica, e mantenneſi queſta dappoi ſempre e coſtantemente vuota: naſcendo la Iſcuria per difetto di urina alla veſcica.

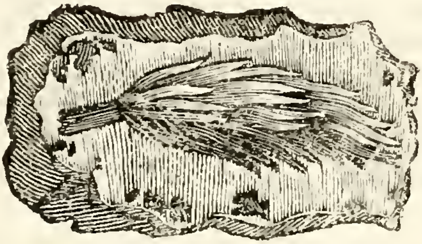
Ritenutaſi allora dentro le vene una ſoverchia copia di umore che dovea ſepararſi per le vie urinarie, umettò ſoverchiamente le parti, trapelò dalle membrane, e formò la idropiſia: finchè più che da altra parte trovò facile l'eſito dentro il ventricolo, e diè origine al vomito, che portò ſalute all' inferma fatto col tempo più facile e abbondante, onde apparſe la terza ſpezie d'Iſcuria ſupplita per vomito.

Nel ſecondo e nel terzo periodo ſarà avvenuta la morboſa dilatazione che apparſe nel cadavero della vena cava inferiore. Perchè non ſeparato ſecondo natura l' umore urinoſo da' reni, ad eſſi portato inceſſantemente dalle arterie emulgenti, ſarà queſto a dietro tornato per le vene emulgenti; le quali ſcaricando il loro indebito peſo nella vicina cava, queſta è venuta a poco a poco a dilatarſi per un ſoverchio riempimento non ſuo.

Alcune poche coſe reſtano a dire in propoſito dell' oppio, che ogni giorno da tanti anni in enorme quantità prendeva per bocca la noſtra *Galvani*. Benchè per vero dire ſia ſterminata la doſe e ſenza eſempio, ch' ella arrivò in ſomma a

consumare, arrivando com'è detto al peso di sopra duecento libbre; altri esempj però non mancano benchè non così diuturni di dosi ancor più eccedenti. E' l'oppio il sugo rappreso del papavero orientale. E' di per sè un de' più efficaci e sicuri medicamenti, che si abbia la Medicina: e se ne sentono li salutari effetti di calmare le veglie, di sedare i dolori, di acquetare gli spasimi, di frenare i flussi e le emoragie, preso alla minutissima dose di una mezza, o quarta parte di grano, quanta ne contiene una pillola di triaca o di diascordio. Da questa piccola quantità sino a quella di due o tre grani se ne fa quotidiano uso da' Medici in molti mali. Cresciutane per poco la dose divien veleno, che irrevocabilmente uccide sotto la figura di un placido sonno. Esempj si danno dove fu mortale al peso di venti grani, a quello di dodici, a quello di sette, e ben anche a quello di quattro grani. Pure, quel che narrasi di *Mitridate Eupatore*, che con l'uso si avea fatti famigliari ed innocenti i veleni, avverasi ogni dì dell'oppio, che chiunque uomo ne fa quotidiano uso, se ne voglia risentire i soliti salutari effetti, è costretto di tempo in tempo a sempre più accrescerne senza fine le dosi. Alcuni popoli orientali per una pazza consuetudine arrivano a prenderne ogni dì senza danno da venti a sessanta grani. Più sorprendenti sono gli esempj fra noi, di chi non per trastullo, ma per necessità di morbo è arrivato a prenderne sino a mezz'oncia in un giorno: qual dose la nostra *Galvani* ha pur qualche giorno superata. Vivea poco fa una Signora in Alla di Sassonia, che regolarmente inghiottiva sedici once d' oppio in ogni mese, secondochè riferisce il *Junchero*. Il *Jossetino*, il *Neumanno*, il *Jones* riferiscono di chi senza danno ne prese un' oncia, due once, tre once in un giorno solo. In vece di produr sonno nella *Galvani* una sì gran dose di oppio, toglieva anzi da essa un mortale sopore che la intorpidiva ed affascinava. A questo pur leggesi un simile esempio in una Monaca Parigina, riferito nella Medicina di Europa del *Roncalli: ponderibus cito pondera cumulantur — absente soporifero subitus fit sensuum stupor, revocato redit vigor*. Di questo effetto strano per addurre una qualche ragione potriasi dire: che la forza de' medicamenti talvolta è diversa nelle diverse lor dosi; e che non è in se stessa assoluta, ma relativa agli

ſtomachi che li ricevono. Che però può ſtare naſcoſto nell' oppio un principio volatile, che d' ordinario vien ſuperato dal ſoporoſo: al quale nelle gran doſi non così come a queſto aſſuefacendoſi la natura, vien a prevalere ed a produrre ſtimolo e riſvegliamento. Ond' è che anche nelle ordinarie doſi, dove dentro ai corpi trova il principio volatile altri ſimili principj che lo faccian forte ſopra al principio ſoporoſo, come avviene ne' paeſi caldi, e ne' morbi di infiammazione, torna in nulla la virtù ſtupefattiva; ed in vece apporta l' oppio ebbrezza, furore, e deliramento. Una prova di quanto dico, ſi è l' aver veduto che nella noſtra inferma il laudano liquido del Sidenamio, ch' è preparato con ingredienti focoſi e volatili, non produceva la deſiderata quiete, ma furore ed ebbrezza. Senonchè potrebbe anche dirſi che qualunque ſia la cagione della vivacità e dello riſvegliamento che apportava l' oppio nel noſtro caſo ed in quello di Parigi, nel tempo che in grandi doſi era preſo, foſſe dopo effetto ordinario di eſſo il prodotto ſopore che rinaſceva di tratto in tratto.



CIRCA GL' INDIZJ

D' ANTICHISSIMI VULCANI NELLE MONTAGNE E ALPI VICENTINE, VERONESI, E TRENTINE

LETTERA

Del Sig. Giovanni Arduino

Al Sig. Ab. Alberto Fortis

LE noſtre Alpi, già alcuni anni, furono viſitate da ragguardevoliſſimo foreſtiere Orittologo, e, per quanto mi fu riferito, egli aſſerì non vedervisi indizio alcuno di antichi Vulcani. Ciò mi ſorpreſe non poco, parendomi ſtrano, che tale aſſerzione poſſa eſſere uſcita dalla bocca di un indagatore sì attento della ſtruttura delle montagne, e della natura e fenomeni dei loro materiali; oggetti delle di lui lunghiſſime e penoſe peregrinazioni. Eſſe certamente non ne ſono prive, ed io ſteſſo ne ho veduto, benchè a caſo, e ſenza andarne in traccia, in parecchie ſituazioni, nei giri diverſi ch' ebbi occaſione di farvi per varie incombenze. Ne indicherò qui brevemente alcuni di quelli, che più ſono preſenti alla mia memoria, affinchè chiunque voglia poſſa riſcontrarli.

Nelle montagne dei ſette Comuni uno ſe ne vede nella ripa deſtra della Valle, che da *Gallio* diſcende nella *Valſtagna*, tra l'ultimo mulino di eſſo *Gallio* ed il ſito nominato il *Buſo* perchè ivi la via paſſa per entro una caverna naturale. Colà ſi oſſerva ampia fenditura verticale, diſcendente dal monte ſuperiore, e diretta ad attraverſare la valle. Eſſa è ripiena di materie vulcaniche diſpoſte a guiſa di filone minerale, dure, ferrigne, e che per la loro nerezza anche da lontano ſi ſcorgono. Di queſte fu qui formato un vetro obſidiano neriſſimo, del qual conſervo un ſaggio; porzione d'una

delle ſcattole da tabacco che ſe ne facevano. Qualche miglio di ſotto alla villa delle Cannove il ſentiero, per cui da *Aſiágo* ſcendeſi a Cogollo, paſſa vicino ad altra ſimile ſenditura verticale della montagna detta il *Coſto*, ma della prima aſſai meno larga. Queſta parimente contiene produzioni vulcaniche analoghe alle predette, che moſtranſi al giorno a maniera di filone metallico (*a*).

Nelle Alpi appartenenti alla Comunità di *Arſiero*, ed a' Signori *Conti di Velo*, veggonſi due gran sbocchi vulcanici di materie nere; uno ſuperiormente alla villa di *Toneza*, e ſotto alla rupe nominata lo *Spizzo*; l'altro in un monte ſituato al ponente della ſteſſa rupe, e da eſſa diſgiunto da un profondo burrone eſcavato dalle acque. Si oſſerva che amendue ſi aperſero l'uſcita ſquarciando gli ſtrati calcarei; ed il primo anche roveſciandone alcuni in verſi contrarj al comune andamento degli altri ſtrati di quelle montagne. Di là dallo *Spizzo*, andando verſo le Alpi Trentine, il ſentiero, che da *Toneza* conduce a *Melegnóne*, attraverſa un filone di breccia vulcanica, compoſta di nera *Lava* miſta di rottami di marmo bianco. La ſua direzione è verticale, e dall'alto del monte diſcende tra orrendi dirupi al torrente *Aſtico*. Siffatte breccie a filoni eſiſtono in altri luoghi di quelle montagne, e particolarmente in un ſito che chiamano *Valfredda*, o *Riofreddo*, e nelle pendici della ſcoſceſa rupe nominata il *Caſtello del Tovo*. Di tal breccia, che, ridotta a pulimento, rieſce belliſſima, hanno fatto uſo quelli di Arſiero, a' quali la indicai, negli altari della loro nuova ſontuoſa Chieſa Parrocchiale. Breccie vulcaniche di tal fatta trovanſi parimente nella montagna del *Tretto*, detta *Lovegno*, ſopra alla villa dell' *Alba*, e nelle vicinanze di quella di Santa Catterina, ed altrove. Di quelle, che ſono nelle Alpi di Recoaro non

(*a*) Nelle vicinanze di detta villa delle Cà nove, ſituata nelle alte montagne de' ſette Comuni, il Signor Girolamo Barettoni di Schio, attento indagatore di foſſili prodotti, ha trovato il teſchio d'un groſſo Coccodrillo dentro una laſtra di dura pietra riceventе nitido pulimento, detta marmo roſſone, ch'egli conſerva nella ſua Raccolta di minere e di foſſili.

parlo: esse furono anche da altri osservate, come può leggersi nel Giornale d'Italia. (*a*)

Nella sopra mentovata montagna di *Lovegno* osservai un cratere grandissimo e molto profondo di antichissimo vulcano, denominato le Vaccareccie, il quale è situato alla sommità della medesima. Le bruciate materie vi si veggono ancora in molta copia nel sito più basso della sua cavità, che ha figura conica inversa. Simili produzioni di sotterranei incendj sono pure sboccate fuori dall'istessa montagna nelle sue pendici imminenti alle ville del *Tretto*, e di Velo; siccome io indicai all'amico nostro Signor *Ferber*.

Ritornando alle montagne di Arsiero; lunghi ed irregolarmente serpeggianti squarciamenti prodotti da' fuochi sotterranei io vidi in diversi luoghi, e particolarmente in quelle denominate *Campo Luzzo*, e *Valbona*; e nella seconda uno si estende fino appresso alla sommità di quelle Alpi, in poca distanza dal giogo nominato le *Forche*.

Dalle Alpi Vicentine passando ai monti alti del Veronese; in quelli vicini alle Alpi Lessine le produzioni vulcaniche de' rimotissimi tempi frequentemente vi s' incontrano. Io ne vidi in parecchj luoghi, e specialmente nei contorni di *San Bortolamio Tedesco*, di *Progno*, della *Ghiazza*, di *Piegára*, e di *Roverè di Velo*. La conica sommità del monte, su cui è la Chiesa di *Santa Viola*, è tutta vulcanica; e così gran parte di quella del monte *de' sette Funghi*, a destra della valle *Pantena*, tra *Grezzana* e *Lugo*.

Il monte *Baldo*, situato tra l'Adige ed il Lago di Garda, ne ha pure in parecchie situazioni, particolarmente nelle vicinanze della *Corona*, e della *Ferrara*, e sopra la montagna detta i *Zocchi*; e così pure in quella nominata le *Acque negre*, ed appresso alla più eccelsa di lui sommità appellata *Monte maggiore*, in una vastissima conca, che sembra un cratere vulcanico, situata al ponente di essa sommità, e pendente verso il Lago predetto. Nelle scoscese rupi dello stesso monte,

(*a*) Vegg. Saggio di Osservazioni sopra alcune montagne e alpi altissime del Vicentino ecc. Memoria del Sig. Dottor *Girolamo Festari* di Valdagno, ecc. Giornale d'Italia del *Milocco* per l'anno 1773. Tomo nono.

monte, che ſtanno ſopra alla riſtretta pianura di *Malſeſine*, incontrai, lungo un precipitoſo burrone, lunga fenditura piena di vulcanici materiali; li quali fanſi anche vedere in molta copia al piede di eſſe rupi, e molto neri e d' inſigne durezza.

Nelle Alpi Trentine contigue alle noſtre non mancano ſiffatte veſtigie di antichiſſimi vulcani. Io ne ho veduto appreſſo all' Adige nelle vicinanze d' *Iſiera*, e nei monti di quella Giuriſdizione, a deſtra di eſſo fiume; ed anche nella montagna di *Lavarone*, da cui derivano li due torrenti Aſtico e Centa; il primo ſcorrente nel Vicentino, l' altro nel fiume Brenta.

Le montagne, delle quali ho parlato, ſono tutte di pietre calcarie a ſtrati, con frequenti reliquie di marini croſtacei di diverſiſſime ſpecie, e ſpeſſo in grandiſſima quantità. Le poche ſopraccennate mie oſſervazioni m' hanno fatto conoſcere che la vulcanica forza, da cui furono prodotti tanti, e sì ſtupendi effetti nei noſtri baſſi monti, poggi, e colline, non riſparmiò dall' impeto de' ſuoi incendj e ſconvolgimenti le alte montagne, e neppure le Alpi ſteſſe. Se il celebre perſpicaciſſimo, ed inſtancabile Naturaliſta, cui ho l' onore di comunicarle, ſi porterà, come credo, a farne la viſita, punto non dubito ch' egli non ſia per iſcoprirvi di ſiffatti fenomeni ancora più grandi, e più numeroſi.

ESPOSIZIONE ANATOMICA

DELLE PARTI RELATIVE ALL' ENCEFALO DEGLI UCCELLI

TRATTATO QUINTO

DE' NERVI, CHE ESCONO DALLA CAVITA' DEL CRANIO DEGLI UCCELLI

Del Sig. VINCENZO MALACARNE

Al Chiarissimo Sig. MICHELE GIRARDI.

ABbenchè i nervi, che escono dalla base dell' encefalo degli animali, in generale si possano distinguere per li diversi caratteri loro, alcuni essendo *molli*, altri *duri*; alcuni nascendo dalla faccia inferiore del cerebro, altri da regioni del medesimo assai distanti dalla faccia suddetta; non pochi uscendo dalla sostanza cerebrale divisi come in tante *radici*, le quali riduconsi poscia tutte in un *tronco* solo prima d'abbandonare l'encefalo, altri spiccandosene dalla sostanza già ridotti in *tronco*, ed ora dividendosi, ora no in *rami* prima d'insinuarsi nelle aperture del cranio destinate alla loro uscita ecc. ecc.; tuttavia mi permetterete, Signore, ed Amico mio gentilissimo, che nella enumerazione di quelli, che escono dal cerebro degli uccelli, e nella descrizione del corso, e delle prime diramazioni loro, io tenga l'ordine serbato nella quarta parte della *Encefalotomia umana*, che è appunto quello, secondo il quale dalla natura vengono presentati all'occhio dell' Anatomico. Sicchè gli considereremo insieme giusta la disposizion naturale, che hanno nell' encefalo di questi animali.

Il trattato presente sarà diviso in tanti capitoli quante paja di nervi troveremo naturalmente distinte spiccarsi dal cerebro degli uccelli, e vi uniremo quelle notizie anatomi-

che, delle quali verremo iſtrutti dall' attento eſame degli organi de' ſenſi in iſpecie. Nè avrete da rimproverarmi amoroſamente ch' io abbia naſcoſto agli occhi de' corteſi noſtri Leggitori le oſſervazioni di que' benemeriti della Zootomia, e della Storia Naturale, che prima di noi avranno pubblicato alcune verità anatomiche intorno a queſte parti, maſſimamente delle mie guide *Williſio*, ed *Allero*.

Se per avventura non citaſſi altri, da' quali ſono ſtati trattati queſti argomenti meglio, che non ho fatto io, queſto accaderebbe unicamente per eſſermene ignoto e il nome, e le opere, con l' analiſi delle quali (ſe le poſſedeſſi) arricchirei di buoniſſima voglia queſto mio lavoro. Privo de' quali teſori ben comprendo, ch' è per riuſcirmi ſquallido e ingombro d' eſſenzialiſſimi difetti: con tutto ciò ardiſco di luſingarmi d' eſſere per ottenere e da Voi, e dal Pubblico magnanimo, compatimento tanto più grazioſo, quanto minor è il numero, maggiore il prezzo, e difficile per me in queſt' angolo dell' alto Monferrato l' acquiſto delle opere conoſciute intorno a queſta materia, nè il *Willis*, nè l' *Allero* iſteſſi avendone pubblicato tanto che baſti a tenermi luogo di filo per queſto microſcopico intricatiſſimo labirinto.

Continuerò a ſervirmi come di punto d' appoggio del cerebro delle *Oche*, e delle *Anitre*, per iſvilupparne l' origine de' nervi, come volatili più comuni, e tali, che nell' encefalo loro hanno parti per la groſſezza loro più atte a colpir l' occhio degli Anatomici, alla ricerca di queſti organi altrove che nel cadavere degli uomini, e de' groſſi quadrupedi, non ancor bene avvezzi. Ciò tuttavia non diſtoglierammi dall' accennare, come ho fatto ſin ora, quelle varietà, quelle particolarità, che nell' encefalo d' altri uccelli mi ſovverrà d' avere oſſervato, e dal confeſſare ingenuamente di non aver ſaputo diſcernere ciò, che altri di me più chiaro veggente, e più fortunato avrà già deſcritto, o potrà nell' avvenire deſcrivere, non eſſendo io nel trattato preſente per favellare eccetto

1. De' nervi *Olfattorj*, e degli organi deſtinati negli uccelli al ſenſo dell' odorato.

2. De' nervi *Ottici*, e degli organi deſtinati al ſenſo della viſta.

3. De' nervi *Motori comuni* degli occhi.

4. De' nervi patetici.

5. Degli organi per li quali diramansi negli uccelli i nervi *Quadrigemelli*.

6. De' nervi *Oftalmici*.

7. De' nervi *Olfattorj minori*.

8. De' nervi *mascellari superiori*.

9. De' nervi *mascellari inferiori*.

10. Degli organi per li quali si diramano negli uccelli i nervi *Auditorj*.

11. De' nervi *Auditorj*.

12. De' nervi *piccioli simpatici*.

13. De' nervi *simpatici mezzani*, o *vaghi*.

14. De' nervi *Palatini*.

15. De' nervi *Ipoglossi*, o *Linguali*, o *Gustatorj*.

16. De' nervi *Glosso-faringëi*.

17. De' nervi *Sottoccipitali*.

In questa serie stupirete, o Signore, di non trovar menzionato nè il nervo *grande simpatico*, o *intercostale*, nè l'*accessorio* del *Willis*: cesserà peraltro la maraviglia vostra sovvenendovi del proponimento fatto da me, e tenuto saldissimo, di non esporre sull' altrui parola cose da me non vedute, e non tornate più volte a rivedere. Non ho mai saputo distinguere nell'encefalo degli uccelli dalle altre parti i nervi *intercostale*, ed *accessorio* suddetti, ed ecco il motivo del mio silenzio rapporto a' medesimi inquanto all'origine loro, e alle relazioni che hanno coll'encefalo, sebben nella *fossa pituitaria* abbia veduto più e più volte l'*intercostale*.

CAPITOLO I.

De' Nervi Olfattorj, e degli organi destinati negli uccelli al senso dell' odorato.

L' origine de' veri nervi *olfattorj* nelle Oche, e nelle Anitre sembra al primo sguardo molto confusa, e indistinta: in fatti la sostanza loro quasi mucosa è d'un rossigno sudiccio, e fosco, poco diversa da quella, che forma l'estremità anteriore degli emisferi del loro cervello. Non dee dunque

recar maraviglia, che il *Willis*, e l'*Allero*, su questi uccelli facendo le osservazioni, abbiano supposto, che i veri *nervi olfattorj* sieno un prolungamento, anzi la punta stessa degli emisferi.

II. Il *Willis* ne dà la descrizione con i termini seguenti. „ Gli uccelli *(a)* (secondo quello, che parecchi asserisc„ cono) hanno ugualmente i *processi mammillari*, che l'*osso* „ *crivellato*: perciocchè gli *allungamenti* anteriori del cervel„ lo assottigliatisi al sommo, e involti nella dura madre „ stendendosi fin quasi alla metà del rostro, s'inserisćono nell' „ osso triangolare, nel quale osservasi un doppio seno di„ stinto per mezzo d'un sottile tramezzo. Gli accennati *al*„ *lungamenti* penetrati ne' seni dell'osso mentovato, finiscono „ in vesciche piene d'acqua limpida, simili affatto agli al„ lungamenti mammillari d'acqua limpida pieni osservatisi ne' „ vitelli.

„ In questa foggia gli *uccelli* del pari che l'uomo, e i „ quadrupedi, sono forniti d'un distinto e special organo dell' „ odorato che è precisamente il doppio *allungamento mam*„ *millare* *

„ I *nervi olfattorj* negli *uccelli*, e ne' pesci trovansi „ molto cospicui, posto che amendue queste specie d'anima„ li, ugualmente che i quadrupedi, scelgono e si procacciano l'opportuno pascolo per via dell'odorato. *'

III. *Alberto Allero* nell'Opuscolo da me comentato aveva scritto da principio „ Quelle due porzioni del cerebro „ ovali, e convesse, che si nominano emisferi, s'estendono „ in avanti a guisa di coni, ed hanno per lo termine loro

(a) Volucres (secus ac nonnulli asserunt) & processus mammillares & os cribrosum habent; nam anteriores cerebri productiones summe extenuatæ, & durâ meninge involutæ, fere ad mediam rostri partem protensæ, ossi triangulari (cui duplex sinus, tenui septo interstinctus, adest) inseruntur. Isti autem processus intra prædicti ossis sinus delati desinunt in vesicas aquâ limpidâ plenas, quæ plane referunt processus mammillares in vitulo aquâ limpidâ tumidos....

Ad hunc modum volucres pariter ac homo, & quadrupedes peculiari olfactus organo, gemino scilicet processu mammillari instruuntur. Cereb. Anat. cap. V.

Nervi olfactorii in avibus, item in piscibus satis conspicui habentur, nam utrique eorum æque ac quadrupedes pabulum suum odoratu indice explorant, dijudicantque. Ibid. cap. XXI.

Duo quæ vocantur hemisphæria ovata, convexa, anterius in conum procurrunt, cujus finis est processus mammillaris, nervus olfactorius verus. Opera minora l. cit.

„ anteriore il *processo mammillare*, che è il vero *nervo olfattorio*. „

Nel progresso poi del medesimo opuscolo ci dà notizia, che „ i *processi mammillari* simili a' nervi si continuano nella „ membrana pituitaria delle narici, non già diramandosi per „ quella a foggia di ramificazioni nervose, ma confusamente „ spargendovisi, e mantenendosi rossigni, corticali, e polposi „ s' insinuano nel cornetto posterior superiore delle narici, „ che è più semplice, e meno cartilaginoso, l' Oca avendo „ un altro cornetto anteriore più grande, spirale quasi come „ una chiocciola, cavo, il quale per mezzo di due lunghe „ code si stende alquanto all'indietro. *²

IV. Le mie ripetute osservazioni però mi hanno dimostrato, che quantunque i veri *nervi olfattorj* delle Oche, e delle Anitre a chi superficialmente gli guarda, sembrino allungamenti della sostanza corticale degli emisferi del cervello, perchè non fanno risalto veruno alla faccia inferiore della punta di questi; tuttavia facendovelo in alto, e quasi inguainando la punta medesima degli emisferi, o lobi anteriori, non vi si attaccano sì strettamente col mezzo della pia-madre, che non vi lascino un solco, del quale fin nelle vipere (l' *encefalotomia* delle quali daremo a suo tempo con quella di molti serpenti) e in altri rettili si trovano traccie incontestabili nel sito accennato.

V. Inoltrandosi all' innanzi diventano quasi rotondi i nervi, di cui favelliamo, per cacciarsi mucosi, avvolti nella pia non meno, che nella dura-meninge, in quell' ampio canale ossoso bifido, che abbiamo descritto nel Cap. II. Artic. I. § 1. 2. 3. 4. del Tratt. II. di questa Operetta (*a*).

VI. Quivi in alcune Oche vecchie gli ho veduti composti di lunghi fili paralleli di midollare assai fosca, disposti intorno ad un asse di sostanza cinerizia tenera, e mucosa, ogni filo midollare essendo immerso, ed incollato in quel cilindretto cinerizio di maniera che amendue i nervi erano come striati longitudinalmente per alternanti strie biancastre, e

(*a*) Mem. della Soc. Ital. ecc. Vol. II. pag. 233. Vol. III. pag. 132., 145., 146.

cinerizie molto eleganti, servendovi la cinerizia solcata di nicchio, e di sostegno a' fili midollari.

VII. Essendo convergenti sul principio si scostano ben presto per andar a seconda dell'obbliquità, che tanto il tramezzo delle orbite, quanto quello delle superiori caverne nasali hanno all'infuori.

VIII. I *capezzoli*, o sia le *papille olfattorie* (se a' nervi *olfattorj* degli uccelli non appartenessero pure le *papille midollari* (*a*), il che allontanerebbe l'inconveniente derivante dal ripeterne il nome) delle quali favelliamo, non sono ugualmente grosse, nè apparenti in tutti gli uccelli, poste eziandio uguali tutte le altre cose. Il Nibbio dopo l' Oca, e l'Anitra, l' Avoltojo, il Gallo d' India, il Barbagianni, lo Sparviere, il Corvo, l'Upupa, la Crivella, la Beccaccia, la Gazza sparviera, e lo Smeriglio tra gli uccelli stati fin'ora esaminati da me, le hanno più grosse degli altri in proporzione successivamente minore secondo l' ordine, che ho tenuto nel mentovarli, avuto riguardo alle proporzioni delle parti rimanenti del corpo loro.

IX. Minori (serbate le stesse proporzioni) ma pure considerabili si scorgono nelle Galline, nelle Pernici, ne' Merli, negli Storni, ne' Colombi, nelle Tortorelle, ne' Tordi, nelle Gazze, ne' Picchi, nelle Meropi, ne' Garruli azzurri, e nel Reattino.

X. Gli altri uccelli di cranio minore, come sono i Passeri nostrali di muro, e poi di salcio, gli Ussignuoli, i Fringuelli, i Frosoni, i Cardellini, i Canarini, i Capineri, le Allodole, indi le Rondini le hanno di rado molto visibili, comunque si esaminino e crudi, e cotti.

XI. In due Papagalli (*b*) ho trovati ben distinti, e grossi, e cilindrici i N. *olfattorj* contenuti in due amplissime fosse, le quali erano sfondate; e i nervi diretti verso le caverne nasali penetravano nelle caverne nasali per due fori tondi comunicanti eziandio colle orbite: il diametro di questi fori superava la linea.

(*a*) Tratt. III. Cap. VII. § 77. Mem. Soc. Ital. Vol. III. pag. 166.
(*b*) *Psyttacus Brachyurus. Linn.*

XII. Nervi così grossi erano destinati per caverne nasali capaci appena d'un cece mediocre, tutto che sgombre le avessi delle cellule, e della membrana pituitaria, che vi era molto spessa.

XIII. Nel centro de' *capezzoli olfattorj* parve anche a me, com' è sembrato per avventura al *Willis*, di ravvisare in que' Papagalli, e nelle Oche, uno stigma, quasi che vi sia un voto simile a quello, che realmente si osserva ne' N. *olfatt.* della maggior parte de' quadrupedi. Io però non so ancora pienamente persuadermi che questo non possa essere una illusione prodotta dalla cinerizia sempre più fosca e più diafana nel centro, attorniata alla circonferenza dal candore de' filamenti midollari.

XIV. Dopo che la sostanza de' *Nervi olfatt.* delle Oche ha percorso negli imbuti membranosi della D. *madre* (*a*) uno spazio notabile, questa membrana si assottiglia tanto, che vi si confonde con la *membrana pituitaria* onde sono tappezzati i *cornetti cartilaginosi*, come vi si disperde pur anco insensibilmente la mollissima polpa de' nervi medesimi.

XV. Ma siami permesso d'esporre quello, che mi passa attualmente sotto gli occhi nell'encefalo d'un Frosone e d'un Tordo, acciocchè si abbia meno confusa idea di quanto s'appartiene all'origine, e al corso de' nervi *olfatt.* negli uccelli di minore grossezza. In amendue questi animali hanno qualche cosa di più consistente, che nell' Oca, e nell' Anitra, e vi si distingue assai più la sostanza midollare non solo al di sotto degli emisferi anteriormente a' corpi striati, ma nello stesso corpo loro, e ve la osservo disposta nella maniera seguente.

XVI. Tutta la midollare appartenente alla base del cervello, che unisce gli emisferi, e questi con i corpi striati, forma, un po po al di dietro della commessura anteriore, una massa confusa: e se si sollevano gli emisferi medesimi lasciando i N. *ottici* in sito quasi per rovesciar gli emisferi in dietro, si scuoprono due *archi argentini* colle corna rivolte indietro.

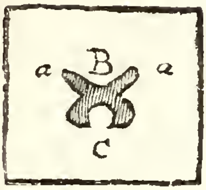
XVII.

(*a*) l. cit. § 15. Mem. ibid. pag. 132. ecc.

XVII. Dalla convessità di questi *archi* s' avanzano due *fascetti* pur midollari, i quali si vengono accostando l' uno all' altro verso il centro della vicina unione de' N. *ottici*, dove intimamente si congiungono ancor essi que' *fascetti* per dar origine a due *lische* argentine più brevi, che salgono a foggia di < verso la commessura anteriore, mentre che la massa di tutte le fibre midollari rimanente si porta orizzontalmente in avanti con risalto superficialissimo sotto alla faccia inferiore degli emisferi verso la punta loro, finchè imbocca l' angusto bipartito canale, che scorre lunghesso il margine superiore del tramezzo delle occhiaje, donde viene a sboccare nelle distinte caverne delle narici, nelle quali senza che ve ne apparisca espansione visibile bianca, nè filo midollare, tutto il N. olfattorio ridottosi a foggia di mucosa pellucida gelatina, insensibilmente si perde e scompare.

XVIII. Trovo, o Signore, ne' miei zibaldoni sotto li 8 d' ottobre del 1773, che facendo io in Saluzzo la notomia del Frosone, osservava, che alla base del cervello in quello spazio, ch' è immediatamente a tergo, e sopra de' N. *ottici*, apparíscono quattro *striscie* midollari disposte nella presente forma *; e che le due *striscie a a* discendevano dalle estremità laterali della commessura anteriore, onde unitesi nel centro *B* della stessa base, si allargavano come in *c* per formare i N. *olfattorj*.

*



XIX. Ivi pure, sotto li 14 dello stesso mese, descrivendo le cose osservate nell' encefalo d' un Reattino, leggo: „ Da'
„ lati della base de' *corpi* cinerizj detti dall' *Allero striati* si
„ piegano verso il centro dell' unione loro anteriormente all'
„ imbuto due *lische* midollari, che vi si congiungono ad an-
„ golo acutissimo: la picciolezza, e la somma tenerezza di
„ queste parti del Reattino mi nascosero l' origine di tali *lis-*
„ *che* in alto; ma distintamente si vede, che dalla parte an-
„ teriore della loro unione si allungano due *fettuccie midol-*
„ *lari* composte d' alcuni fili paralleli, che oltrepassano in
„ lunghezza la punta degli emisferi stessi, e si cacciano pro-
„ fondamente negli imbuti e membranosi, e ossosi dell' estre-
„ mità anteriore della cavità del cranio, il che non lascia
„ più dubbio veruno intorno all' essere queste fettuccie, e la
„ tenera cinerizia su cui sono appoggiate, i veri N. *olfattorj*.

XX. Non è dunque la punta propriamente detta degli emisferi, che forma i N. *olfat.* negli uccelli, com'è stato da più celebri Ornitotomici supposto, ma vi sono *lische* di sostanza midollare destinate a formar questo paro, le quali procedono tanto da' *corpi striati*, quanto dalla commessura anteriore del III. ventricolo, e sostenute da sostanza cinerizia vengono ad inguainar le punte suddette degli emisferi, e dirigono il corso loro per gl' imbuti olfattorj verso le caverne superiori delle narici per servir ivi al senso dell'odorato.

XXI. Non debbe però questo senso nella maggior parte degli uccelli esser tanto vivace quanto ne' quadrupedi, se si ha riguardo alla struttura, e all'estensione degli organi, che gli sono destinati, che che si dica su questo particolare degli *Avoltoj* da *Plinio* (*a*), e delle Cornacchie dal volgo, nelle quali ho sempre trovato i N. *olfat.* assai più piccoli (serbate le proporzioni) e meno estesi, che negli uomini, non che ne' più piccioli quadrupedi.

XXII. E' però degna d'osservazione appunto negli *Avoltoj* l' ampiezza, e le scambievoli comunicazioni, e gli anfratti elegantissimi delle caverne del naso, che tengono a tutto il capo le seguenti proporzioni.

Lunghezza della testa dal foro occipitale alla punta acutissima del rostro poll.	6.	0.	0.
Larghezza alle articolazioni delle mascelle	3.	0.	0.
Altezza tra 'l margine posteriore del palato e la sommità della fronte	1.	6.	0.
Estension de' due fori olfattorj presi insieme nella cavità del cranio	0.	2.	0.
Diametro verticale de' medesimi	0.	1.	0.
Divergenza degli stessi nervi nella parte anterior delle occhiaje, dove traforan le ossa per insinuarsi nelle narici, dopo d'essere comparsi nelle prime	0.	6.	0.
Lunghezza del solco del tramezzo delle occhiaje, in cui scorrono per arrivare a' fori			

(*a*) *Aquilæ clarius cernunt* (*Homine*). *Vultures sagacius odorantur; liquidius audiunt talpæ obrutæ terrâ tam denso, atque surdo Naturæ elemento. Natur. Historiar. lib. X. cap. 69.*

obbliqui, irregolari, che li guidano nelle narici o. 8. •.

Diſtanza di queſti fori dal margine poſteriore ſuperiore dell' apertura eſterna delle narici, in gran parte coperta da lunghe ſetole foltiſſime 1. o. o.

Lunghezza di detta apertura quaſi ovale, coll' eſtremità più ottuſa innanzi o. 10. o.

Queſta maggior altezza loro o. 6. o.

Aperture interne al palato, lunghe o. 10. o.

Larghe nel mezzo della lunghezza o. 3. o.

Trifide in avanti per via delle *oſſa turbinate*, le quali verſo il palato ſono conveſſe in faccia al *vomero*, concave allo 'nſuori, in alto all' incontrario, trifide, diſſi, pel tratto di 1. o. o.

Altra loro apertura laterale 1. o. o.

E quaſi triangolare, coperta dagl' integumenti, limitata dal margine inferior eſterno, obbliquo dall' alto in baſſo, e innanzi pel tratto di o. 10. o.
dal margine anterior delle occhiaje concavo al davanti, pel tratto verticale di o. 8. o.
dal margine ſuperior della baſe della maſcella ſuperiore, pel tratto orizzontale di 1. o. o.

Queſta apertura corriſponde a tutta l' eſtenſione longitudinale degli oſſi turbinati. Comunicano le narici interne dell' *Avoltojo* colle occhiaje, preſcindendo dal foro già indicato, per due aperture, delle quali la ſuperiore dalla volta, ov' è arcata, e larga o. 4. o.
ſtendeſi in baſſo per lo tratto di o. 6. o.
formando un angolo acutiſſimo. L' inferiore diviſa dalla precedente per via di un iſtmo oſſoſo alto o. 2. o.
è larga o. 10. o.
alta o. 6. o.
Prolungaſi queſta ſulla volta medeſima del palato fino all' angolo anteriore delle due aperture laterali poſteriori eſterne, e di là comunica con l' intima cavità del roſtro, che nell'

Avoltojo da me attualmente esaminato è alto 1. 0. 0.
senza comprendervi 0. 8. 0.
di punta adunca incurvata in basso, e indietro; e nel sito indicato è largo 1. 0. 0.
Il foro di tal comunicazione è obbliquo in avanti, e in dentro ha di diametro 0. 2. 0.
Il tramezzo delle narici è traforato 1.° dirimpetto alle narici esterne per due fori: uno anteriore, quasi rotondo che ha una linea di diametro: un altro quadrilungo, situato più in alto, e indietro, lungo 0. 5. 0.
alto 0. 1. 6.
A tergo, corrispondentemente al margine anteriore delle occhiaje, manca verticalmente il tramezzo, in guisa che (prescindendo dal vomero ivi sottilissimo, e alto appena 0. 1. 0. e dalle ossa della volta del palato) la cavità destra del naso comunica liberamente con la sinistra per una apertura irregolarissima, nel centro non larga meno di 0. 4. 0.
Il tramezzo poi delle orbite, e delle narici a tergo, è tutto voto, cavernoso, e comunica in alto per via dello spugnosissimo osso frontale, (ne' di cui seni stendesi pur anco la membrana pituitaria doviziosissima di nervicelli derivanti dal *paro olfattorio maggiore*, e dall' *olfattorio minore*) comunica, dissi, colle sinuosità delle altre ossa anteriori del cranio.

XXIII. Da questa breve descrizione, o Signore, verrete probabilmente invitato a conghietturar meco, non essere per avventura da valutarsi sempre più la grossezza del tronco, perciò che concerne i nervi, che la multiplicità delle diramazioni, delle distribuzioni d'un tronco, ancorchè picciolo, allorchè trattasi della squisitezza della sensazione, alla quale serve il medesimo nervo: ed essere tanto men da tacciarsi d'inesattezza *Plinio* per aver attribuito all' Avoltojo nell' organo dell' odorato squisitezza maggiore, che all' uomo, benchè tanto gli Anatomici della Real Accademia delle Scienze di Parigi (*a*), quanto io, ne abbiamo trovato in proporzione assai picciolo il par de' nervi olfattorj. Nè perchè il *Buffon* nella Storia naturale degli uccelli abbia scritto, che „ v' ha

(*a*) *Histoire de l' Academie R. des sciences. Paris Tom. I. pag.* 430.

„ un gran numero di questi privi di narici, vale a dire privi di condotti aperti al di sopra del becco di maniera, che „ non posson ricevere gli odori salvo per la fessura interiore, che è nella bocca „ (*a*); nè perchè leggasi nel citato Vol. della Storia dell' Accademia suddetta che „ alcune volte „ mancano affatto le aperture esteriori delle narici in alcuni „ uccelli, come in qualche *Palette*, ne' *Cormoranti*, negli *Onocrotali* „ (*b*) dobbiamo conghietturare, che questo senso alla volatile pennuta classe degli animali sia meno essenziale e necessario, quasi che l' acutissima vista, di cui è provveduta, di leggieri fosse per supplirvi, allorchè si trattasse di distinguere soltanto il proprio cibo, e di fare differenza dal sano al nocivo, e non si avesse riguardo veruno al piacere, che trar possono dagli odori dilettevoli.

XXIV. Aggiungasi poi l' ajuto, che porge a' volatili pennuti, per la squisitezza di questo senso, il nervo *olfattorio minore* derivante dalla medesima parte del cervello, dalla quale derivano gli *oftalmici*, i *Mascellari superiori*, ed *inferiori*, e diramantesi nelle stesse narici interne, e nelle caverne tappezzate dalla *membrana pituitaria*; e ci tornerà in acconcio di lodar la diligenza del *Willisio*, e la sensata avvedutezza, colla quale scrisse (*c*) „ mentre che dal quinto paro „ de' nervi un ramo insigne per cadaun lato, percorrendo in „ avanti le occhiaje, s' insinua nella cavità delle narici, una „ branca spiccandosi dal tronco accennato si distribuisce per „ gli orifizj medesimi delle narici esterne. Frattanto amendue

(*a*) *Il y a un grand nombre d' oiseaux qui n' ont point de narines, c' est à-dire point de conduits ouverts au dessus du bec, en sorte qu' ils ne peuvent recevoir les odeurs que par la fente interieure qui est dans la bouche.*

(*b*) *Quelquefois les ouvertures exterieures de l' oiseau manquent tout à fait... comme dans quelques Palettes, les Cormorans, l' Onocrotal. Acad. des Scienc. L. cit.*

(*c*) *Porro cum e quinto nervorum pari ramus insignis, in utroque latere oculi orbitam pertransiens, naris cavernam ingreditur, e trunco ejus surculus emissus ipsi naris officio impenditur; interim ambo majores trunci, osse cribroso circumdato, mutuo conveniunt, & mox ad invicem abscedentes, & ad rostri finem perducti, in palatum distribuuntur. Ad hunc modum volucres pariter ac homo, & quadrupedes peculiari olfactus organo, gemino scilicet processu mammillari instruuntur; ac insuper intra nares e quinto pari nervos adscititios habent, quorum actione, & ramorum in alias partes communicatione etiam in ipsis stricta adeo inter olfactum, & gustum affinitas contrahitur. Willis Oper. loc. cit.*

„ i tronchi maggiori girando attorno all'osso crivellato, vicendevolmente si accostano, e congiungonsi: ma tosto separandosi di nuovo, e scorrendo fino alla punta del rostro per la volta del palato si diramano. Ecco la maniera in cui *gli uccelli* del pari che gli uomini, e i quadrupedi, son provveduti d' un particolar organo dell'odorato, che è appunto il doppio processo mammillare; ed oltracciò hanno nelle cavità delle narici nervi derivanti dal quinto paro, che a' predetti si aggiungono. Quindi la maravigliosa affinità del gusto, e dell' odorato in questi animali così stretta, e la simpatica azion loro, per via della comunicazion de' rami da' medesimi procedenti, con altre parti. „

XXV. Noi di questo nervo *olfattorio minore* stato accennato anche dall'*Allero*, tratteremo a suo luogo, e allora pure diremo quel di più, che concerne gli organi dell'odorato nelle Oche, e nelle Anitre, giacchè non possiamo disgiungerlo dalla descrizione anatomica della mascella superiore senza generar confusione ed oscurità. Intanto se capiterannoci alle mani alcuni di quegli uccelli, che leggiamo esser privi delle aperture esterne delle narici, ce ne varremo per assicurarci se veramente manchino affatto, o sieno forniti delle aperture interne, le quali in tal caso esamineremo se debbano considerarsi unicamente come canali atti a favorir lo scolo di qualche mucosità necessaria nelle fauci, piuttosto che come utili per lo senso dell'odorato, qualora in questo abbia qualche peso l'analogia.

XXVI. Perciocchè fu dimostrato già più volte da me che negli uomini il senso dell' odorato non si eccita salvo dall' urto delle molecule odorose contro le nervee papille della membrana pituitaria portate nelle caverne nasali dall' aria odorifera che vi passa con qualche impeto. Ed eccovene la prova. Qualsivoglia numero d' uomini tenga le proprie narici chiuse in una camera dove si accenda zolfo, o polvere da schioppo, e respiri per la bocca; proverà un senso più o meno grave di soffocazione, gli pioveranno lagrime dagli occhi al fumo di queste o d' altre sostanze grave-olizzanti accese, ma non distinguerà l' odor nè dello zolfo, nè della polvere, nè di quelle altre sostanze, che s' abbruciano. Ab-

bandoni le narici esterne, e respiri a quel fumo soltanto con la bocca, tenendo chiuse le narici interne per mezzo della elevazione dell' ugola, e de' veli del palato, e proverà lo stesso effetto respirando gli aliti, che dalle fetide sostanze, oppur odorose, si elevano, e non distingueranne la diversità, se non avrà respirato per le narici esteriori; cioè, se gli aliti odorosi non saranno stati portati con la debita forza contro le papille nervee della membrana pituitaria, dall' aria, che passando per le caverne del naso si fa strada per esse, e per le narici interne verso la trachea, e i pulmoni.

XXVII. Nè terminerò il mio discorso intorno a questi organi, e nervi, senza accennarvi, o Signore, che se un indizio della perfezion del senso dell' odorato negli animali in generale si trae dall' esser le lamine, le anfrattuosità delle caverne nasali più numerose, più lunghe, più elegantemente frastagliate, rinvoltate, ammassate, quasi che per mezzo di tale più composta, più complicata conformazione, ivi si contenga un maggior numero di filamenti, di papille nervee; e meglio si ritengano, s' inceppino, si applichino contro le dette papille, i detti nervei spandimenti, gli effluvii, le odorose particelle de' corpi, in que' giri, ed avvolgimenti delle caverne stesse: certamente molto più squisito sarà l' odorato degli Avoltoj, delle Aquile, de' Nibbj, e de' Barbagianni (lo spugnoso-cartilagineo organo particolar de' quali destinato all' odorato descriverassi altrove) molto più squisito, diceva, nelle Anitre, e nelle Oche sarà, di quello che sia ne' Papagalli, e in altri volatili di tale specie, ne' quali tutte le caverne nasali consistono in poco più d' una doppia cavità rotonda larga quanto un picciolo pisello, ripiena di spesso moccio addensato, e d' una tenue non anfrattuosa membrana.

RIFLESSIONI

INTORNO ALLA CAUSA D'UN FENOMENO ELETTRICO

Del P. Giovambatista da S. Martino.

I. IL Sig. *Comus*, noto per le ſue produzioni, e per la perſpicacia de' ſuoi talenti a tutta l'Europa, iſtituì una ſerie di ſperimenti elettrici alla preſenza di S. A. il Sig. Duca di di *Chartres*, e de' Signori *Delort*, *Roüelle*, *d' Arcet*, e *Rozier*, deputati da S. A. per verificarne i fatti, e per atteſtarli. Tra queſti eſperimenti uno, che ora imprendo io ad eſaminare, fu quello, onde l'Autore volle aſſicurarſi, ſe i liquori elettrizzati diveniſſero più leggieri, o più peſanti. Preſe a tale oggetto un areometro di vetro caricato con del mercurio, e l'immerſe in un ſecchiello di latta pieno di acqua. Iſolò il ſecchiello ſu d'un ſgabelletto di criſtallo, e dopo di avere elettrizzata l'acqua, ſi vide il peſa-liquori alzarſi di tre gradi ſulla ſuperficie di lei: cavò la ſcintilla, e lo ſtrumento ricadde allo ſteſſo grado, ove era prima. Cambiò l'eſperimento, mettendo l'areometro in una boccia di Leiden piena di acqua, ed il riſultato fu lo ſteſſo. L'eſperienza fatta con varj altri fluidi ha dato coſtantemente i medeſimi riſultati, e lo ſtrumento ſi è ſempre alzato di tre gradi allo 'ncirca. Volendo convincerſi, ſe il mercurio, che ſerviva di ſavorra al peſa-liquori, aveſſe alcuna parte nel ſuo innalzamento, ſi ſoſtituì la ſabbia in luogo ſuo; ma il riſultato fu tuttavia lo ſteſſo.

II. Bramoſo io d'inveſtigare il giuoco della Natura, di toccar col dito il miſtero delle ſue operazioni, e di ſcuoprire la cauſa di queſto ben ſingolare fenomeno, la prima delle mie attenzioni fu quella di ripetere le ſperienze medeſime dell' Autore, per verificarne il ſucceſſo. Preſi quindi un vaſo di vetro del diametro di ſei pollici e mezzo di Parigi, e dell'altezza di pollici nove; il riveſtii all'eſterno di un'

armatura

armatura metallica, a quella foggia ſteſſa che ſi pratica con le bottiglie di Leiden, ed avendolo riempiuto a due terzi di acqua, v'immerſi l'areometro, ch'era egli pure di vetro, ne elettrizzai l'acqua con cinquanta giri della macchina, e l'areometro ſi trovò alzato di $\frac{60}{100}$ di grado. Ne cavai ſubito la ſcintilla, e l'areometro s'abbaſsò immantinente al grado di prima. Ho replicata in ſeguito moltiſſime altre volte la medeſima ſperienza, ſervendomi ſempre dello ſteſſo vaſo, del medeſimo areometro, della ſteſſa acqua, con l'attenzione altresì, che foſſe ogni volta elettrizzata allo ſteſſo grado, il che mi veniva indicato dall'elettrometro; ed i riſultati furono coſtantemente uniformi; di maniera che l'areometro ſi alzò ſempre, nè più, nè meno di $\frac{60}{100}$ di grado.

III. Eſſendoſi omeſſo di avvertire a quai punti fiſſi steſſe appoggiata la graduazione dell'areometro del Sig. *Comus*, noi non poſſiamo concepire il valore dei tre gradi di aſcenſione da lui indicati, il che era coſa non indifferente a ſaperſi. L'areometro, di cui mi ſono io ſervito, è quello, che ho deſcritto nella mia *Memoria ſulla maniera di fare, e di conſervare i vini*, che riportò il premio al giudizio della Reale Società Patriotica di Milano. In eſſo è notato zero al punto, ove l'areometro ſi affonda entro l' acqua diſtillata, e ridotta alla temperatura di gradi 15 del termometro a mercurio ſecondo la graduazione di *Reaumur*: ed al termine, ove ſi ſtabiliſce, allorchè s'immerge entro una diſſoluzione di due parti di acqua diſtillata, ed una di zucchero, poſta alla medeſima temperatura, ſono marcati i gradi 40. Sicchè per varj eſperimenti, che feci in appreſſo, ogni grado creſcente di queſta diviſione indica nel liquore, cui s'immerge l'areometro, l'accreſcimento di $\frac{1}{250}$ di maggiore ſpecifica gravità. Di ſorte che ſe un volume di acqua pura, nel quale l'areometro ſi ferma allo zero, peſi libbre 250; una diſſoluzione qualunque di egual volume, ove l'areometro ſi ſtabiliſſe a gradi uno, peſerebbe libbre 251; e quindi le ſpecifiche loro gravità ſarebbero nella medeſima proporzio-

ne, come 250 a 251. Per la qual cosa se il rialzamento dell' areometro nelle testè nominate sperienze derivasse dall' accresciuta specifica gravità dell' acqua, il che ci resta tuttavia ad esaminare, esso indicherebbe l' aumento del detto peso essere di $\frac{3}{1250}$ del primiero volume; secondo la seguente analogia $\frac{60}{100} : 1 :: \frac{1}{250} : \frac{3}{1250}$.

IV. In conseguenza delle sopra riferite sperienze io era portato a credere, che la maggior salita dell' areometro entro l' acqua elettrizzata fosse stabilita all' indicato valore di $\frac{60}{100}$, secondo la mia graduazione; e che questo valore dovesse probabilmente corrispondere ai tre gradi dell' areometro del Sig. *Comus*. Se non se spinto da un certo non so quale spirito di ricerca, mi venne talento di rifare le medesime prove con un secondo, indi con un terzo areometro, amendue differenti dal primo sì in peso, che in grandezza, ma graduati non per tanto sui medesimi principj. Il risultato fu, che per quanto replicassi gli sperimenti, ed usassi ogni circospezione, affinchè l' acqua fosse elettrizzata al medesimo grado, uno di essi non si sollevò giammai al di là di $\frac{28}{100}$ di grado, e l' altro giunse fino ai $\frac{75}{100}$. A questa diversità, che mi giunse inaspettata, la prima idea, che mi si risvegliò, fu quella di pensare, che gli areometri si fossero sconcertati. Ma avendoli sottoposti alle prove, coll' immergerli prima nell' acqua distillata, indi in una dissoluzione di due parti di acqua, ed una di zucchero, il tutto alla temperatura di gradi 15, gli trovai perfettamente uniformi; dal che ne siegue, che la rimarcata diversità dee dipendere da altre cause, da dover essere in seguito esaminate. Nulla ostante però un tal divario, il principale risultato delle fin qui ripetute sperienze si è, che l' areometro s' innalza entro all' acqua positivamente elettrizzata. E ciò è quello, di che io dovea assicurarmi, prima di procedere ad ulteriori perquisizioni.

V. Posta fuor d'ogni dubbio la realità del fatto, mi rivolsi ad indagare, quale possa esser la causa del conosciuto innalzamento, e per qual motivo altresì al medesimo grado di elettricità non corrisponda sempre un'egual salita dell'areometro. In quanto alla causa del fenomeno il Sig. *Comus*, pieno di moderazione, e di riguardo, si contenta di avere esposto il risultato delle sue sperienze, lasciando ad altri Fisici il *ricercarne la cagione*, *ed il determinare*, *se l'effetto dipenda dal continente*, *dal contenuto*, *o dal fluido circostante*. Ei crede di avere osservato, che *l'acqua era più pesante di qualche cosa dopo l'operazione*; ma avverte con tutta ingenuità, che questa conghiettura vuol essere confermata. La sola sospizione d'un uomo, che eccede tutti i numeri, quale si è il Sig. *Comus*, basterebbe a giustificare la nostra credenza, qualor sulla fede, e sulla stima di lui ci determinassimo a pensare, che l'acqua elettrizzandosi divenga specificamente più grave, e che questo nuovo acquisto di gravità sia desso la cagione dell'innalzamento dell'areometro. Contuttociò per non seguir ciecamente l'orme talor vacillanti della sola autorità, per non interpretare le cose a capriccio, per non togliere all'esperienza i suoi diritti, per dare al presente argomento quel grado di precisione, e di forza, di cui è suscettibile, noi intraprendiamo di esaminare alquanto più a fondo la quistione.

VI. Ognun sa, che la teoria dell'areometro, ossia, del così volgarmente detto *pesa-liquori*, è appoggiata a questo principio: *Un corpo solido men pesante d'un egual volume di fluido*, *nel quale è immerso*, *galleggia in parte; ed il volume del fluido eguale alla parte di esso immersa pesa come tutto il solido*. Quindi quanto meno s'immerge l'areometro entro un dato fluido, tanto maggiore è la specifica gravità del fluido stesso; e l'aumento di questa si rileva per ordinario dai gradi, che sogliono notarsi lungo l'asta dell'areometro. Sicchè stando semplicemente a quel che appare, sembrerebbe, che siccome l'areometro si affonda meno entro l'acqua, allorchè è sopraccarica di elettricità, di quel che sia quando è spoglia di questo eccesso, ella dovesse elettrizzandosi acquistare maggior peso specifico. Ma niente di più essenziale per un cauto Osservatore quanto lo starsene in guardia contro gli og-

getti apparenti, ed il distinguere la realità de' fatti da quelle vane escrescenze, che ingombrano sì sovente la fantasia. Affinchè l'acqua, o qualunque siesi altro fluido, abbia a divenire specificamente più grave, io non conosco altri mezzi, che i tre seguenti. Il primo è quello che nasce dal cambiamento della temperatura. Imperciocchè passando il fluido da uno stato di calore ad uno stato di frigidezza, i suoi pori si restringono, le parti costituenti acquistano più aderenza, si aumenta la massa, e sotto un medesimo volume il peso diviene sempre maggiore. L'altro mezzo è quello di fare svaporare la parte più volatile del fluido stesso, se ne contiene. Per questa via lo spirito di vino, l'acqua di mare, le varie dissoluzioni, e generalmente tutti i fluidi composti di sostanze di gravità diversa, esponendoli alla svaporazione, acquistano una maggiore specifica gravità; perchè esalando la parte più volatile, rimane la porzione più flemmatica, e più densa. L'ultimo di questi mezzi, atto egualmente ad accrescere il peso de' liquidi, è quello di farvi disciogliere per entro qualche altra sostanza specificamente più grave del fluido stesso, il quale serve di mestruo. A questa classe appartengono le dissoluzioni di zucchero, di nitro, di sal marino, di tartaro, e tali altre simili, le quali divengono di un peso specifico maggiore dell'acqua semplice, e sostengono perciò a maggiore altezza l'areometro, che vi è immerso.

VII. Ora per quale degl' indicati mezzi' l'acqua, e gli altri fluidi elettrizzati potrebbero acquistare quella maggiore gravità specifica, che pur sarebbe necessaria, qualor dovesse esser ella la causa dell'innalzamento dell'areometro? Rapporto al primo, cioè, che l'acqua elettrizzandosi divenga più grave in quanto che ella giunga a cambiar temperatura; io credo che non saravvi alcuno tra Filosofi, il quale si senta in grado di volerlo sostenere. E noi perderemmo l'olio, e la fatica, se volessimo insistere a combattere un siffatto erroneo pensamento. L'acqua distillata perdendo 40 gradi di calore al termometro di *Reaumur*, ella spinge in alto l'areometro graduato secondo la mia divisione di gradi cinque e mezzo. Sicchè per far salire il medesimo strumento di $\frac{92}{100}$ di grado, ch'è la maggiore altezza, cui l'abbia ve-

duto pervenire, sarebbe necessario, che per mezzo della elettrizzazione l'acqua venisse a perdere $\frac{253}{2000}$ di calore, secondo la seguente formula $40 : 5\frac{1}{2} :: \frac{92}{100} : \frac{253}{2000}$. Il che assolutamente non succede; poichè per quanto si continui a tener l'acqua sotto l'azione della macchina, ella persiste nel suo primiero grado di calore, quando non si cambj la temperatura dell'ambiente, come con delle sperienze dirette me ne sono assicurato fino all'ultima evidenza.

VIII. In quanto al secondo mezzo, noi sappiamo bensì, che l'elettricità promuove efficacemente la svaporazione, durante la quale, le parti più volatili de' fluidi si risolvono in vapore. Ma quali sono entro all'acqua pura queste parti più volatili dell'acqua stessa? Per chiarirmene appieno esposi per più settimane un vase di acqua ad una lenta svaporazione, finchè l'acqua si trovò ridotta alla metà del suo primo volume. V'immersi allora il mio areometro, il quale si stabilì a quel medesimo preciso grado, che era stato da lui indicato prima della svaporazione. Siccome poi io vo tenendo conto della evaporazione annua, ebbi perciò occasione di ripetere altre volte questa prova in varj tempi, in differenti circostanze, e a diverse diminuzioni dell'acqua; ma sempre col medesimo risultato. Lo stesso pure avvenne in un volume di acqua, che mediante l'ebullizione ho fatto scemare di due terzi. Tutto ciò mostra ben chiaramente, che, parlandosi dell'acqua, la svaporazione non ne fa punto crescere la specifica gravità. Oltr'a che, se l'acqua elettrizzandosi divenisse specificamente più grave per la dispersione delle supposte particelle più volatili, ella dovrebbe conservarsi tale anche in appresso, almeno per lunga pezza, nè dovrebbe tornare sì tosto alla sua leggerezza primiera; il che è affatto contrario all'esperienza; poichè appena noi caviamo la scintilla dall'acqua elettrizzata, che l'areometro torna subito ad abbassarsi al grado, ove era prima di cominciar l'operazione.

IX. Molto più imbarazzati noi saremmo, se volessimo sostenere, che l'acqua elettrizzata si renda più grave per l'intromessione di qualche altra sostanza di peso specifico mag-

giore. Una tale intromessione ripugna apertamente al buon senso, alla ragione, all'esperienza; e a chiunque si proponesse di volerla sostenere, incomberebbe sempre lo stretto obbligo di additarci a quale dei molti generi appartenga la sostanza novellamente intrusa. L' unica materia da noi conosciuta, che resti introdotta nell'acqua, allorchè si elettrizza, ella è appunto il fluido elettrico. Noi conveniamo da bel principio, che questo fluido sia corpo, che sia composto di elementi materiali, che sia dotato di quale ella siesi specifica gravità; accordiamo altresì, che con l'artificio delle nostre macchine venga esso fortemente addensato, e compresso entro all'acqua. Non potrebbe dunque egli stesso questo fluido esser desso la causa, onde acquisti l'acqua una maggiore specifica gravità? Ma qui appunto sta il nodo più implicato, e malagevole. Primieramente non sappiamo quale sia in realtà il peso specifico del fluido elettrico; nè alcuno, che si sappia, è giunto finora a tanto di poterlo scandagliare. Suppongasi non per tanto per mera ipotesi, che esso equivaglia al peso dell'aria; quantunque in effetto debba essere incomparabilmente più leggiero. In tale supposto, sarebbe necessario, che fosse talmente addensato entro l'acqua, fino ad occupare uno spazio ottocento volte minore del suo ordinario, ed anche in allora il peso di lui sarebbe eguale a quello dell'acqua, nè le aumenterebbe per conseguenza la gravità specifica. Ma lasciamo le supposizioni, e venghiamo alle seguenti sperienze.

X. Presi una boccia di Leiden del peso di libbre tre, oncie 4, grani 38, la cui armatura interna era di 230 pollici quadrati di superficie, e dopo di averla ben caricata, quanto mai potea esserlo, la pesai di nuovo, standosene così carica. Per quanta circospezione io abbia usata, non mi fu possibile di scuoprire, che il suo peso si fosse accresciuto del più minimo atomo, quantunque la bilancia, di cui mi sono servito, fosse atta ad indicare fino la decima parte di un grano; e quindi se il peso si fosse soltanto aumentato di $\frac{1}{19238}$ io avrei dovuto accorgermene. Ripetei, come son solito sempre fare nelle mie ricerche, la stessa prova; ma sempre col medesimo successo. Non per tanto dubitando, che qualche

non preveduta differenza ſi poteſſe riſcontrare tra il modo, onde il fluido elettrico aderiſce alla ſuperficie metallica, e quello, onde rimane compreſſo nell'acqua, variai le mie prove nella ſeguente forma. Traſcelſi un recipiente di vetro armato all'eſterno di foglia metallica, ed il riempj a due terzi d'acqua, notandone il peſo ſeparatamente da quello del vaſe. Dopo di averlo fortemente elettrizzato, il peſai di nuovo, prima che veniſſe a ſcaricarſi. Quindici volte di ſeguito ho ripetuto queſto lavoro con recipienti diverſi, e ne ebbi i ſeguenti riſultati. 1. L'acqua elettrizzata lungi dall' acquiſtare una maggiore ſpecifica gravità, la trovai anzi coſtantemente diminuita di peſo. 2. La diminuzione era egualmente la ſteſſa, ſenza il minimo divario, tanto peſando l'acqua, finchè era carica di elettricità, quanto peſandola dopo di averne cavata la ſcintilla. 3. Il peſo dell'acqua, che rimaneva dopo l'elettrizzazione, era in ragione inverſa compoſta del tempo impiegato nell'elettrizzarla, e dell'ampiezza della ſuperficie, che ella preſentava. Di modo che quanto più ampia è la ſuperficie dell'acqua entro al vaſo, e quanto più a lungo ella rimane ſotto l'azione della macchina, tanto maggiore è la diminuzione del ſuo peſo dopo l'operazione. Queſti fenomeni, che ſono un effetto immediato della ſvaporazione avvalorata, promoſſa, ed accreſciuta dalla forza elettrica, moſtrano altresì, per quanto mi pare, ad evidenza, che l'acqua elettrizzandoſi non acquiſti altrimenti maggiore ſpecifica gravità; e quindi che l'aſcendimento dell'areometro non dipenda per verun modo da una cauſa, la quale punto non eſiſte; ma da una cauſa, che ci rimane tuttavia ad indagare.

XI. Non fu da principio, che un ſemplice mio ſoſpetto, quello di penſare, che l'innalzamento dell' areometro poſſa eſſer cagionato dall'attività, e dalla forza dello ſteſſo fluido elettrico, il quale riſtretto, addenſato e compreſſo fra l'acqua, tenta di ſortire per ricomporſi all'uguaglianza.

XII. La gran legge dell'equilibrio, che regna in tutti i fluidi, che procede evidentemente dalla mobilità delle loro parti, dalla loro agitazione inteſtina, e dalla egual preſſione in tutti i ſenſi, ella è deſſa quel principio univerſale, onde tendono eſſi a riſtabilire la continuazione, ove ſia in-

terrotta, col distribuirsi equabilmente fra tutte le sostanze in quella dose, e a quella proporzione, ch'è relativa alla capacità di ciascuna di esse. Una differenza non per tanto molto rimarcabile si scorge nella maniera stessa, onde viene a compiersi questa equilibrata ripartizione. Mercecchè alcuni fluidi non giungono alla loro egual diffusione, che assai lentamente, e dopo un periodo di tempo più o meno lungo. Così i panni, le bambagine, le stoffe, e tante altre sostanze le quali mantengono per lungo spazio il calore, e così i molti giorni, e le intere settimane, che si richieggono, pria che l'umidità sorta da alcuni corpi, onde era stata assorbita, e pongasi all'uguaglianza con la dose di umidità, che regna nell'aria. Pel contrario il fluido elettrico tende con una rapidità impercettibile all'adequata sua distribuzione; del che ne abbiamo delle prove affatto convincenti e nella vivacità delle scintille, che sortono dalla bottiglia di Leiden, e nell'istantaneo suo discorrimento lungo i fili metallici, e nell'impeto stesso formidabile, onde scoppiano dall'alto le folgori. Partendo da questo principio, che ha per fondamento la giornaliera sperienza, è facile il concepire, che trovandosi il fluido elettrico condensato in copia entro un corpo anelettrico, eserciti in tutti i sensi una forza, la quale dee essere proporzionale ed alla sua quantità, ed al grado del suo addensamento; e che con questa forza medesima ei tenti di sormontare, e di vincere la resistenza de' corpi coibenti da' quali è circondato. Riempiasi ora di acqua un recipiente di vetro, e se le doni un grado di elettricità molto intenso: due saranno i corpi isolanti, che formano ostacolo a questo ammasso di elettricità, il vetro, che lo cinge ai lati, e al fondo, e l'aria, che comunica con la sua superficie. E posciachè l'aria, anche la più asciutta, è sempre meno isolante del vetro; perciò l'impeto, e lo sforzo maggiore di questo fluido dee esser rivolto verso la parte più debole, vale a dire, verso la superficie stessa. L'immagine di un rapido, ed impetuoso torrente, che urta, che minaccia, che spigne, e che rompe nel sito medesimo il meno forte dei ripari, non è dessa un'immagine sì pretta oratoria, che non possa acconciamente adattarsi a spiegare l'idea di un filosofo, e a porre in chiaro la verità, che tentiamo di sviluppare.

luppare. Da questo attivo principio, da questa energica forza espulliva, da cui, come da unica, e vera causa derivano e l' aumento della svaporazione ne' fluidi elettrizzati, e la ripulsione de' corpicelli leggieri, e la più celere vegetazion delle piante, e 'l discioglimento degli umori stagnanti, e lo sviluppo degl' ingorghi, el a soluzion delle stasi, e il deoppilamento de' vasi ostruiti, e mille, e cento altri effetti di cotal genere, da questo medesimo principio, io dico, sembra altresì dover traere la sua origine l' innalzamento dell' areometro nelle indicate sperienze. Un corpo galleggiante entro un fluido, ch'è nella sua maggiore effervescenza, che invisibilmente gorgoglia, si slancia, e sorbolle, che fa degli sforzi per sollevarsi, ed espandersi, non può a meno di non sentirne esso pure l'impressione, e di non rimaner sollevato in ragione diretta all' impulso, che ne va ricevendo. Le numerose sperienze, che a questo oggetto ebbi la compiacenza di praticare, lungi dallo indebolire, non sanno che vie maggiormente consermare le mie conghietture; ed i risultati, che ne andrò brevemente sponendo, serviranno a provare, che la forza impellente del fluido elettrico, il quale tende a diffondersi, può esser ragionevolmente considerata come la causa, onde l' areometro viene ad alzarsi; e che secondo i varj gradi di questa forza, anche l' innalzamento debba rendersi più, o meno sensibile, a norma delle ricorrenti circostanze.

XIII. Quando negli esperimenti si adopera un vaso di vetro di perfetta qualità isolante, il quale contenga l' acqua da elettrizzarsi, l' innalzamento dell' areometro, tutte le altre cose d' altronde uguali, è maggiore, di quel che sia allorchè l' acqua è collocata entro un recipiente metallico, nulla ostante, che questo resti isolato sur uno sgabello di resina, o di vetro. La ragione di questo divario sembra essere delle più naturali. L'acqua entro un vase di vetro si trova contorniata, e rinchiusa, come dissi più sopra, da due corpi isolanti, cioè, dall' aria, e dal vetro. E poichè il vetro, che la contiene, è dotato d' una facoltà meglio isolante, che non è l' aria, che le sta al di sopra; così l' impeto, e lo sforzo maggiore, che esercita il fluido elettrico, è rivolto appunto al di sopra verso la superficie dell' acqua, ove trova una minor resistenza; e quindi l' innalzamento dell' areometro dee

esser maggiore. Per l' opposto allorchè l' acqua è contenuta entro un vase di metallo, l' acqua forma un solo corpo anelettrico col vaso stesso; l' elettricità è sparsa egualmente tra l' acqua e le pareti del recipiente; l' aria quindi è il solo corpo idio-elettrico, che circondi questo ammasso di elettricità; la resistenza perciò è debole egualmente per tutti i lati; la forza espansiva è ripartita secondo tutte le dimensioni; ed in conseguenza tanto più debole ella diventa alla superficie, e quindi minore deve essere anche l' innalzamento dell' areometro.

XIV. Dato lo stesso numero di giri della macchina, la salita dell' areometro è in ragione della siccità dell' aria ambiente. Quando l' aria è umida, poca elettricità si raccoglie; ed essendo questa una verità nota a chiunque, io mi credo esente dal debito di dimostrarla. Non basta. L' aria umida è anche poco isolante; e quindi quella poca elettricità, che si va raccogliendo, facilmente anche si disperde. Per l' opposto ne' tempi asciutti l' elettricità è copiosa, l' aria è più isolante, e forma maggiore ostacolo alla dispersione di questo fluido; l' acqua se ne carica in maggior dose, la forza impellente è più attiva, e l' ascensione dell' areometro sta nella medesima proporzione.

XV. Giunto che sia l' areometro ad una data altezza, ch' è varia secondo le diverse attuali circostanze, quantunque si continui l' azione della macchina, l' istrumento se ne rimane stazionario, nè più ascende. Infatti la dose di elettricità, di cui può caricarsi un corpo anelettrico, è proporzionale ed alla capacità del corpo stesso più, o meno atto a contenerla, ed alla maggiore, o minore virtù isolante del corpo idio-elettrico, che lo circonda. Quindi l' acqua entro un vase di vetro, anche nelle più favorevoli circostanze, non è suscettibile che di una determinata dose di fuoco elettrico, la quale sia relativa e alla sua capacità in contenerlo, e alla forza coibente dell' aria che forma ostacolo. La quantità di questo fluido sarebbe maggiore nel caso, che si potesse o accrescere la virtù idio-elettrica dell' aria, e renderla più isolante; oppure ampliare la capacità dell' acqua; il che, secondo le osservazioni di alcuni moderni Fisici, succederebbe allorchè si riducesse l' acqua allo stato di vapore. Quindi secondo il

metodo consueto non essendo possibile di addensare questo fluido, se non fino a un dato termine, ne siegue che anche l'ascensione dell'areometro debba avere i suoi limiti, giunto ai quali l'istrumento se ne rimanga stazionario.

XVI. L'areometro, a pari circostanze, ascende più, quando il recipiente di vetro, che contiene l'acqua, è armato esternamente di foglia metallica, di quel che sia allorchè n'è privo. Egli è un fatto noto oramai a tutti i Fisici, che un corpo anelettrico si carica di maggiore elettricità, quando il corpo idio-elettrico, che gli serve d'isolante, poggia sopra un altro corpo anelettrico, di quel che farebbe se fosse aderente ad un secondo corpo idio-elettrico. Collocate la bottiglia stessa di Leiden, tuttochè armata all'esterno, sopra un corpo isolante, ed essa raccorrà molto minor copia di fluido elettrico, che non farebbe stando appoggiata sopra un corpo conduttore. Ora il recipiente di vetro, di cui parliamo, quando non è armato al di fuori, le sue pareti esterne poggiano, o dirò meglio, comunicano con l'aria, ch'è corpo isolante; dovechè essendo fornito della sua armatura, questa gli serve di appoggio; e quindi, secondo la regola testè nominata, il vase si rende più atto a raccogliere, e a contenere più elettricità; dal che ne siegue, che anche l'areometro debba ascendere maggiormente.

XVII. La salita dell'istrumento sta in ragione inversa all'ampiezza della superficie, che presenta l'acqua elettrizzata. Imperciocchè la forza espellente del fluido elettrico ha tanto meno di azione per investire, e far innalzare l'areometro, quanto più distribuita si trova fra un maggior numero di punti.

XVIII. La materia stessa, e la forma, ond'è costruito l'areometro, concorrono d'una maniera significante a render varia la sua ascensione. Gli areometri composti di sostanze elettriche per comunicazione, a pari circostanze, sono meno sensibili di quelli, che sono formati di vetro, o di qualunque altra materia elettrica di sua natura. Per la qual cosa, allorchè tanto il recipiente dell'acqua, quanto l'areometro, che vi galleggia al di sopra, sono di metallo, l'ascendimento è appena distinguibile all'occhio il più esercitato, ed attento. Poichè oltr'a ciò, che l'elettricità si disperde per le pa-

reti del vaſo, ella ſe ne aſcende altresì con pochiſſima reſiſtenza per l' aſta dell' areometro. Feci più volte la prova con un areometro di ottone, coſtruito in guiſa, che la ſua aſta veniva a terminare in punta; nè mai diede il minimo ſegno d' innalzamento; come è ben facile il dover comprendere.

XIX. Qualunque altra coſa d' altronde uguale, l' areometro fa maggior ſalita, quanto maggiore è l' ampiezza della ſua palla. Di fatto la forza, e l' impulſo, che eſercita il fluido elettrico per iſpanderſi al di ſopra, dee avere tanto più di preſa per inveſtire, e per innalzare l' iſtrumento, quanto la palla di eſſo è più ampia, ed occupa una porzione maggiore di ſuperficie. Io pongo nella qui ſottopoſta tabella il riſultato di varj ſperimenti, che feci con ſei areometri di vetro di vario peſo, e grandezza, ma uniſoni nella loro graduazione; facendo ſempre uſo del medeſimo recipiente, e della ſteſſa quantità di acqua. Nella prima caſella evvi eſpoſto con ordine il numero di ciaſcuno areometro; nella ſeconda trovaſi eſpreſſa in linee quadrate la ſuperficie della loro palla; nella terza l' intero peſo dell' iſtrumento, notato in grani, de' quali 480 fanno un' oncia della libbra ſottile di Venezia; nella quarta in fine ſi rimarca inenteſimi di grado l' innalzamento di ciaſcuno areometro immerſo nell' acqua elettrizzata fino al punto, che l' iſtrumento rimaneva ſtazionario.

TAVOLA

Dell' innalzamento di varj areometri.

Areometri	Superficie	Peso	Innalzamento
	Linee quadr.	Grani	Grad. centesimi
Primo	460	308	0, 28
Secondo	708	350	0, 35
Terzo	1520	480	0, 60
Quarto	2016	608	0, 64
Quinto	2828	702	0, 75
Sesto	4464	970	0, 92

Da quanto sta esposto in questa tabella sembra di poter rilevare, che l' innalzamento dell' areometro, se non siegue esattamente, almeno si avvicina di molto ad una ragione composta, la quale è direttamente come il quadrato de' diametri delle sfere, ed inversamente come i pesi. Imperciocchè quantunque la sola metà inferiore della sfera sia quella, su cui il fluido elettrico esercita la sua azione impellente, pure essendo le intere superficie come il quadrato de' diametri, anche la metà di esse segue la medesima proporzione. In quanto poi alla ragione inversa, è cosa evidente, che convien calcolare il peso di tutto lo strumento, perchè egli è tutto il peso di esso quello che serve di ostacolo al maggiore suo innalzamento.

XX. Se dopo di aver elettrizzata l' acqua, in vece di cavar la ſcintilla, ſi laſcia che l'acqua ſi ſcarichi lentamente da ſe; anche l' areometro va poco a poco diſcendendo; coſicchè quando l' elettricità è giunta ad equilibrarſi, l' iſtrumento pure ſi trova ſtabilito al ſuo grado di prima.

XXI. Una varietà molto rilevante ſi riſcontra tra l' oſſervare l' areometro alla ſuperficie dell' acqua, ed oſſervarlo al livello degli orli del vaſo. Se dopo aver cavata la ſcintilla, ſi oſſervano i gradi dell' immerſione alla ſuperficie dell' acqua, l' iſtrumento, come ho detto più volte, ſi trova preciſamente diſceſo al grado, ove era prima. Ma ſe ſopra gli orli del vaſo ſi ſtende orizzontalmente una laſtra di vetro, ed al livello di eſſa ſi oſſervino i gradi dell' affondamento, ſi troverà, che l' areometro è diſceſo più a fondo di quel ch' era prima. Queſto fenomeno, che ho tante volte riſcontrato, e che coſtantemente ſuccede, non è atto per verun modo ad imbarazzar la chiarezza delle idee; ma ſerve anzi di nuova conferma a quanto finora mi ſono induſtriato di eſporre. Uno degli effetti della elettricità poſta in azione, ſi è quello di promuovere efficacemente la ſvaporazione de' liquidi. In pochi minuti io feci ſcemar l' acqua di un vaſe di $\frac{1}{75}$ del ſuo peſo primiero. Ed eſſendo ne' fluidi omogenei i volumi direttamente come i peſi; perciò anche il ſuo volume dovette eſſer diminuito di altrettanto. Queſta diminuzione di peſo, e di volume è ſempre varia, e dipende da molte circoſtanze, dalla più, o meno forza della macchina, dalla maggiore, o minore ſuperficie, che preſenta l' acqua, dal tempo più, o meno lungo, che s' impiega in elettrizzarla. Entro un intervallo alquanto conſiderabile non è niente difficile fare iſcemar l' acqua di un quarto, ed anche della metà del ſuo volume totale. Egli è dunque certo, che l' acqua de' noſtri ſperimenti nell' atto ſteſſo, che elettrizzandoſi ſpigne in alto l' areometro, ella diminuiſce altresì di volume, e che quanto più continua a ſtarſene ſotto l' azione della macchina, tanto maggiormente il ſuo volume decreſce. Per la qual coſa, ſe dopo di aver cavata la ſcintilla, ſi oſſervano i gradi dell' areometro alla ſuperficie dell' acqua, ſi trovano eſſi

preciſamente quali erano avanti l'operazione; perchè conſervando l'acqua la ſua medeſima gravità ſpecifica, ceſſato l'impulſo elettrico, l'areometro torna al ſuo grado primiero. Nè punto fa forza la diminuzione del ſuo volume, mentre data la medeſima qualità di acqua, il grado d'immerſione è ſempre eguale, tanto in un volume di tre mila botti, quanto di due ſole pinte. Diverſamente ſuccede, allorchè ſe ne rilevano i gradi, non già alla ſuperſicie dell'acqua, ma al livello della laſtra poſta ſugli orli del vaſo; poichè da queſto punto ſi conoſce il decremento del volume di acqua. Già una porzione di eſſa ſi è diſſipata in vapori, il ſuo livello non è più al ſito, ove era prima, la ſua ſuperficie ſi è abbaſſata, e conſeguentemente anche l'areometro, oſſervato che ſia agli orli del vaſo, ſi ſcorge eſſer diſceſo.

XXII. Le riſleſſioni, che brevemente ho eſteſe, eſſendo convalidate dall'eſperienza, ch'è l'unico mezzo, onde perfezionare le ſcienze, ſembrano recare all'argomento fin qui diſcuſſo un grado di probabilità, ch'è alquanto più dell'ordinario; ſicchè tutto c'invita a credere, che l'aſcendimento dell'areometro entro all'acqua poſitivamente elettrizzata debba dipendere da quella cauſa generale, e coſtante, da cui un gran numero di altri effetti deriva, cioè, da quella forza repellente, ed eſpulſiva, onde la materia elettrica accumulata in un luogo tende a diſtribuirſi egualmente fra gli altri corpi. Per dare un carattere di vie maggior evidenza alle mie conghietture avrebbe convenuto iſtituire una ſerie di altre nuove ſperienze intorno alla elettricità negativa. In tal caſo, ſecondo la novella teoria, galleggiando l'areometro entro l'acqua elettrizzata negativamente, lungi dal ſalire in alto, dovrebbe anzi piuttoſto diſcendere, o per lo meno rimanerſene ſtazionario, ed immobile. Dico, per lo meno ſtazionario; a motivo forſe che non preſentando l'areometro al di ſopra dell'acqua alcuna parte ſufficientemente eſteſa, l'elettricità non avrebbe ſopra di lui una preſa baſtante per inveſtirlo, e farlo diſcendere. La mancanza del tempo, e degli opportuni apparecchj, onde procacciarmi una conveniente doſe di queſta ſpecie di elettricità, non mi ha permeſſo di portare più oltre le mie ricerche. Mi baſta frattanto averne additato ad altri il ſentiere, laſciando alla perizia

de' Fiſici il vanto di decidere incontraſtabilmente la quiſtione; dal cui imparziale giudizio, e finiſſimo diſcernimento dipenderà altresì il rifiuto, o la difeſa, l' accoglimento, o la cenſura delle mie qualunque ſieno ponderazioni.

OPPOSIZIONI

OPPOSIZIONI D' URANO

OSSERVATE

Da Giuseppe Slop, e calcolate dal di lui Figlio Francesco Slop de Cadenberg.

Opposizione d'Urano del 1786.

PEr motivo del tempo costantemente nuvoloso non fu possibile osservare il Pianeta che il decimoquarto giorno dopo seguita l'opposizione. Fu l'istesso osservato al quadrante murale nelle notti dei 22, 23, 28 e 29 Gennajo insieme con le stelle *δ* e *p* dei Gemini, i luoghi apparenti delle quali si riferiscono per il dì 22 Gennajo. Noi ci siamo serviti nel calcolo delle osservazioni di quelli dedotti dal catalogo del *Bradlejo*.

Secondo il catalogo delle Stelle Zodiacali del Mayer.

δ dei Gemini Ascensione retta	3ˢ. 16°. 50'. 34", 3
Declinazione boreale	0. 22. 21. 38, 5
p dei Gemini Ascensione retta	3. 18. 46. 0, 1
Declinazione boreale	0. 21. 52. 6, 3

Secondo il catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille.

δ dei Gemini Ascensione retta	3. 16. 50. 28, 7
Declinazione boreale	0. 22. 21. 41, 8
p dei Gemini Ascensione retta	3. 18. 45. 45, 7
Declinazione boreale	0. 21. 52. 2, 0

Secondo il catalogo del Bradlej.

δ dei Gemini Ascensione retta	3. 16. 50. 41, 7
Declinazione boreale	0. 22. 21. 36, 8

p dei Gemini Ascensione retta		3ˢ.	18°.	46′.	4″, 7
Declinazione boreale		0.	21.	52.	2, 5

Il dì 22 *Gennajo tempo medio* 11.ᵒʳᵉ 10′. 15″.

Differenza osservata fra Urano e δ dei Gemini

In Ascensione retta	+	0.	3.	6.	34, 1
In Declinazione	+	0.	0.	19.	27, 9
L'istessa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	0.	19.	28, 3

I luoghi apparenti d'Urano.

Ascensione retta	3.	19.	57.	15, 8
Declinazione boreale	0.	22.	41.	5, 1
Longitudine	3.	18.	21.	13, 4
Latitudine boreale	0.	0.	28.	47, 9

22 *Gennajo t. m.* 11.ᵒʳᵉ 10′. 15″.

Differenza osservata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	1.	11.	6, 7
Nella Declinazione	+	0.	0.	49.	3, 0
L'istessa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	0.	49.	4, 0

I luoghi apparenti d'Urano

Ascensione retta	3.	19.	57.	11, 4
Declinazione boreale	0.	22.	41.	6, 5
Longitudine	3.	18.	21.	9, 2
Latitudine boreale	0.	0.	28.	48, 8

Preso un medio fra le due osservazioni si avranno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3.	18.	21.	11, 3
Latitudine boreale		0.	0.	28.	48, 4
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23, 8
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14, 1
Longitudine vera d' Urano dedotta dall' osservazione		3.	18.	20.	33, 4

Longitudine Geocentrica dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3ˢ.	18°.	20′.	45″,	5
Latitudine Geocentrica boreale		0.	0.	28.	48,	8
Errore dell' istesse tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	12,	1
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	0,	4
Longitudine d'Urano dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	18.	21.	9,	1
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53,	8
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	35,	7
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	5,	4

Il dì 23 Gennajo t. m. 11.ᵒʳᵉ 6′. 9″.

Differenza osservata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	1.	8.	23,	0
Nella Declinazione	+	0.	0.	49.	27,	4
L'istessa corretta dalla refrazione ...	+	0.	0.	49.	28,	4

I luoghi apparenti d'Urano

Ascensione retta		3.	19.	54.	27,	7
Declinazione boreale		0.	22.	41.	30,	9
Longitudine		3.	18.	18.	36,	3
Latitudine boreale		0.	0.	28.	52,	5
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23,	7
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14,	1
Longitudine vera d'Urano		3.	18.	17.	58,	5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	18.	18.	16,	8
Latitudine boreale		0.	0.	28.	48,	8
Errore delle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	18,	3
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	3,	7
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	18.	18.	40,	8
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53,	8
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	42,	3
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	1,	3

Il dì 28 *Gennajo t. m.* 10.^{ore} 45′. 38″.

Differenza osservata fra Urano e δ dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0ˢ.	2°.	50′.	47″,	1
Nella Declinazione	+	0.	0.	21.	29,	6
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	0.	21.	30,	0

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	3.	19.	41.	29,	2
Declinazione boreale	0.	22.	43.	6,	8
Longitudine	3.	18.	6.	31,	6
Latitudine boreale	0.	0.	28.	50,	7

28 *Gennajo t. m.* 10.^{ore} 45′. 38″.

Differenza osservata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	0.	55.	24,	2
Nella Declinazione	+	0.	0.	51.	6,	2
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	0.	51.	7,	2

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	3.	19.	41.	29,	3
Declinazione boreale	0.	22.	43.	9,	9
Longitudine	3.	18.	6.	32,	7
Latitudine boreale . . . . : .	0.	0.	28.	53,	8

Preso un medio fra le due osservazioni si hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3.	18.	6.	32,	2
Latitudine boreale		0.	0.	28.	52,	3
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23,	2
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14,	2
Longitudine vera d' Urano		3.	18.	5.	54,	8
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	18.	6.	6,	6

Latitudine boreale		0ˢ.	0°.	28'.	48",	8
Errore dell' isteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	11,	8
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	3,	5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	18.	6.	28,	1
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53,	7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	33,	3
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	1,	4

Il dì 29 Gennajo t. m. 10.ᵒʳᵉ 41'. 32".

Differenza oſſervata fra Urano e δ dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	2.	48.	12,	4
Nella Declinazione	+	0.	0.	21.	50,	4
L' isteſſa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	0.	21.	50,	8

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	38.	54,	5
Declinazione boreale	0.	22.	43.	27,	6
Longitudine	3.	18.	4.	7,	7
Latitudine boreale	0.	0.	28.	52,	1

29 *Gennajo t. m.* 10.ᵒʳᵉ 41'. 32".

Differenza oſſervata fra Urano e *p* dei Gemini

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	0.	52.	45,	0
Nella Declinazione	+	0.	0.	51.	25,	8
L' isteſſa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	0.	51.	26,	8

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	3.	19.	38.	50,	1
Declinazione boreale	0.	22.	43.	29,	5
Longitudine	3.	18.	4.	3,	1
Latitudine boreale	0.	0.	28.	54,	4

Preſo un medio fra le due oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d'Urano

{ Longitudine		3ˢ.	18°.	4'.	5'', 4
{ Latitudine boreale		0.	0.	28.	53, 2
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	23, 1
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	14, 2
Longitudine vera d'Urano		3.	18.	3.	28, 1
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	18.	3.	45, 2
Latitudine boreale		0.	0.	28.	48, 7
Errore delle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	17, 1
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	4, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	18.	4.	7, 8
Latitudine boreale		0.	0.	28.	53, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	39, 7
Errore nella latitudine	+	0.	0.	0.	0, 5

L' errore delle tavole del Sig. *de la Place* era per la longitudine + 14'', 8 e per la latitudine — 2'', 8, onde la longitudine apparente osservata il dì 22 Gennajo si prenderà 3ˢ. 18°. 21'. 8'', 6, e la latitudine boreale 28'. 51'', 6 per avere le medesime differenze fra l' osservazione e le tavole. La longitudine del Sole era all' istesso tempo secondo le tavole del *Mayer* 10ˢ. 3°. 10'. 50'', 8, per ciò era già stato descritto dopo l' opposizione un arco di 14°. 49'. 42'', 2 col moto relativo del Pianeta dal Sole. Quest' arco secondo il moto relativo calcolato dalle tavole di 15°. 14'. 19'', 2 per giorni 14. 8.ᵒʳᵉ 49'. 30'' si descrive nello spazio di giorni 13. 23.ᵒʳᵉ 32'. 28''; onde l' opposizione d' Urano apparente seguì il dì 8 Gennajo t. m. 11.ᵒʳᵉ 37'. 47''.

Si trova per l' istesso tempo la longitudine del Sole dalle tavole del *Mayer* 9ˢ. 18°. 57'. 13'', 1, e perciò si ha la longitudine Geocentrica apparente d'Urano 3ˢ. 18°. 57'. 13'', 1, dalla quale corretta colle due piccole equazioni — 36'', 2 (*a*)

(*a*) *Observationes siderum habitæ Pisis ab an.* 1774. *ad an.* 1778. *pag.* 122.

e + 1″, 1 (*a*) si deduce la longitudine vera Eliocentrica 3ˢ. 18°. 56′. 38″, 0.

Il moto nella latitudine Geocentrica del Pianeta dal momento dell'osservazione dei 22 Gennajo fino a quello dell' opposizione calcolato dalle tavole si ha 0″, 3, onde la latitudine Geocentrica d'Urano era per il tempo dell'opposizione 28′. 51″, 3, alla quale corrisponde la latitudine Eliocentrica boreale 27′. 16″, 3.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* si trova per l' istesso tempo dell' opposizione la longitudine Eliocentrica 3ˢ. 18°. 56′. 49″, 3, e la latitudine Eliocentrica boreale 27′. 13″, 7, onde l' errore di quelle tavole era nella longitudine + 11″, 3, e nella latitudine Eliocentrica — 2″, 6.

Secondo le tavole del Sig. *Oriani* si ha per l'opposizione la longitudine Eliocentrica d'Urano 3ˢ. 18°. 57′. 14″, 9, e la latitudine boreale 27′. 18″, 3, onde l'errore nella longitudine era + 36″, 9, e nella latitudine Eliocentrica + 2″, 0.

Se posta la longitudine media d'Urano = U, quella di Saturno = ♄, e quella di Giove = ♃ secondo la formula del Sig. *Oriani* + 21″, 3 sen. (♄ — U) — 4″, 2 sen. 2 (♄ — U) — 44″, 2 sen. (♄ — U — an. med. U) + 2′. 29″, 7 sen. (2 (♄ — U) — an. med. ♄) + 52″, 2 sen. (♃ — U) si corregga la longitudine Eliocentrica d'Urano dalle perturbazioni cagionate dall'azione di Saturno e di Giove, si dovrà sottrarne 2′. 0″, 5 dall'istessa longitudine, onde allora si avrà l'errore delle tavole del Sig. *de la Place* per la longitudine Eliocentrica — 1′. 49″, 2, e quello delle tavole del Sig. *Oriani* — 1′. 23″, 6.

Opposizione d'Urano del 1787.

Urano fu osservato al quadrante murale il dì 12 e 13 Gennajo insieme con le stelle $\varkappa$ dei Gemini, e μ del Cancro. Nel calcolo dell'osservazione ci siamo serviti dei luoghi dedotti dal catalogo del *Bradlej* per la stella $\varkappa$ dei Gemini, e di quelli dedotti dal catalogo del *Mayer* per la stella μ del

---

(*a*) *Novi Planetæ observationes & theoria pag.* 16. & 17.

Cancro. Noi descriveremo i luoghi apparenti dell'istesse stelle per li 12 Gennajo.

Dal catalogo del Mayer

$\varkappa$ dei Gemini Ascensione retta	3ˢ. 22°. 54′. 14″, 1
Declinazione boreale	0. 24. 55. 30, 2
μ del Cancro Ascensione retta	3. 28. 48. 45, 5
Declinazione boreale	0. 22. 11. 6, 2

Dal catalogo del Bradlej

$\varkappa$ dei Gemini Ascensione retta	3. 22. 54. 17, 7
Declinazione boreale	0. 24. 53. 33, 1

Dal catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille

$\varkappa$ dei Gemini Ascensione retta	3. 22. 55. 17, 2
Declinazione boreale	0. 24. 53. 33, 6
μ del Cancro Ascensione retta	3. 28. 48. 47, 9
Declinazione boreale	0. 22. 11. 10, 1

Il dì 12 *Gennajo tempo medio* 12.ᵒʳᵉ 12′. 45″.

Differenza osservata fra Urano e $\varkappa$ dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0. 2. 38. 57, 7
Nella Declinazione	—	0. 2. 57. 40, 5
L'istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0. 2. 57. 44, 2

I Luoghi apparenti d'Urano

Ascensione retta	3. 25. 33. 15, 4
Declinazione boreale	0. 21. 55. 48, 9
Longitudine	3. 23. 35. 19, 5
Latitudine boreale	0. 0. 31. 59, 4

12 *Gennajo t. m.* 12.ᵒʳᵉ 12′. 45″.

Differenza osservata fra Urano e μ del Cancro

Nell'

Nell' Afcenfione	—	o^s.	3°.	15'.	37″,	5
Nella Declinazione	—	o.	o.	15.	14,	2
L' iftefſa corretta dalla refrazione	—	o.	o.	15.	14,	5

I luoghi apparenti d' Urano

Afcenfione retta	3.	25.	33.	8,	o
Declinazione boreale	o.	21.	55.	51,	7
Longitudine	3.	23.	35.	12,	3
Latitudine boreale	o.	o.	32.	1,	5

Prefo un medio fra le due offervazioni fi hanno

I luoghi apparenti d' Urano.

Longitudine		3.	23.	35.	15,	9
Latitudine boreale		o.	o.	32.	o,	4
Aberrazione nella longitudine	—	o.	o.	o.	24,	3
Nutazione nella longitudine	—	o.	o.	o.	16,	3
Longitudine vera offervata		3.	23.	34.	35,	3
Longitudine Geocentrica dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	23.	34.	36,	5
Latitudine boreale		o.	o.	31.	47,	8
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	o.	o.	o.	1,	2
Errore nella latitudine	—	o.	o.	o.	12,	6
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	23.	35.	22,	2
Latitudine Geocentrica boreale		o.	o.	31.	54,	1
Errore dell' iftefſe tavole nella longitudine	+	o.	o.	o.	46,	9
Errore nella latitudine	—	o.	o.	o.	6,	3

Il dì 13 Gennajo t. m. 12.^{ore} 8'. 36″.

Differenza offervata fra Urano e $\varkappa$ dei Gemini

Nell' Afcenfione retta	+	o.	2.	36.	4,	3
Nella Declinazione	—	o.	2.	57.	16,	o
L' iftefſa corretta dalla refrazione	—	o.	2.	57.	19,	7

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	3ˢ. 25°. 30′. 22″, 2
Declinazione boreale	0. 21. 56. 13, 4
Longitudine	3. 23. 32. 37, 1
Latitudine boreale	0. 0. 31. 56, 0

13 *Gennajo t. m.* 12.ᵒʳᵉ 8′. 36″.

Differenza osservata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Ascensione retta	—	0. 3. 18. 29, 5
Nella Declinazione	—	0. 0. 14. 50, 0
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0. 0. 14. 50, 3

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	3. 25. 30. 16, 2
Declinazione boreale	0. 21. 56. 15, 9
Longitudine	3. 23. 32. 31, 1
Latitudine boreale	0. 0. 31. 57, 1

Preso un medio fra le due osservazioni si hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3. 23. 32. 34, 1
Latitudine boreale		0. 0. 31. 56, 6
Aberrazione nella longitudine	—	0. 0. 0. 24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0. 0. 0. 16, 3
Longitudine d' Urano vera osservata . . .		3. 23. 31. 53, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		3. 23. 31. 59, 4
Latitudine Geocentrica boreale		0. 0. 31. 48, 1
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 5, 9
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 8, 5
Longitudine dedotta dalle tavole del Sig. *Oriani*		3. 23. 32. 45, 0
Latitudine boreale		0. 0. 31. 55, 2

Errore dell'istesse nella longitudine . . + 0ˢ. 0°. 0'. 51", 5
Errore nella latitudine . . . . — 0. 0. 0. 1, 4

L'errore medio delle tavole del Sig. *de la Place* era dunque + 3", 5 nella longitudine, e + 10", 6 nella latitudine, onde per aver queste differenze fra le tavole e l'osservazione dei 13 Gennajo, si prenderà la longitudine osservata l'istesso giorno 3ˢ. 26°. 32'. 36", 5, e la latitudine boreale 31'. 58", 7. La longitudine del Sole dedotta dalle tavole del *Mayer* era per l'istesso tempo 9ˢ. 23°. 49'. 2", 3, onde era già stato allora descritto dopo dell' opposizione un arco di 16'. 25", 8, col moto relativo del Pianeta dal Sole. Il moto del Sole dal momento dell' osservazione dei 12 a quella dei 13 Gennajo ricavato dalle tavole del *Mayer* fu di 1°. 0'. 56", 5, e quello d' Urano secondo le tavole del Sig. *de la Place* 2'. 37", 1, secondo i quali moti fu descritto quell'arco nell' intervallo di 6.ᵒʳᵉ 11'. 10", onde l'opposizione apparente seguì il dì 13 Gennajo t. m. 5.ᵒʳᵉ 57'. 26".

La longitudine del Sole si trova per l'istesso tempo dalle tavole 9ˢ. 23°. 33'. 17", 1, e da questa la longitudine Geocentrica apparente d'Urano 3ˢ. 23°. 33'. 17", 1, dalla quale corretta colle piccole equazioni — 38", 6... + 1", 1, si deduce la longitudine Eliocentrica d' Urano per il momento dell'opposizione 3ˢ. 23°. 32'. 39", 6.

Secondo il moto calcolato dalle tavole la latitudine Geocentrica d'Urano osservata era per l'istesso momento dell' opposizione 31'. 58", 6, alla quale corrisponde la latitudine Eliocentrica boreale 30'. 17", 1.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* si ha per l'istesso tempo la longitudine Eliocentrica d'Urano 3ˢ. 23°. 32'. 42", 1, e la latitudine Eliocentrica 30'. 7", 2, onde l' errore dell' istesse tavole era per la longitudine + 2", 5, e per la latitudine Eliocentrica — 9", 9.

Dalle tavole del Sig. *Oriani* la longitudine si trova per l' istesso tempo 3ˢ. 23°. 33'. 23", 4, e la latitudine Eliocentrica 30'. 13", 0, e per ciò l'errore di quelle tavole era + 43", 8 nella longitudine Eliocentrica, e — 4", 1 nella latitudine.

Servendosi dell' Equazione come sopra per le perturbazioni cagionate dall'azione di Giove e di Saturno, l'errore

delle tavole del Sig. *de la Place* nella longitudine si avrà — 1′. 49″, 8, e quello delle tavole del Sig. *Oriani* — 1′. 8″, 5,

Opposizione d'Urano del 1788.

Urano fu osservato al quadrante murale i dì 11, 12 e 21 Gennajo insieme con le Stelle υ e $\varkappa$ dei Gemini e μ del Cancro. Noi descriveremo i luoghi apparenti delle Stelle per il dì 12 Gennajo, essendoci serviti di quelli dedotti dal catalogo del *Mayer* per le Stelle υ dei Gemini e μ del Cancro, e dal catalogo del *Bradlej* per $\varkappa$ dei Gemini.

Dal catalogo del Mayer

υ dei Gemini Ascensione retta	3ˢ. 20°. 43′. 15″, 2
Declinazione boreale	0. 27. 21. 1, 3
$\varkappa$ dei Gemini Ascensione retta	3. 22. 55. 8, 6
Declinazione boreale	0. 24. 53. 19, 7
μ del Cancro Ascensione retta	3. 28. 49. 38, 5
Declinazione boreale	0. 22. 10. 53, 7

Dal catalogo del Bradlej

υ dei Gemini Ascensione retta	3. 20. 44. 18, 5
Declinazione boreale	0. 27. 21. 7, 2
$\varkappa$ dei Gemini Ascensione retta	3. 22. 55. 12, 3
Declinazione boreale	0. 24. 53. 22, 5

Dal catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille

υ dei Gemini Ascensione retta	3. 20. 43. 13, 7
Declinazione boreale	0. 27. 21. 0, 2
$\varkappa$ dei Gemini Ascensione retta	3. 22. 56. 11, 7
Declinazione boreale	0. 24. 53. 22, 9
μ del Cancro Ascensione retta	3. 28. 49. 40, 9
Declinazione boreale	0. 22. 10. 57, 6

Il dì 11 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 39'. 13''.

Differenza osservata fra Urano e *υ* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0^s.	9°.	59'.	18'',	9
Nella Declinazione	—	0.	6.	17.	15,	5
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	6.	17.	22,	8

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	0.	42.	34,	0
Declinazione boreale	0.	21.	3.	38,	5
Longitudine	3.	28.	27.	47,	8
Latitudine boreale	0.	0.	34.	49,	7

11 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 39'. 13''.

Differenza osservata fra Urano e *κ* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	7.	47.	20,	4
Nella Declinazione	—	0.	3.	49.	42,	6
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	3.	49.	47,	2

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	0.	42.	32,	6
Declinazione boreale	0.	21.	3.	35,	3
Longitudine	3.	28.	27.	47,	2
Latitudine boreale	0.	0.	34.	46,	3

11 *Gennajo t. m.* 12.^{ore} 39'. 13''.

Differenza osservata fra Urano e *μ* del Cancro

Nell' Ascensione retta	+	0.	1.	52.	51,	1
Nella Declinazione	—	0.	1.	7.	14,	7
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	1.	7.	16,	0

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4ˢ. 0°. 42′. 29″, 5
Declinazione boreale	0. 21. 3. 37, 7
Longitudine	3. 28. 27. 43, 9
Latitudine boreale	0. 0. 34. 48, 1

Preso un medio fra le osservazioni si hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3. 28. 27. 46, 3
Latitudine boreale		0. 0. 34. 48, 0
Aberrazione in longitudine	—	0. 0. 0. 24, 2
Nutazione in longitudine	—	0. 0. 0. 16, 7
Longitudine vera d' Urano		3. 28. 27. 5, 4
Longitudine Geocentrica presa dalle tavole del Sig. *de la Place*		3. 28. 27. 24, 0
Latitudine boreale		0. 0. 34. 37, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0. 0. 0. 18, 6
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 10, 3
Longitudine Geocentrica presa dalle tavole del Sig. *Oriani*		3. 28. 28. 33, 6
Latitudine boreale		0. 0. 34. 44, 5
Errore dell' istesse tavole nella longitudine	+	0. 0. 1. 28, 2
Errore nella latitudine	—	0. 0. 0. 3, 5

Il dì 12 *Gennajo tempo medio* 12.ᵒʳᵉ 34′. 7″.

Differenza osservata fra Urano e *υ* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0. 9. 56. 39, 3
Nella Declinazione	—	0. 6. 16. 45, 5
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0. 6. 16. 52, 8

I Luoghi apparenti d'Urano

Ascensione retta	4ˢ.	0°.	39′.	54″,	5
Declinazione boreale	0.	21.	4.	8,	5
Longitudine	3.	28.	25.	15,	0
Latitudine boreale	0.	0.	34.	48,	8

12 *Gennajo t. m.* 12.ᵒʳᵉ 34′. 7″.

Differenza osservata fra Urano e *x* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	7.	44.	39,	7
Nella Declinazione	—	0.	3.	49.	12,	6
L' istessa corretta dalla refrazione	—	0.	3.	49.	17,	2

I luoghi apparenti d'Urano

Ascensione retta	4.	0.	39.	52,	0
Declinazione boreale	0.	21.	4.	5,	3
Longitudine	3.	28.	25.	14,	5
Latitudine boreale	0.	0.	34.	45,	2

12. *Gennajo t. m.* 12.ᵒʳᵉ 34′. 7.″

Differenza osservata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Ascensione retta	+	0.	1.	50.	11,	9
Nella Declinazione	—	0.	1.	5.	45,	6
L' istessa corretta dalla refrazione	—	0.	1.	5.	46,	9

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	0.	39.	50,	4
Declinazione boreale	0.	21.	4.	6,	8
Longitudine	3.	28.	25.	12,	6
Latitudine boreale	0.	0.	34.	46,	3

Preso un medio fra le osservazioni si hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine	3.	28.	25.	14,	0
Latitudine boreale	0.	0.	34.	46,	8

Aberrazione nella longitudine	—	0ˢ.	0°.	0′.	24″, 2
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	16, 7
Longitudine vera d' Urano		3.	28.	24.	33, 1
Longitudine Geocentrica presa dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	28.	24.	48, 2
Latitudine boreale		0.	0.	34.	38, 3
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	15, 1
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	8, 5
Longitudine Geocentrica presa dalle tavole del Sig. *Oriani*		3.	28.	25.	58, 0
Latitudine boreale		0.	0.	34.	45, 1
Errore dell' istesse tavole nella longitudine	+	0.	0.	1.	24, 9
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	1, 7

Il dì 21 *Gennajo t. m.* 11.ᵒʳᵉ 56′. 54″.

Differenza osservata fra Urano e *υ* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	9.	31.	58, 5
Nella Declinazione	—	0.	6.	11.	58, 3
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	6.	12.	5, 5

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	0.	15.	14, 3
Declinazione boreale	0.	21.	8.	55, 9
Longitudine	3.	28.	1.	45, 5
Latitudine boreale	0.	0.	34.	51, 6

21. *Gennajo t. m.* 11.ᵒʳᵉ 56′. 54″.

Differenza osservata fra Urano e *x* dei Gemini

Nell' Ascensione retta	+	0.	7.	19.	59, 6
Nella Declinazione	—	0.	3.	44.	24, 5
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	3.	44.	29, 0

I luoghi

I Luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	$4^s.$	$0^°.$	$15'.$	$12''$,	6
Declinazione boreale	0.	21.	8.	53,	6
Longitudine	3.	28.	1.	44,	4
Latitudine boreale	0.	0.	34.	49,	0

21 *Gennajo t. m.* 11.^{ore} 56'. 54''.

Differenza osservata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Ascensione retta	+	0.	1.	25.	32,	7
Nella Declinazione	—	0.	1.	1.	59,	6
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	1.	2.	0,	8

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	0.	15.	12,	2
Declinazione boreale	0.	21.	8.	52,	8
Longitudine	3.	28.	1.	44,	2
Latitudine boreale	0.	0.	34.	48,	2

Preso un medio fra le osservazioni si hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		3.	28.	1.	44,	7
Latitudine boreale		0.	0.	34.	49,	6
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24,	2
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	16,	7
Longitudine vera d' Urano		3.	28.	1.	3,	8
Longitudine Geocentrica presa dalle tavole del Sig. *de la Place*		3.	28.	1.	25,	2
Latitudine Geocentrica boreale		0.	0.	34.	42,	9
Errore dell' istesse tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	21,	4
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	6,	7
Longitudine Geocentrica d' Urano presa dalle tavole del Sig. *Oriani*.		3.	28.	2.	32,	1
Latitudine boreale		0.	0.	34.	49,	6

Errore di quelle tavole nella longitudine . . . . . , ... + 0ˢ. 0°. 1'. 28", 3
Errore nella latitudine 0. 0. 0. 0, 0

L'errore medio delle tavole del Sig. *de la Place* si trova nella longitudine + 18", 3, e nella latitudine — 8", 5, onde per avere l'istesse differenze fra queste tavole e l'osservazione si prenderà per il dì 21 Gennajo la longitudine osservata d'Urano 3ˢ. 28°. 1'. 47", 5, e la latitudine 34'. 51", 4. La longitudine del Sole dedotta dalle tavole del *Mayer* era l'istesso giorno 1°. 39'. 46", 9, dal che risulta essere stato allora descritto col moto relativo del Pianeta dal Sole un arco 3°. 37'. 59", 4 dopo dell' opposizione. Il dì 18 Gennajo t. m. 1ʰ. 24'. 0" la longitudine del Sole si trova dalle tavole del *Mayer* 9ˢ. 28°. 12'. 27", 8, e da quelle del Sig. *de la Place* la longitudine Geocentrica d' Urano 3ˢ. 28°. 10'. 18", 3, e la latitudine boreale 34'. 41", 8, dal che si vede, che dal dì 21 ai 18 Gennajo, cioè nello spazio di giorni 3. 10.ᵒʳᵉ 32'. 54", fu secondo le medesime tavole descritto un arco di 3°. 36'. 12", 2 col moto relativo del Pianeta dal Sole, onde l'arco di 3°. 37'. 59", 4 deve essere stato descritto nell'intervallo di giorni 3. 11.ᵒʳᵉ 13'. 50". Si ha dunque il momento dell' opposizione apparente il dì 18 Gennajo t. m. 0.ᵒʳᵉ 43'. 4".

La longitudine del Sole ricavata dalle tavole per l'istesso tempo essendo 9ˢ. 28.° 10'. 43", 6, si ha la longitudine apparente Geocentrica d' Urano 3ˢ. 28°. 10'. 43", 6, la quale corretta dalle due piccole equazioni — 38", 8. . . + 1", 1 darà la longitudine vera Eliocentrica per il tempo dell' opposizione 3ˢ. 28°. 10'. 5", 9.

La latitudine osservata si trova per l'istesso tempo 34'. 50", 3, alla quale corrisponde la latitudine Eliocentrica 32'. 59", 3.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* si ha la longitudine Eliocentrica 3ˢ. 28°. 10'. 23", 7, e la latitudine Eliocentrica 32'. 51", 0, e perciò l' errore di quelle tavole nella longitudine + 17", 8, e nella latitudine — 8", 3.

Le tavole del Sig. *Oriani* danno la longitudine Eliocentrica per l' istesso tempo dell' opposizione 3ˢ. 28°. 11'. 28", 2,

e la latitudine 32'. 57", 3, e per ciò l'errore nella longitudine + 1'. 22", 3, e nella latitudine Eliocentrica — 2", 0.

Correggendo come sopra la longitudine Eliocentrica dalle perturbazioni cagionate dall' azione di Saturno e di Giove l' errore delle tavole del Sig. *de la Place* sarà — 1'. 15", 5 nella longitudine Eliocentrica, e di quelle del Sig. *Oriani* — 11", 0.

Opposizione d' Urano del 1789.

Si paragonò Urano al quadrante murale il dì 22 e 23 Gennajo colle Stelle μ, ζ, e γ del Cancro. I luoghi apparenti delle medesime si danno per il dì 22 dell'istesso mese. Noi ci siamo serviti nel calcolo delle osservazioni di quelli dedotti dal catalogo di *Mayer* per le Stelle μ e ζ del Cancro, e dal catalogo di *Bradlej* per la Stella γ.

Dal catalogo di Mayer.

μ del Cancro Ascensione retta	3ˢ. 28°. 50'. 30", 8
Declinazione boreale	0. 22. 10. 42, 2
ζ del Cancro Ascensione retta	4. 0. 2. 0, 3
Declinazione boreale	0. 18. 16. 5, 7

Dal catalogo del Bradlej

γ del Cancro Ascensione retta	4. 7. 46. 34, 4
Declinazione boreale	0. 22. 12. 43, 9

Dal catalogo delle Stelle Zodiacali del de la Caille

μ del Cancro Ascensione retta	3. 28. 50. 33, 3
Declinazione boreale	0. 22. 10. 46, 1
ζ del Cancro Ascensione retta	4. 0. 2. 0, 1
Declinazione boreale	0. 18. 16. 16, 6
γ del Cancro Ascensione retta	4. 7. 46. 46, 5
Declinazione boreale	0. 22. 12. 49, 9

Il dì 22 Gennajo t. m. 12.ore 10'. 7".

Differenza osservata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Ascensione retta	+	0s.	6°.	24'.	38", 0
Nella Declinazione	—	0.	2.	0.	54, 7
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	2.	0.	57, 2

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	5.	15.	8, 8
Declinazione boreale	0.	20.	9.	45, 0
Longitudine	4.	2.	48.	32, 9
Latitudine boreale	0.	0.	37.	34, 0

22 *Gennajo t. m.* 12.ore 10'. 7".

Differenza osservata fra Urano e ζ del Cancro

Nell' Ascensione retta	+	0.	5.	13.	3, 4
Nella Declinazione	+	0.	1.	53.	37, 6
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	+	0.	1.	53.	39, 9

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	5.	15.	3, 7
Declinazione boreale	0.	20.	9.	45, 6
Longitudine	4.	2.	48.	27, 9
Latitudine boreale	0.	0.	37.	33, 5

22. *Gennajo t. m.* 12.ore 10'. 7."

Differenza osservata fra Urano e γ del Cancro

Nell' Ascensione retta	—	0.	2.	31.	18, 6
Nella Declinazione	—	0.	2.	3.	2, 7
L' istessa corretta dalla refrazione . . .	—	0.	2.	3.	5, 2

I luoghi apparenti d' Urano

Aſcenſione retta	4ˢ.	5°.	15'.	15", 8	
Declinazione boreale	0.	20.	9.	38, 7	
Longitudine	4.	2.	48.	40, 7	
Latitudine boreale	0.	0.	37.	29, 4	

Preſo un medio fra le oſſervazioni ſi hanno

I luoghi apparenti d' Urano

Longitudine		4.	2.	48.	33, 8
Latitudine boreale		0.	0.	37.	32, 3
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	15, 2
Longitudine vera d' Urano		4.	2.	47.	54, 3
Longitudine Geocentrica dedotta dalle tavole del Sig. *de la Place*		4.	2.	48.	4, 0
Latitudine boreale		0.	0.	37.	21, 7
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	9, 7
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	10, 6
Longitudine Geocentrica ſecondo le tavole del Sig. *Oriani*		4.	2.	49.	38, 9
Latitudine boreale		0.	0.	37.	29, 9
Errore dell' iſteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	1.	44, 6
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	2, 4

Il dì 23 Gennajo t. m. 12.ᵒʳᵉ 6'. 0".

Differenza oſſervata fra Urano e μ del Cancro

Nell' Aſcenſione retta	+	0.	6.	21.	50, 3
Nella Declinazione	—	0.	2.	0.	15, 9
L' iſteſſa corretta dalla refrazione	—	0.	2.	0.	18, 3

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4ˢ.	5°.	12'.	21'',	2
Declinazione boreale	0.	20.	10.	23,	9
Longitudine	4.	2.	45.	50,	7
Latitudine boreale	0.	0.	37.	35,	8

23. *Gennajo t. m.* 12.ᵒʳᵉ 6'. 0''.

Differenza osservata fra Urano e ζ del Cancro

Nell' Ascensione retta	+	0.	5.	10.	19,	7
Nella Declinazione	+	0.	1.	54.	14,	0
L' istessa corretta dalla refrazione	+	0.	1.	54.	16,	3

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	5.	12.	20,	1
Declinazione boreale	0.	20.	10.	22,	0
Longitudine	4.	2.	45.	50,	2
Latitudine boreale	0.	0.	37.	33,	7

23 *Gennajo t. m.* 12.ᵒʳᵉ 6'. 0''.

Differenza osservata fra Urano e γ del Cancro

Nell' Ascensione retta	—	0.	2.	34.	4,	5
Nella Declinazione	—	0.	2.	2.	26,	1
L' istessa corretta dalla refrazione	—	0.	2.	2.	28,	5

I luoghi apparenti d' Urano

Ascensione retta	4.	5.	12.	30,	0
Declinazione boreale	0.	20.	10.	15,	4
Longitudine	4.	2.	46.	0,	8
Latitudine boreale	0.	0.	37.	29,	4

Preso un medio fra le osservazioni si hanno

I luoghi apparenti d'Urano

{ Longitudine		4ˢ.	2°.	45'.	53", 9
{ Latitudine boreale		0.	0.	37.	33, 0
Aberrazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	24, 3
Nutazione nella longitudine	—	0.	0.	0.	15, 2
Longitudine vera d'Urano		4.	2.	45.	14, 4
Longitudine Geocentrica calcolata dalle tavole del Sig. *de la Place*		4.	2.	45.	26, 5
Latitudine Geocentrica boreale		0.	0.	37.	22, 1
Errore di quelle tavole nella longitudine	+	0.	0.	0.	12, 1
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	10, 9
Longitudine Geocentrica secondo le tavole del Sig. *Oriani*		4.	2.	47.	1, 2
Latitudine boreale		0.	0.	37.	30, 3
Errore dell'isteſſe tavole nella longitudine	+	0.	0.	1.	46, 8
Errore nella latitudine	—	0.	0.	0.	2, 7

La differenza media fra le tavole del Sig. *de la Place* e l'oſſervazione era nella longitudine — 10", 9, e nella latitudine — 10", 7. Per avere queſte differenze nell' oſſervazione dei 22 Gennajo ſi aſſumerà la longitudine oſſervata d'Urano nell' iſteſſo giorno 4ˢ. 2°. 48'. 32", 6, e la latitudine 37'. 32", 4. La longitudine del Sole trovandoſi per l'iſteſſo tempo dalle tavole del *Mayer* 10ˢ. 3°. 30'. 9", 8, era già ſtato deſcritto in quel tempo col moto relativo del Pianeta dal Sole un arco 41'. 37", 2 dopo dell' oppoſizione. Queſt' arco ſecondo i moti del Sole 1°. 0'. 50", 0, e d'Urano 2'. 37", 5 preſi dalle tavole dal tempo dell'oſſervazione dei 22 a quello dei 23 Gennajo fu deſcritto nell'intervallo di 15.ᵒʳᵉ 41'. 44", onde l' oppoſizione apparente ſeguì il dì 21 Gennajo t. m. 20.ᵒʳᵉ 28'. 23".

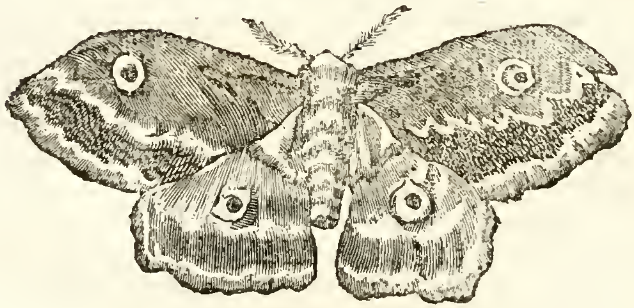
La longitudine del Sole ſecondo le tavole del *Mayer* ſi trova per l'iſteſſo tempo 10ˢ. 2°. 50'. 15", 3, dalla quale ſi deduce la longitudine d'Urano Geocentrica apparente 4ˢ. 2°. 50'. 15", 3, ed adoprate le due piccole equazioni — 37", 4. + 1", 1 la longitudine vera Eliocentrica 4ˢ. 2°. 49'. 39", 0.

La latitudine osservata d' Urano secondo il suo moto diurno preso dalle tavole doveva essere per il momento dell' opposizione 37'. 32", 1, alla quale corrisponde la latitudine Eliocentrica 35'. 32", 1.

Dalle tavole del Sig. *de la Place* si ha per l' istesso tempo la longitudine Eliocentrica d' Urano 4ˢ. 2°. 49'. 48", 7, e la latitudine Eliocentrica 35'. 22", 0, onde l' errore dell' istesse tavole nella longitudine era + 9", 7, e nella latitudine — 10", 1.

Si trova dalle tavole del Sig. *Oriani* la longitudine Eliocentrica 4ˢ. 2°. 51'. 18", 6, e la latitudine 35'. 29", 7, e per ciò l' errore delle medesime nella longitudine + 1'. 39", 6, e nella latitudine — 2", 4.

Fatta secondo la formula del Sig. *Oriani* la correzione per le perturbazioni cagionate dall' azione di Saturno e di Giove si avrà l' errore delle tavole del Sig. *de la Place* nella longitudine Eliocentrica — 0'. 56", 4, e quello delle tavole del Sig. *Oriani* + 0'. 33", 5.



DELLE

DELLE CONFERVE
IRRITABILI (*a*), E DEL LORO MOVIMENTO DI PROGRESSIONE VERSO LA LUCE
ESAME FISICO-CHIMICO
SPECIALMENTE DIRETTO A STABILIRE LA VEGETABILITA' DELLA LORO NATURA

Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI

PRESENTATA

Dal Sig. Ab. ALBERTO FORTIS.

SEZIONE I.

Scoperte dei fenomeni delle Conferve irritabili: deduzioni tratte a questo proposito.

§. I.

NEl movimento generale del genio del secolo per gli studj della natura gli esseri microscopici interessarono lo spirito di ricerca, e accrebbero rapidamente la massa de' nostri lumi. O sia che la novità di questa arcana parte dell' edifizio della natura abbia colpito i Naturalisti, o sia che la nostra curiosità si determini sempre per quegli oggetti che più tentano eluderla, o sia che realmente si presentissero da questo studio quei vantaggi, che già in gran parte ne derivarono, gli animaletti microscopici trovarono presso varie nazioni degli osservatori sagaci, e la nostra Italia si può glo-

(*a*) Ossia delle *Tremelle* di M. *Adanson* (*Memoire sur un mouvement particulier decouvert dans une plante appellée Tremella* dans l' Acad. de Paris ann. 1697.) dell' Ab. *Fontana*: dell' Ab. *Corti* (*Osservazioni microscopiche sulla Tremella* Luca 1774.) di Schérer (*Abbandlungen der Bohmischen Gasellschatf* 1786.) di M. de *Saussure* (*Description de deux nouvelles espèces de Trèmelles douées d' un mouvement spontanée. Journal de Phys. Decem.* 1790.

riare di aver promosso questo ramo di cognizioni mercè le indagini e le scoperte di uno de' migliori Osservatori d' Europa il cel. *Spallanzani*. Minor numero di osservazioni furono dirette ai minimi oggetti del regno vegetabile; ma tuttavia i tentativi intrapresi non furono meno fecondi di utili risultati. La più singolare però e la più interessante fra le scoperte di quest' ordine fu quella dell' irritabilità di qualche specie minuta appartenente al genere della *Conferva* o del *Bisso*.

§. II. *Scoperte di M.* Adanson: *sue deduzioni*.

Il cel. *Adanson* desideroso di vedere una pianta dotata d' un movimento spontaneo, giacchè le cognite fino a quel tempo non gli parevano offrire affatto manifesta questa proprietà del regno animale, esaminò al fine quell' immenso aggregato di tenui e semplici filamenti che costituiscono la verdura, la quale tappezza il fondo e i lati dei fossi e delle vasche delle fontane, e che poi staccandosi viene a galleggiare alla superficie, e scoprì, che i filamenti di quella specie chiamata dal *Dillenio Conferva gelatinosa omnium tenerrima & minima aquarum limo innascens* mostrano, benchè non eccitati da manifesti stimoli esterni, una ben marcata irritabilità, piegandosi e ripiegandosi e progredendo diversamente. Ma il sagace Botanico conoscendo bene, che quell' essere perfettamente simile alle Conferve ed ai Bissi aveva tutti i caratteri e l' abito de' vegetabili, lungi dal dedurre per questa scoperta che fosse animale, conchiuse per lo contrario, che vi è un movimento spontaneo, da lui considerato per tutt' altro che volontario, un movimento *pour ainsi dire animal*, *dans une plante nullement douteuse de la famille des bissus*, *appellée Tremella par les Botanistes* (Hist. de l' Acad. R. des Scien. de Paris ann. 1767. p. 565. (*a*).

Digressioni sulla metodica sistemazione di questi esseri.

(*a*) La denominazione di *Tremella*, data quantunque non esclusivamente a questi e simili filamenti da qualche vecchio Botanico, indusse il Sig. *Adanson* a determinarli con questo nome. Allora regnava tuttavia nella lingua botanica l' anarchia; e il preciso e giusto linguaggio

§. *III. Scoperte dell' Ab.* Fontana, *e dell' Ab.* Corti; *e deduzioni.*

Queſta bella ſcoperta, che, additando dei rapporti, ſtringeva il legame degli eſſeri de' due regni organici, e ſpargeva de' lumi intorno alle leggi dell' irritabilità, non rimaſe a lun-

---

ſtabilito dal K. *Linneo* non era per anco, come divenne in appreſſo, il codice legislativo di queſta ſcienza. Si avverta in oltre che il Sig. *Adanſon* aveva dato il primo cenno di queſta ſcoperta nel ſuo eccellente libro delle *Famiglie delle Piante*, nel quale ſenza cercare di ſtabilire con tutta preciſione le ſpecie, egli indicava i rapporti eſiſtenti tra i vegetabili, e lavorava il gran piano della catena degli eſſeri di queſto regno. Anzi legislatore egli ſteſſo lungi dal ſeguire ſcrupoloſamente le traccie e le eſpreſſioni degli altri, divideva a ſua voglia i generi, e adottava e ſtabiliva le voci, che gli ſembravano le più opportune al ſuo intento.. Quindi egli non ſi ſtudiò di cercare a qual genere e a quale ſpecie nei recenti metodi apparteneſſe quell' aggregato di filamenti irritabili, e gli piacque denominarli *Tremella* con eſpreſſione autorizzata dall' uſo di qualche vecchio Botanico, benchè, come ho detto, non eſcluſivamente a queſti eſſeri dedicata. I Fiſici, che in ſeguito o parlarono di queſta ſpecie o ne ſcoprirono di nuove, ripoſando ſull' autorità e ſui lumi botanici del Sig. *Adanſon*, adottarono ed eſteſero a ſimili ſpecie di filamenti irritabili il nome medeſimo di *Tremella*. Ma giacchè noi ſiamo alla neceſſità di adoperare in comune una ſola nomenclatura, ſe vogliamo intenderci fra di noi, e ſchivare la confuſione, che potrebbe ritardare i noſtri progreſſi, ſi deve adottare quella del *Linneo* generalmente ammeſſa, maſſimamente perchè la ſiſtemazione della Claſſe crittogama ſi deve a lui, il primo, che la preſentaſſe facile e naturale. Nel ſiſtema Linneano che viene ſeguito univerſalmente in queſta claſſe, i filamenti, di cui trattiamo, appartengono al genere delle *Conferve*, e forſe alcuno a quello de' *Biſſi*. Per la qual coſa quando ſi annunzieranno o ſi deſcriveranno le ſpecie, converrà chiamarli con queſti nomi generici, eſſendo ſtato il nome poi di *Tremella* dedicato dal *Plinio Svedeſe* al *Noſtoc*, e ad un genere intero di vegetabili gelatinoſi, e non altrimenti filamentoſi. E ſebbene in queſt' opuſcolo non entri eſſenzialmente la deſcrizione di queſti oggetti, de' quali eſamino la natura, tuttavia parlando di loro ſervirò alla convenienza e alla preciſione ſempre eſſenziale al Naturaliſta; e abbandonando la impropria denominazione di *Tremella*, benchè ammeſſa dai Fiſici, io ſeguirò la convenzione de' Botanici, ai quali appartiene il diritto della nomenclatura di tali oggetti. Si veda la nota ſeguente ove ſono ſiſtemate le ſpecie conoſciute delle *Conferve irritabili*.

go ſenza fiſſare l' attenzione de' Fiſici e ſomminiſtrare argomento degno delle loro filoſofiche diſcuſſioni. Infatti due dotti Italiani ſi occuparono di queſto oggetto, l' Ab. *Fontana* celebre per tante opere, e l' Ab. *Corti* che con una ſerie copioſa di oſſervazioni ſcoprì dell' altre ſpecie di queſto genere dotate delle medeſime proprietà, oſſervò i loro fenomeni, ſviluppò la loro ſtoria, e le poſe a molti cimenti. Ma queſta ſteſſa ſcoperta, che aveva fatto conchiudere all' *Adanſon*, che ancora qualche pianta aveſſe la facoltà di eſercitare quel movimento ſpontaneo, ch' è comune nel regno animale, in appreſſo fece giudicare per lo contrario, che foſſero animali que' filamenti, poichè eſercitavano quel movimento ſpontaneo, che fino allora ſi aveva conſiderato come eſcluſivamente proprio di queſto regno.

§. *IV. Rifleſſione del Sig.* Bonnet.

Frattanto il cauto ragionatore *Bonnet* quantunque inclinato a credere, che queſti filamenti foſſero piuttoſto animali che vegetabili, aveva avvertito, che non ripugna di concepire de' vegetabili privi di ſenſibilità, e dotati tuttavia della forza d' irritabilità, quantunque allora ſi conſideraſſe queſta forza come ſolamente muſcolare, e mantenuta, o almeno regolata dal ſiſtema nervoſo; nè qualche poſteriore nozione aveſſe ancora inſegnato, che l' irritabilità può eſſere generalmente propria della fibra organica, e può venire determinata ad eſercitarſi dai ſoli ſtimoli eſterni ſenza il concorſo dell' azione del ſiſtema nervoſo.

§. *V. Scoperte del Sig.* Schérér *nell' acque Termali*.

Le *Conferve irritabili* ſi conſideravano fino allora come abitatrici dell' acque fredde, e ſi conoſceva la ſtoria della loro vita, dei movimenti, della propagazione ecc. Era riſervata allo *Schérér* la ſcoperta della loro eſiſtenza nelle acque termali, e l' eſame della natura dei fluidi aeriformi, che emanano. Mediante le ſue diligenti ricerche egli ne ritrovò nelle terme di Carlsbad in Boemia, ed oſſervò, che eſſe eſalano delle arie, le di cui qualità ſeguono le leggi, e le modificazioni ſimili preſſo a poco a quelle delle arie delle altre piante Crittogame acquatiche.

§. *VI. Scoperte e rifleſſioni del Sig. de* Sauſſure.

Finalmente il Sig. de *Sauſſure*, quell'infaticabile oſſervatore, che a tutti i rami di Fiſica, ai quali direſſe il ſuo ingegno, portò de' conſiderabili avanzamenti, eſaminando gli eſſeri microſcopici dell'acque minerali d'Aix, vi ritrovò qualche nuova ſpecie di filamenti irritabili, li oſſervò con accuratezza, li deſcriſſe con preciſione, conſiderò il loro movimento di vibrazione, e ſoprattutto l'altro più curioſo movimento di progreſſione verſo la luce, come ho accennato nelle mie Rifleſſioni alla di lui Memoria (*). E poichè riflettendo a queſto movimento egli non ne ſcoprì la cauſa producitrice, volle qualificarlo per iſpontaneo nello ſtretto ſenſo della parola, ch'è quanto a dire per volontario. Per la qual coſa donando a queſti eſſeri la ſenſibilità li trasferì dal regno vegetabile all' animale, giacchè poſto che non ſi riconoſcano per vegetabili, giuſtamente riflette, che conviene conſiderarli per animali, mentre non ſi può concepire un eſſere intermedio fra i non ſenzienti e i ſenzienti. Quindi M. de *Sauſſure* ne trae delle abbaglianti conſeguenze, che ſarebbero ineccepibili ſe il movimento, di cui ſi tratta, foſſe dimoſtrato eſſere volontario e dipendente da una determinazione di ſenſibilità (*a*).

X iij

Determinazione delle ſpecie di Conferve irritabili conoſciute.

(*a*) Non eſſendo mio ſcopo la ſiſtemazione metodica e la nomenclatura delle varie ſpecie di queſte *Conferve irritabili* io non immorerò lungamente nel confronto delle indicate da codeſti Fiſici, e nella loro deſcrizione, e determinazione. Tuttavia ſiccome la confuſione, che regna ſu queſto punto, è tale, che rende difficile a chi ſi voleſſe accingere a queſta ſerie di oſſervazioni la ſcelta degli eſſeri, ai quali rivolgere l'attenzione, mi ſtudierò brevemente d'indicare a quante e quali ſpecie ſi poſſano riportare le deſcritte dai Sigg. *Corti* e *Sauſſure*, alle quali ſole ſi poſſono ridurre tutti i filamenti irritabili conoſciuti.

L' opera del *Corti*, nella quale ſi trovano preſſo a poco tutte le ſtoriche oſſervazioni, che ancora poſteriormente furono ſcritte intorno la vita delle *Tremelle*, ſarebbe un libro perfetto, ſe la poca pratica nel-

(*) Opuſcoli di Milano per l'anno 1792.

§. VII. *Mia discordante opinione.*

Occupandomi da molto tempo della fisica vegetabile io aveva replicatamente studiato e meditato su questi oggetti; e i risultati delle mie riflessioni mi guidarono a considerarli come realmente vegetabili: quindi mi sono accinto a dili-

---

la sistemazione delle piante Crittogame non avesse generato la inesattezza nelle divisioni delle sue specie, la poca precisione in caratterizzarle, e la mancanza di sinonimia botanica, per la quale si rende impossibile di riconoscerle, e si crede un essere ignoto quello, che i Botanici conoscevano, benchè ignorassero la sua proprietà di eseguire de' movimenti. A due divisioni, le qnali tuttavia egli non presenta nè come generi nè come specie, e che denomina l'una *Tremella gelatinosa*, l'altra *Tremella tenace*, riduce tutti i suoi filamenti irritabili. Sette in otto diverse sorti ne espone sotto la divisione della *Tremella gelatinosa*, le quali tuttavia egli ristringe a *quattro specie*, non considerando le altre quattro nè come affatto simili nè come affatto diverse. *Due*, una maggiore, l'altra minore, ne indica sotto il titolo di *Tremella tenace*, quantunque accenni di averne vedute dieci sorte differenti tra loro, le quali poi non decide che sieno nè essenzialmente differenti, nè accidentalmente varianti.

Dal confronto di queste indeterminate differenze e dall' osservazioni mie proprie mi parve, che tutte le indicate dall' Ab. *Corti* si possano ridurre a tre vere specie diverse essenzialmente fra loro.

1. *Conferva irritabile gelatinosa senza diaframmi*: a questa si possono ridurre la sua prima, seconda, e terza specie di Tremella gelatinosa, e le tre altre sorti ch' egli aggiunge secondarie a quelle tre specie. Esse tutte mi sembrano varietà riducibili a questa prima specie da me stabilita.

2. *La Conferva irritabile gelatinosa d'* Adanson *con diaframmi*: la quarta specie del *Corti* e l' altra, da lui compresa nel medesimo articolo, mi sembrano corrispondere a questa del Sig. *Adanson*.

3. *La Conferva irritabile tenace*; alla quale sola si devono riportare le varietà *maggiore e minore*, e le due a maglie larghe e strette, e le altre due a stelluzze rare e affollate,

Con più precisione il Sig. de *Saussure* ne descrive tre specie abitatrici dell' acque termali e veramente differenti tra loro, le quali si devono considerare come originariamente diverse, e sono da lui dette 1. *Tremella d' Adanson* 2. *Tremella bianca* 3. *Tremella a diaframmi appressati*. Paragonando però la descrizione di questa specie colle sopra stabilite, io mi credo consigliato a riportare non solo la prima del Sig. di *Saussure* alla mia seconda, vale a dire a quella del Sig. *Adanson*,

gente esame delle difficoltà, che indussero nella contraria opinione il Sig. de *Saussure*, giacchè nelle sue ragioni sono comprese le più plausibili tra quelle degli altri difensori dell' animalità di questi irritabili filamenti, e in particolare quelle che estesamente raccolse l'Ab. *Corti*. Dopo sissatta ponderazione mi parve di poter conchiudere, che se questi esseri si considerino di confronto colle altre *Conferve* e *Bissi*, e se si tengano dinanzi agli occhi le scoperte circa l' irritabilità delle piante, e le recenti nozioni Fisico-Chimiche, quelle difficoltà perdono tutto il loro vigore. Quindi è, ch' io non ho prolissamente immorato nel critico esame di esse, contentandomi soltanto di indicare nella accennata mia Lettera qualche riflessione di risposta ad alcune di loro.

§. VIII. *Della obbiezione alla vegetabilità desunta dal movimento verso la luce.*

L'unica per altro, che abbia un peso considerabile a favore dell'animalità, è il movimento progressivo delle *Conferve* nostre verso la luce. E poichè tutta la questione circa

---

ma anche la sua terza a *diaframmi appressati* alla terza da me stabilita *Conferva irritabile tenace*.

Per conseguenza, anzi che due, sarebbe una sola la specie scoperta dal benemerito Fisico Ginevrino; e quindi accrescendo di un' altra di più le specie da me stabilite indicherei come nuova una 4. *Conferva irritabile bianca ottusa rappresentante frequentemente la forma di anello*. Ma poichè io mi trovo nella impossibilità di osservare in natura le indigene dei bagni d' Aix, e poichè la classificazione di questa non è che dietro alla descrizione del Sig. di *Saussure*, egli è per ciò, ch' io non l' annunzio con sicurezza, della quale ho usato nella sistemazione di quelle dell' Ab. *Corti*: le quali ho potuto agiatamente a mia voglia osservare.

Gioverà trattanto di aver indicato, che conviene riportare al genere delle Conferve e ridurre a quattro specie questi filamenti manifestamente irritabili, troppo confusi dai Fisici, che gli hanno osservati, che non erano del tutto ignoti ai Botanici, i quali però facilmente soddisfatti della loro nomenclatura ignoravano le loro fisiche proprietà, e che forse non saranno i soli a manifestare simili movimenti, i quali probabilmente si scopriranno in alcune piante della stessa famiglia per altri caratteri conosciute.

la loro natura dipendeva dalla decisione di questa, mi sono studiato di esaminar quel moto acuratamente: per la qual cosa sono risalito lontano a considerare comparativamente gli effetti della luce su i vegetabili, a raccogliere e paragonare i fenomeni relativi alle arie, che emanano. Riducendoli alle recenti teorie pneumato-Chimiche ho formato delle slegate nozioni, che si hanno, un sol tutto; e trovato, che la luce agendo meccanicamente doveva produrre quel movimento, io mi lusingo di essere pervenuto a conoscere la di lui natura e la genesi. Questo esame appunto formerà il primario soggetto della presente Memoria, la quale io spero che spargerà qualche nuovo lume sopra alcuni punti di Fisica vegetabile, e dalla quale per ultimo risultato conchiuderemo, che codesta progressione, lungi dal formar un carattere d'animalità, lungi dal ripugnare in un essere insensibile, ella non è che un effetto meccanico della luce, il quale ho scoperto verificarsi in altre specie di piante collocate libere nell' acqua.

§. IX. *Due maniere, nelle quali la luce potrebbe occasionare quel movimento.*

Veniamo pertanto al punto in questione. Non iscoprendo la causa meccanica producitrice della progressione delle Conferve irritabili, ed osservando, che si avvicinano sempre alla luce, a cui progrediscono per ogni sorta di direzione, qualche Naturalista e più d' ogn' altro il Sig. de *Saussure* si credè autorizzato a dedurre, che essa non sia meccanica, ma che anzi debba essere volontaria ed elettiva per poter preferire sempre la parte più luminosa in quella tal circostanza. Io penso, che non si possa trarne tal conseguenza, ma che per parlare con precisione si debba solamente dedurre, che la luce *influisca ad eccitare tali movimenti*. Ora per eccitare questi movimenti la luce potrebbe operare in due modi; 1.° *determinando la sensibilità e volontà di questo essere, se fosse animale*; 2.° *esercitando un'azione e attrazione meccanica, se fosse una pianta*. Ma se da questo fatto non si può stabilire di più, per quali osservazioni, per quali ragionamenti potremo pervenire a conoscere in quale di queste due maniere agisca la luce sulle *Conferve irritabili* per produrre il fenomeno, di cui si tratta?

§. X.

§. X. *Analogia tra le Conferve irritabili, ed altre piante: circoſtanze del loro movimento, le quali lo indicano meccanicamente prodotto.*

Veramente la totale mancanza delle note caratteriſtiche degli animali, e la analogia tra le Conferve irritabili e le piante ſpecialmente del genere delle Conferve e de' Biſſi, analogia che ſi oſſerva nella forma, nel colore, nell' abito, nella naſcita, nella nutrizione, e nella riproduzione, mettono in ſoſpetto la ſpontaneità del movimento di progreſſione, e ci allontanano dal conſiderarlo prodotto da una determinazione di ſenſibilità. Se poi ſi avverte ad alcune particolarità e circoſtanze di queſto moto, ſembra che tutte coſpirino a rappreſentarlo come meccanico. Si oſſervi la ſua lentezza. Eſſa è tale che le *Conferve irritabili* non traſcorrerebbero una decima parte di linea per ogni minuto. Si oſſervi la loro attitudine di avvicinarſi alla luce indifferentemente con qualunque parte del loro corpo ſi trovino dirette alla luce medeſima (indifferenza che non ſembra propria degli animali, ne' quali la facoltà muſcolare per la forma de' muſcoli deve avere un centro e quindi una direzione); e ſi oſſervi finalmente quella ſteſſa coſtanza nel progredire ſempre verſo la luce, coſtanza ch' io non trovo così fedelmente eſeguirſi in natura dove ſi tratti delle determinazioni ſpontanee degli eſſeri ſenſitivi; e ſi dovrà convenire, che queſti ſono piuttoſto i caratteri del moto meccanico. La forma iſteſſa delle noſtre *Conferve irritabili* ſi oppone direttamente alla poſſibilità di eſeguire un moto ſpontaneo. Conſiſtendo eſſe in filetti equabili alla ſuperficie eſteriore del loro corpo, non marcati al di fuori da neſſuno ſtrangolamento, perfettamente liſci e uniformi, non ſi può concepire come poteſſero eſercitare un movimento ſpontaneo di progreſſione, per l'eſercizio del quale converrebbe, ch' eſſe alla ſuperſicie del loro corpo aveſſero delle rughe ed aſprezze, coll' ajuto delle quali queſto corpo poteſſe ſtriſciare, come fanno i vermi o i ſerpenti. Siffatte rughe il Sig. de *Sauſſure* è neceſſariamente coſtretto a ſupporle per ammettere la ſpontaneità di quel movimento nel tempo ſteſſo ch' egli confeſſa, che i migliori microſcopj lungi dall' indicare nulla di ſimile rappreſentano anzi le *Conferve irritabili*, come ho detto, uniformi e liſcie perfettamente. Tutte queſte difficoltà

mi fanno inclinare a credere, che la luce non influisca determinando la loro sensibilità ad eseguire un movimento elettivo, come sarei stato propenso anch'io alla prima ispezion del fenomeno, ma invece per forza d' un' attrazione meccanica, qualunque ella sia; e mi fanno giudicar vegetabile la loro natura, essendochè questo movimento di progressione è l'unico considerabile obbietto che le si faccia. Ma pure mi si dirà, che non si può tranquillamente supporre come meccanicamente prodotto quel moto, poichè non se ne scopre la immediata causa efficiente: ed io lodo questa cautela, e convengo anch' io, che sarebbe quasi impossibile di scoprirne la causa con esperienze dirette, e quindi sciogliere il dubbio per una rigorosa dimostrazione. Per iscoprire adunque la causa producitrice dell' avvicinamento dei nostri filetti alla luce e il modo di agire di questa causa, convien tentare un esame indiretto; e questo appunto intraprendo colla lusinga che sia per riuscire soddisfacente. Ma prima mi si permetta una digressione sulla storia naturale delle *Conferve irritabili*. Comechè quest'. opuscolo sia diretto spezialmente a trattare della loro natura, pure essendovi in esso ragionamento delle scoperte dei loro moti, della loro classificazione, della determinazion delle specie, delle principali proprietà ecc. ecc., un Saggio della loro storia naturale diveniva necessario alla piena trattazion del soggetto, e alla soddisfazione di chi legge.

§. XI. *Saggio della storia naturale delle Conferve irritabili.*

Nel fondo dei fossi, nelle vasche delle fontane i filamenti delle *Conferve irritabili* formano una verdura spesso indistinta. Coll'ajuto del microscopio la osserviamo essere un aggregato di filamenti disposti ordinariamente in pacchetti verdi, altri divisi a diaframmi più o meno approssimati, altri più semplici non divisi da nessuno intersecamento.

Se giunge a fomentarli la luce, essi crescono e si propagano, abbandonano il fondo, ascendono alla superficie, ora senza essere rigonfiati, ed ora divenuti quasi spugnosi per le bollicine d'aria generata dalla luce medesima, le quali a mano a mano si sprigionano e divengono libere. Esaminata quest' aria si trova essere deflogisticata (gas ossigeno) nel pieno

giorno, quando nell' ombra o a debole luce è meno pura dell' aria atmosferica.

L' interno parenchima è la sede del color verde, e la pellicola che lo contiene è trasparente. Nell' interiore di qualche specie si distingue la sostanza verde quasi composta di granellini. Dopo la putrefazione dei filamenti gl' inviluppi montano, si riuniscono e formano come una tela di ragno sopra l' acqua corrotta.

Filamenti alle volte divisi dai diaframmi, alle volte continui, in alcune specie terminati a punta attenuata, in altre bruscamente troncati, il parenchima trattenuto da una trasparente pellicola, ecco tutto l' organismo delle Conferve irritabili. Nessun membro, nessun organo esterno o interno, nessuna ineguaglianza, nessuno strangolamento.

Eppure questi semplicissimi filamenti eseguiscono due generi di movimenti. 1.° *di vibrazione*. Le loro estremità vanno come naturalmente oscillando; e questa vibrazione in qualche specie più vivace, in altre più lenta, e quasi insensibile, diviene più marcata quando essendo la estremità posteriore inceppata e repressa, l' altra più energicamente si torce: nella *Tremella bianca* di *Saussure*, che corrisponde alla nostra 4.ª *Conferva irritabile*, tale è la oscillazione delle estremità dei filamenti, che arrivano esse a congiungersi e a rappresentar un anello.

Il 2.° movimento di *progressione*. Quando la luce risplende più in un lato che in un altro del recipiente, in cui sono, i nostri filamenti si dirigono in qualunque senso e per qualunque direzione con una lentissima progressione verso di lei. Così si trovano spesso alla luce e perchè essa favorisce la loro propagazione, e perchè li richiama. La soprannominata 4.ª *specie* non si è veduta viaggiare.

Crescono rapidamente, soprattutto in tempo di notte: alla luce o scemano o non aggrandiscono. Secondo l' Ab. *Corti* si moltiplicano per divisioni, e dopo il disseccamento si possono rivivificare mediante l' umettazione. Il Sig. de *Saussure* non ha potuto verificare questi due fenomeni nelle sue specie delle terme d' Aix.

Insensibili ai cangiamenti di temperatura, e indifferenti alla non alteratissima qualità d' acque, le abitatrici dell' ac-

qua termale prosperano egualmente bene nella comune e alla temperatura ordinaria.

Una goccia però di liquore irritante estingue ogni sorta di oscillazione, e toglie la vita.

Mediante l'analisi Chimica somministrano i prodotti delle sostanze animalizzate, e in particolare l' alcali volatile (ammoniaca).

SEZIONE II.

Esame comparativo del movimento di progressione delle Conferve irritabili verso la luce. Aerologia delle piante.

§. XII. *Idea di questo esame indiretto.*

Non potendo determinare direttamente se la luce agisca per una azione meccanica sopra questi esseri tanto rassomiglianti a una famiglia intera di piante, mi so ad esaminare l' influenza della luce sui vegetabili, onde vedere se ella se gli attira veramente, e in qual maniera lo faccia. Per soddisfare a codeste ricerche io mi sono trattenuto a considerare due de' principali fenomeni, che la luce occasiona ne' vegetabili. 1.° quel movimento che chiamano di nutazione, per il quale le piante s' inclinano sempre a ricercar la luce, 2.° lo sviluppo e modificazione dell' arie delle piante esposte all' azione de' raggi solari o diretti o riflessi. Entrando nell' esame specialmente della seconda di queste due operazioni de' vegetabili, ho veduto, ch' io non poteva conoscerla estesamente e con precisione, e quindi trarne un profitto nell' applicarla ai fenomeni delle Conferve irritabili, se non avessi bene stabilita la teoria delle arie de' vegetabili. Estesi adunque le mie ricerche a questo ramo di Fisica analizzando ciò, che i laboriosi Osservatori, che se ne sono occupati, ci lasciarono su questo soggetto. Ma ho trovato pochi fatti stabiliti, molte opinioni controverse, disparità di deduzioni, oscurità di teorie. Occupandomi nello stabilire i risultati più certi, e in ridurli, ciò che essi non fecero, alla precisione e aggiustatezza de' recenti sistemi pneumato-chimici, mi avvidi, che ciò ch' io aveva intrapreso come un lavoro secondario per applicarlo al movimento delle nostre *Conferve*, era divenuto un

lungo ed intero *Saggio di Aerologia delle piante*. Veramente la lettura di questo Saggio gioverebbe a quelli, che non sono ancora familiarizzati colle più recenti teorie, poichè questa materia è ancora intralciata e involta in un labirinto di confusione, poichè un Saggio dell' arie dei vegetabili dietro il recente e luminoso sistema di Chimica non è stato ancora abbozzato, e poichè l'applicazione di quel sistema alle funzioni delle piante mi sembra portare un avanzamento alla scienza de' vegetabili. Ma riservando ad altra occasione la pubblicazione di questo Saggio, nel quale avrò qualche nuova vista da esporre, io non indicherò presentemente che alcune delle sue traccie essenziali onde in un colpo d'occhio si possa vedere la serie e la combinazione de' fatti e de' ragionamenti, e il loro rapporto col fenomeno, di cui si tratta.

Piano di nuova teoria delle Arie de' vegetabili.

§. XIII. *Influenza della luce in produrre nelle piante il movimento di nutazione; e nell' accrescere e modificare le arie, che emanano.*

Per poco ch'io trascorra colla mia attenzione sul regno vegetabile, io ci riscontro dovunque la benefica azion della luce. Ma tralasciando i diversi effetti ch'ella produce, io m' arresto ad osservare quella inclinazione, ch'essa costantemente occasiona nelle piante esposte ai suoi raggi o diretti o riflessi, per la quale incurvandosi si rivolgono sempre e avvicinano alla parte più luminosa. Ad intendere il meccanismo, che produce questo fenomeno, potrebbe forse recare un soccorso e la spiegazione data dal Sig. de *Saussure*, che modificò e migliorò quella del Sig. de *la Hire*, e la congettura avanzata dal Sig. *Senebier*. Ma la mia maniera di spiegarlo non conviene con queste se non di lontano; come altrove avrò occasione di esporre e di sviluppare. Io mi contento per ora di non vedere in esso se non la produzione di un movimento mediante la luce, il quale in generale è ammesso come meccanicamente prodotto. Da un movimento d'inclinazione ad un movimento di progressione non c'è forse che un passo. Ma mi astengo per ora dalle applicazioni, e mi rivolgo all' altro più secondo fenomeno dell' esalazione delle arie, che emanano dalle piante esposte alla luce, l'esame del quale es-

ſendo più opportuno a ſpargere della chiarezza ſopra il mio oggetto, ha maggior diritto d' intereſſare le mie ricerche.

§. XIV. *Riſultati, che ſi poſſono trarre dalle eſperienze dei Fiſici, che ne hanno trattato.*

Dalle indefeſſe fatiche de' celebri *Prieſtley*, *Ingen-housz* e *Senebier*, benchè queſti autori non ſieno ſempre concordi nelle loro deduzioni, e forſe non ſempre eſatti ne' loro ragionamenti, pure mi ſembra poter dedurre come provato,

Che le piante, e le erbacee più che le arboree e ſoprattutto le graminee e le acquatiche, da molte delle loro parti ed in particolare dalle foglie, allorchè ſono eſpoſte alla luce ſolare, eſalano molta quantità d' *aria deflogiſticata* oſſia *gaz oſſigeno*, il quale non ſembra però affatto puro; che la ſua quantità e purezza è proporzionata alla intenſità della luce, quando eſſa non ſia per altro eccelſiva; che alloraquando ſi trovano all' ombra, mandano minor copia d' aria, e queſta per la maggior parte impura e non reſpirabile, la quale da loro fu detta *flogiſticata*: e che finalmente, ſe crediamo agli eſperimenti del Sig. *Ingen-housz*, quando ſono collocate all' oſcurità, oltre a qualche porzione d' aria flogiſticata eſalano dell' *aria fiſſa o gaz acido carbonico*, o per parlare in modo che non diſcordi nemmeno coll' idee del Sig. *Senebier*, che quando ſon collocate nell' oſcurità *cambiano* in aria fiſſa l' aria, che le circonda.

Per mancanza di metodi eſatti preſentatici in appreſſo dalla Scienza pneumato-chimica non è poſſibile dietro le loro oſſervazioni di ſtabilire con preciſione la natura dei gaz, che raccolſero dai vegetabili: ma per quanto ſi può conchiudere dalle proprietà di quelli, che emanano dalle piante nelle tre circoſtanze di luce, di ombra, e di oſcurità, il gaz, che eſce alla luce, è gaz oſſigeno, quello, che eſce all' oſcurità, è un gaz acido carbonico miſto a porzione di qualch' altro gaz non reſpirabile, ed il ſolo gaz, che eſce all' ombra, non ſi può così facilmente determinare. Non oſtante quello, ch' eſſi chiamano aria impura, ſembrami un' unione di gaz acido carbonico, e di qualche porzione di gaz azoto, e di gaz idrogeno carbonato.

§. *XV. Incertezza degli Osservatori nel determinare la genesi di questi gaz delle piante.*

La stessa mancanza di un giusto sistema pneumatico, per la quale rimasero controversi e indeterminati codesti prodotti gazosi e i risultati dell'esperienze, cagionò parimenti tra quegli stessi, che sagacemente ne andavano scoprendo i fenomeni, quell'oscurità e quelle discordie d'opinioni, in cui furono circa la genesi e la teoria di queste trasformazioni dell'arie de' vegetabili. Fondati generalmente sopra l'errore ammesso come una verità, di cui per molto tempo non si osava nemmeno di dubitare, che l'aria cioè fosse un elemento da se, originariamente diverso dai solidi, non convertibile in corpo solido, nè componibile, essi non ammettevano nuove formazioni d'aria, nè supponevano l'aerizzazione come uno stato possibile de' corpi solidi: ma quando vedevano sortire un gaz da un corpo qualunque, supponevano, che fosse uno sprigionamento d'aria ivi prima rappiattata e compressa, e per intendere le diverse qualità delle arie ammettevano diverse modificazioni, che poi non sapevano determinare da qual causa fossero prodotte, e in qual maniera operate. Quindi da analoghi e spesso simili esperimenti vediamo *Priestley* dedurre, che l'aria atmosferica, per le putrefazioni e per la respirazione animale viziata dal *flogisto*, vada come a cribrarsi nelle foglie delle piante, deponga quell'immaginario principio, il quale secondo lui rimaneva a nutrizion della pianta, intantochè l'aria depurata in tal modo partiva in istato d'aria deflogisticata. Questa idea dei mutui servigj, che si prestavano i due regni organici della natura, poteva veramente abbagliare l'immaginazione: quelli soprattutto, che entrano a studiarla troppo preoccupati dal bello metafisico e di perfezione, dovevano ammirare, che i vegetabili nel tempo medesimo in cui per se stessi traevano un nutrimento dall'aria viziata degli animali la purificassero, e la rendessero atta alla respirazione degli animali medesimi; e che questi nell'atto che viziavano l'aria con la respirazione e si liberavano dai principj incomodi alla loro esistenza, preparassero ai vegetabili la sostanza, che serviva a nutrirli. Per lo contrario il Sig. *Ingen-housz* da una folla di esperimenti

ha creduto di poter asserire, che le piante realmente assorbiscano dal recipiente, in cui sono situate, l'aria qualunque sia, e specialmente l'atmosferica e la vitale, che sono ad esse più atte; che ne assorbiscano in tanta copia, che basti a risarcire le perdite cagionate dall'emanazione dell'arie abbondante specialmente in tempo di giorno, e che nel loro interno per una facoltà della loro natura mediante il meccanismo della vegetazione, facoltà e meccanismo che confessava di non conoscere, la trasformino in un modo per lui misterioso all'oscurità in aria fissa, e nella piena luce in aria vitale; mentre i fiori e i frutti lungi dal migliorarla giammai la vizino in tutte le circostanze. Laddove il Sig. *Senebier* affermava in vece, che le piante periscono nell'aria flogisticata; che all'oscuro mefitizzino l'aria non per una facoltà propria della loro natura nè per una operazione vitale, ma per una alterazione e disordine d'organismo; e giudicava, per servirmi delle sue stesse espressioni (Mem. t. 2. 388.) „ che l'aria „ fissa sciolta nell'acqua fosse il nutrimento, che le piante „ traggono dall'aria, che le bagna, e la sorgente dell'aria „ pura la quale esse forniscono per elaborazione, che le fan„ no subire. „ L'opposizione di deduzioni, e l'oscurità de' sistemi, in questi per altro benemeriti e infaticabili osservatori, ci lasciano ancora nell'ignoranza su questo argomento; ma ci permettono nonpertanto di potere fondatamente dedurre questo certissimo risultato, che la luce oltre al produrre un movimento d'inclinazione ne' vegetabili, agisce in modificare le arie, che emanano, e ad accrescerne la quantità.

§. XVI. *Genesi dell'Arie nel sistema del Sig.* Lavoisier, *e de' suoi Compagni.*

Ma la semplice e ben fondata teoria pneumatica, che si deve particolarmente alla mano maestra del Sig. *Lavoisier*, non ci lascia più all'oscuro circa la genesi e le trasmutazioni delle arie; e mi pare che applicata ai fenomeni aerologici delle piante ne porti tutto il possibile rischiaramento. (*a*)

E' noto

(*a*) Posto che l'indole del nostro spirito non si contenta nello studio della natura di conoscere dei fatti isolati, posto che noi sentiamo

E' noto dopo le osservazioni ed esperienze di quel dotto Chimico, e de' suoi colleghi, che un fluido elastico aeriforme, un' aria qualunque non è che la combinazione delle molecole d'un qualunque corpo, e ciò ch'è lo stesso, d'una base col calorico o materia del calore; che il calorico combinandosi a questo corpo o a questa base la riduce allo stato gazoso; che la diversa natura della base costituisce la diversa natura dei gaz; e che il diverso grado di temperatura spesso influisce ad aerizzare piuttosto uno che un altro di codesti principj. La luce ancora o in quanto si unisce al calorico, e fa che questo cambi d'affinità e di tendenza coi varj principj, o più probabilmente, come credono parecchj recenti Chimici, in quanto agisce da se sola con una sua propria attività sovra alcuni, si combina ad una piuttosto che ad altra base onde ridurla in istato gazoso.

§. XVII. *Affinità della luce coll' ossigeno.*

Questa proprietà della luce essenziale al mio scopo, questa sua influenza cioè nella genesi del gaz ossigeno, è bastantemente comprovata dalla perdita di ossigeno o base dell' aria deflogisticata, che fa l'acido muriatico ossigenato esposto alla luce, dallo sprigionamento di ossigeno dagli ossidi o calci mercuriali, e dall'acido nitroso mediante la luce, dalla grandissima copia di luce viva e brillante, che nella combustione del gaz ossigeno si sprigiona. Questa proprietà della luce dal-

il bisogno di rimontare dagli effetti alle cause, ossia dai fenomeni particolari a' fenomeni più generali, da' quali quelli dipendono, posto che noi ci sentiamo necessitati a voler un sistema, che leghi le nostre cognizioni, che ci presenti de' principj che ci dirigano nelle ulteriori indagini delle scienze specialmente Fisiche e Chimiche; il sistema del Sig. *Lavoisier* mi sembra l' unico ragionevole e soddisfacente a codesti oggetti. Semplice, legato, dedotto, soltanto per mezzo di esperienze conduce a dei risultati non supposititizj, i quali un giusto ragionamento congiunge in alcuni generali punti di vista, e ne forma così una teoria, che apre parecchie strade alla ulteriore cognizione di moltiplici verità, alle quali non saremmo arrivati per altra via. Io penso, che allorquando si comprenderà un poco meglio, gli si moveranno meno obbiezioni. Ma diranno: sarà sempre un' ipotesi. Sia. Ma una ipotesi, che non è che l' aggregato dei fatti, alla quale i fenomeni corrispondono colla precisione del calcolo, se si dirà ipotesi s' intenderà nel senso medesimo, in cui si chiama ipotesi il sistema dell' attrazion Newtoniana: ed io in questo senso confesserò d' abbracciare la più ragionevole tra le ipotesi Chimico-Fisiche.

lo ſteſſo Sig. de *Sauſſure* viene ammeſſa, ed ingegnoſamente applicata (nell' ultimo tomo dell' Accademia di Torino) per la coſtruzione d' un nuovo iſtromento, che indichi la maggiore o minore intenſità di luce di due ſiti diverſi.

§. XVIII. *Influenza del diverſo grado di calore e di luce nel diverſificare le Arie dei vegetabili.*

Si vede da tutto ciò chiaramente, come dal corpo medeſimo poſto in tre diverſe circoſtanze poſſano ſortire tre diverſe ſpecie di gaz, quando il corpo ne contenga le baſi. Il calorico, il quale in un dato grado di temperatura agiſce per aerizzare un principio o baſe, in un grado maggiore eſercita la ſua affinità ſopra un altro; all' intervento poi della luce un terzo principio paſſa allo ſtato gazoſo. Applicando queſte premeſſe al caſo noſtro, nella mancanza di luce il calorico all' ordinaria temperatura ha la ſua affinità per il principio carbonico, col quale mediante l' intervento di alquanto oſſigeno forma il gaz acido carbonico, o l' aria fiſſa, la quale eſala dalle piante collocate all' oſcuro. Se al calorico ſi congiunga una piccola porzione di luce, allora ſi cambiano le affinità, e ſi eſercitano cogli altri principj formando quell' aria impura emanata dai vegetabili all' ombra, la di cui natura, come ho ſopra indicato, è malagevole coſa a determinare con tutto rigore. Se poi prevalga la luce, ſe le piante ricevano tutto lo ſplendore del giorno, allora la molta affinità della luce verſo l' oſſigeno, o agendo da ſe, o dirigendo per dir così l' azion del calorico verſo di lui, vi genera il gaz oſſigeno, il quale e per l' abbondanza del principio oſſigeno ne' vegetabili, e per la forte tendenza della luce verſo di lui abbondantemente ſi ſvolge dalle piante illuminate a migliorare l' atmosfera, e ad apparecchiare ai viventi una reſpirazione dolce e ſalubre.

§. XIX. *Nuove formazioni delle Arie nelle piante: prove.*

Ho detto, che le emanazioni delle arie de' vegetabili non ſono evoluzioni di arie in eſſi eſiſtenti in iſtato aeriforme, ma che ſono vere generazioni e nuove formazioni corriſpondenti alla geneſi ordinaria di fluidi aeriformi: e giacchè la novità di queſta propoſizione, benchè derivante dal

mio ragionamento, e le conseguenze, a cui mi conduce in appresso, potrebbero colpire i lettori, io farò riflettere 1.° che spesso le piante mandano dei gaz radicalmente diversi da quelli, che si giudicano assorbiti; che le loro basi sono originariamente diverse e per conseguenza non trasmutabili; e che quindi conviene attribuire l'origine dei gaz, che ne sortono, ad una nuova formazione: 2.° che se anche rimettessero quei medesimi gaz, che avevano prima assorbito, questi gaz non potevano rimaner tali nell'interior della pianta, ma nell'atto d' entrarvi dovevano perdere l' abito aereo, che essendo perciò ridotti allo stato di semplici basi erano restati a formare parte costituente del vegetabile; che l' ascensione del termometro collocato nell'interno d'un albero, giusta l'esperimento del Sig. *Hunter*, indica nell'albero una temperatura superiore all' atmosferica; e che questo calorico che divien *libero*, non può provenire che dalla decomposizione dell'aria mediante il meccanismo della vegetazione; e che quindi i principj radicali non potevano ricomparire in istato d'aria se non per una nuova unione di calorico e luce, ch'è quanto a dire per una nuova formazione.

L'unico pregiudizio, per cui si supponeva esistere l' elemento aereo originariamente tale nè producibile nè distruttibile, occasiona la sorpresa, che potrebbe in alcuno destare questa pur così semplice teoria; e veramente mi sembra che nello stato attuale delle nostre Chimiche cognizioni non possa restarne colpito se non chi si lasciasse strascinare dalle abitudini. Imperciocchè se dietro i recenti lumi si considerino le modificazioni e mutazioni di natura delle arie, queste si devono riconoscere per nuove e vere formazioni, come vere formazioni si devono eziandio giudicare le modificazioni dell' aria che accadono nella respirazione animale, e nella ispirazione ed espirazione de' vegetabili ancora quando fosse dimostrata simile a quella.

§. XX. *Differenza tra la Respirazione animale, e l' assorbimento ed emanazione delle Arie nelle piante.*

Ma più manifestamente si riconosceranno per vere formazioni queste de' vegetabili, le quali io giudico somiglianti alle ordinarie aerizzazioni, che tutto giorno succedono nel

regno inorganico, e meno analoghe alla respirazione animale. Imperciocchè quantunque le piante assorbiscano dell' aria e ne emanino, lungi dall' esser certo, che l'emanata sia quella stessa, che fu prima assorbita, osservo che nè la qualità nè la quantità vi corrisponde del tutto; che non abbiamo fatti, che ne assicurino, e che l'esperienze di qualche moderno Fisico dirette a comprovare quell' opinione non sono convincenti; e che quando si ammettesse, che dalle piante non emanino arie, le quali prima non fossero state ispirate, sarebbero inesplicabili e contraddittorj alcuni fenomeni, come l'abbondanza d' aria, che somministrano alcune piante, le quali ne assorbiscono poca, la scarsezza di alcune altre, le quali ne assorbiscono molta, la emanazione d'aria da parecchj vegetabili, i quali apparentemente non ne assorbiscono ecc. ecc. Finalmente la sovraccennata osservazione mi par decisiva su questo punto, l'osservazione cioè, che in alcuni esperimenti dell' *Ingen-housz* le piante esalarono dei gaz radicalmente diversi da quelli, che avevano prima assorbito, ed assolutamente non trasformabili d'uno in l'altro; come quando emanarono gaz ossigeno e gaz acido carbonico, non avendo prima assorbito che gaz idrogeno e gaz azoto.

Osservo di più, che a differenza di quanto succede negli animali, ne' vegetabili l'intervento di cause estrinseche, e in particolare della luce ha una massima influenza nel sollecitare e diversificare la natura delle arie, le quali essi mandano; ciò che mostra chiaramente il giuoco e il potere delle affinità. Rifletto in oltre, che i prodotti gazosi della respirazione animale sono diversi da quelli della elaborazione vegetabile; che quelli sono costanti, e questi varianti; che la causa costante di quelli saranno l' organismo, e le forze interne degli animali, che sole costantemente agiscono; che finalmente l' incostanza e le variazioni di questi non si possono desumere che dagli estrinseci cambiamenti di affinità. Da queste e simili considerazioni si può dedurre 1.° che è ben lontano, che l' azion delle piante nel trasformare le arie sia simile all' azione degli animali, e che quei cambiamenti sieno prodotti da una misteriosa forza vegetativa. 2.° che le operazioni de' vegetabili sono invece analoghe alle ordinarie formazioni e trasformazioni dei gaz, le quali tutto giorno

vengono operate nel regno inorganico dalle semplici leggi d'affinità, delle quali si ha una più giusta e più facile idea.

§. XXI. *Meccanismo delle decomposizioni e ricomposizioni delle Arie nelle piante.*

Io conchiudo pertanto, che i varj gaz, che circondano i vegetabili, vengano da loro assorbiti, che essi gaz entrandovi si decompongano, che le loro basi, abbandonato in parte il calorico, che loro comunicava l'abito aereo, passino in sostanza del vegetabile, e restino a formarne parte costituente: ed è perciò, che coi processi Chimici si trovano nelle piante i varj principj basi dei gaz azoto, carbonico, idrogeno, e ossigeno, i quali due ultimi probabilmente provengono in abbondanza ancora dalla decomposizione dell'acqua, che perennemente succede dentro la pianta. Non nego io già, che qualche porzione d'aria non entri e resti tale ne' vegetabili. Ma credo in generale, che la quantità d'aria, che emanano, sia prodotta da una nuova combinazione di calorico e alle volte anche di luce coi principj delle piante, come succede per esempio ad un metallo esposto all'azione atmosferica, nel quale il gaz ossigeno vi depone la propria base, che lo fa passare allo stato d'ossido, o calce metallica; mentre in circostanze diverse alcuni ossidi per esempio i mercuriali esposti alla luce abbandonano ad essa il loro ossigeno, il quale combinandosele forma del gaz ossigeno. Considerate le operazioni delle piante sotto questo punto di vista s'intende bene, come l'azion della luce svolga dalle piante medesime del gaz ossigeno; come nella mancanza di luce non ne sorta, benchè la pianta vegeti a sufficienza bene; come l'abbondante ossigeno per la interna e successiva decomposizione dell'acqua a lei provenuto, se manchi della luce, che lo aerizzi, rimane accumulato a sovraccaricare la pianta e a produrvi quello stato di languore e di scoloramento, che i Francesi chiamano *étiolement*, il quale, come avrò occasione di mostrare, non è che una sopraccaricazione d'ossigeno.

§. XXII. Vere combinazioni della luce, e del calorico colle basi: loro mutua azione.

Ammessa dunque per provata la composizione dei gaz come proveniente dall' unione di luce e calorico colle basi radicali, si rifletta, che entrambi questi, che si possono chiamar dissolventi, perdono le loro qualità sensibili; e il calorico perde ancora la sua facoltà di equilibrarsi negli altri corpi; e si dovrà conchiudere, che tal sorta d' unioni, nelle quali i componenti perdono le loro proprietà, nè si disgiungono se non costretti da più valide affinità, sono vere chimiche combinazioni.

Queste combinazioni succedono per una reciproca attrazione de' componenti e con uno scambievole avvicinamento delle particole della base e del dissolvente: ciò che attualmente viene ammesso senza eccezione da tutti i Chimici.

§. XXIII. Avvicinamento dei componenti.

Ora questa attrazione e questo avvicinamento reciproco de' componenti deve comunicarsi a tutta la massa, in cui si trovano, in ragione composta però e della intensità della forza che esercitano, e della quantità di particole che la risentono. Un simile avvicinamento dalle stesse leggi operato si verifica patentemente nella formazione de' Sali medj, i componenti de' quali nel momento della combinazione si appressano e uniscono. Si supponga per esempio, che tutte le molecole della base sieno omogenee ed eccitate dalla medesima forza, allora tutta intera la base si porterà verso il dissolvente, quando nuoti per esempio in un fluido, di cui possa superare la resistenza. Si supponga, che ancora la massa, in cui si trova la base attratta, non sia tutta omogenea, ma che tuttavia le particole, che risentono quella forza, sieno tante, che bastino a superare la inerzia delle particole eterogenee, ed in oltre la resistenza del fluido nel quale nuotano; anche allora tutta la massa della base di questa combinazione si dirigerà al dissolvente, mentre il dissolvente s' avanza verso di lei.

SEZIONE III.

Applicazione dell' Aerologia delle piante ai fenomeni delle Conferve irritabili.

§. XXIV. *Fenomeno del movimento di progressione, del quale si tratta.*

Poste queste nozioni preliminari intorno la genesi dell' aria e la sua maniera di manifestarsi alla superficie de' vegetabili, applichiamole per ispiegare alcuni tra i fenomeni, che ci presentano le nostre Conferve. Tralascio di esaminare i movimenti di vibrazione e di oscillazione sagacemente da' Sigg. de *Saussure* e dall' Ab. *Corti* osservati e descritti. Tralascio parimenti quelli, che da questo illustre Italiano sono compresi sotto il nome (*a*) *di movimenti locali*, e sono que' divincolamenti allontanamenti approssimazioni, che non mi sembrano se non una modificazione di effetti della loro decisa, e dirò così, capricciosa irritabilità: forza, che da prima creduta solamente propria della fibra muscolare, fu in appresso ammessa come generalmente propria della fibra animale, giacchè la contrattilità non sembra essere che una modificazione di questa forza, che in progresso fu scoperta e riconosciuta nelle piante, come si può vedere in *Gmelin*, *Covolo*, *Smith*, e *Desfontaines*, e che ora s' incomincia a risguardare come comune ad ogni fibra organica (vedi l' articolo ultimo e l'annot. che lo segue): forza finalmente che si manifesta patentemente nelle Conferve, le quali per questo io chiamo *irritabili*, e formano una delle più interessanti scoperte appartenenti agli esseri microscopici. Delle cause di questa forza io dirò qualche parola nel fine della Memoria.

Io mi trattengo soltanto ad esaminare quel tranquillo ed equabile movimento, per cui tutto l'aggregato de' filamenti irritabili lentamente dirigesi alla luce del sole, specialmente se sia diretta, e se le approssima indifferentemente con qualunque direzione e per qualunque parte si trova più prossima

---

(*a*) *Corti* Osser. microsc. sulla Tremella p. 19.

alla luce medesima ; per l' esecuzione del qual movimento o si stacca dal vaso o fosso, in cui trovasi per elevarsi alla superficie, o guadagna la parte più luminosa, quando galleggia. E questo è appunto quel movimento già dall' Ab. *Corti* conosciuto, e dal Sig. de *Saussure* con maggior precisione determinato, dal quale il Fisico Ginevrino fu indotto a concedere a questi esseri la facoltà locomotiva, e la sensibilità. Ma io dico, che se consideriamo le circostanze, in cui questa progressione si attualizza, se osserviamo i fenomeni specialmente aerologici, che l' accompagnano, e sono similissimi a quelli de' vegetabili, tutto cospira a farci credere, che essa succeda per una attrazione meccanica, alla quale guidano le ultime idee esposte nella precedente sezione.

§. XXV. *Fenomeni aerologici contemporanei al movimento progressivo delle nostre Conferve.*

Le nostre Conferve immobili nell' oscurità s' innalzano allo splendor della luce, e giungono poi a tappezzare la superficie dell'acqua, allorchè i raggi solari attraversandola pervengono ad affettare que' filamenti. L' inclinazione, la tendenza alla parte più luminosa non è che una modificazione dello stesso movimento prodotto in questi due casi dalle medesime cause, benchè si realizzi diversamente giusta le circostanze. Ora secondo le osservazioni dell' Ab. *Corti* e le mie le Conferve irritabili nel tempo della loro ascesa egualmente che nella loro progressione spesso si manifestano scatenti di bollicine d' aria non ancor libera, le quali a quel diligente Osservatore risvegliarono l' imagine di perlette. Questa osservazione gli fece anche dire, che ascendessero per una rarefazione prodotta dai raggi solari, nè allora infatti, quando la genesi delle arie era confusione e mistero, si poteva dire di più. Avverto però per chi, non avendo presenti tutte le nozioni della Chimica pneumatica, fosse tentato di credere questo innalzamento prodotto dalla sola rarefazione effetto del calore, che il calore solo nell' oscurità non basta a produrlo; e a chi lo credesse effetto d' accrescimento di volume causato dalla dilatazione del fluido elastico, che si va sprigionando, soggiungo, che spesso succede senza il minimo indizio di manifestazione di arie alla superficie.

Ma

Ma se allorchè esse sono esposte alla luce solare, ascendono e si dirigono verso di essa, emanando dei gaz: se al contrario esposte alla luce d'una lucerna nè mostrano alcuna tendenza verso di quella, nè emanano alcun gaz: se ogni volta che ascendono o progrediscono verso la luce solare, esalano un gaz: e se finalmente ne esalano tanto più, quanto più si dirigono verso di questa: chi non riconoscerà la causa della direzione alla luce nella causa istessa della produzione delle arie, vale a dire nella combinazione della luce coi principj radicali della Conserva, e nell' attrazione, che deve precedere tale combinazione? L'esame della natura delle arie, che emanano corrispondenti a quelle degli altri vegetabili sopra esaminate, confermerà questa mia spiegazione dell'avvicinamento delle Conserve irritabili alla luce.

§. XXVI. *Arie delle Conserve irritabili corrispondenti a quelle delle altre piante.*

Infatti osservo col Sig. *Schérér*, di cui lo stesso Sig. de *Saussure* adotta l'autorità, che, quantunque le Conserve irritabili all'oscuro non mandino quasi nessuna porzione d'aria, all'ombra però esalano dell'aria *meno pura* dell' atmosferica, e nell'esposizione alla luce solare molta copia d'*aria vitale*. Egli è per questa perdita, che mentre crescono all' oscuro, all'opposto nel tempo del giorno o diminuiscono di volume o per lo meno cessano di aumentare.

§. XXVII. *Loro genesi dietro i principj stabiliti.*

Secondo i nostri principj il calorico, che all' ordinaria temperatura non era bastante a formarvi dell'aria sensibilmente, congiunto ad una porzione di luce acquista affinità capace di combinarsi colle basi azota, carbonica, e forse idrogena per formarvi quell' aggregato d'aria *meno pura* dell' atmosferica, che somministrano collocate nell' ombra; della qual aria non si può colla precisione dei moderni determinar la natura. Accresciuta poi la quantità della luce, e quindi proporzionata diversamente col calorico, cambia affinità: ed o influisca la luce stessa immediatamente da se, o diriga l'azion del calorico verso il principio ossigeno abbondante nelle nostre Conserve, combinasi col medesimo, e vi genera quell'

abbondante gaz offigeno o aria vitale, che le noftre Conferve emanano nell'efpofizione alla luce.

§. XXVIII. *Produzione del movimento progreffivo delle noftre Conferve per la genefi del gaz offigeno.*

Ora in queft' ultimo cafo al tempo della combinazione la molta luce agifce con una efficace attrazione ful radicale offigeno delle Conferve, il quale reagendo tende verfo di lei. Effo è più abbondante degli altri inerti principj; e quindi fupera la loro inerzia nella fua reazione contro la luce. Ma la Conferva nuota in un fluido, e il fuo offigeno tendente verfo la luce oltre la forza impiegata per vincere l' inerzia degli altri eterogenei principj, ne ha di baftante ancora per fuperare la refiftenza del fluido. Nel tempo adunque che la luce progredifce verfo l'offigeno della noftra Conferva, l'offigeno reagente e fuperante la inerzia delle altre bafi e la refiftenza dell'acqua, progredifce e trafcina tutta la Conferva verfo la luce con quel lentiffimo però ma continuo ed equabile movimento, che corrifponde alla lenta equabile continua combinazione gazofa, che fi va tranquillamente formando: movimento che veramente a prima vifta offervato nelle Conferve irritabili può fembrare fpontaneo, ma che fe fi offervino le circoftanze, che lo accompagnano, e fe fi ammetta la predetta formazione de' gaz così ben dedotta e comprovata dall' efperienza, viene felicemente dimoftrato, non effere fe non meccanico.

SEZIONE IV.

Prove di confronto, che autorizzano la mia applicazione: progreffione delle piante alla luce.

Quantunque la teoria pneumato-Chimica fia il rifultato di decifive efperienze, pure la mia applicazione al movimento progreffivo delle Conferve irritabili è un affare di puro ragionamento. Ma effendo altronde convinto che il ragionamento nell' interpretazione de' fenomeni della natura non dev'effere fe non figlio e compagno dell' efperienze, io non poteva ripofare tranquillo e ficuro fu quefta mia fpiegazione,

se esperimenti di confronto non venivano a comprovare la verità.

§. XXIX. *Congetture: modo di confermare la mia spiegazione.*

Immaginando pertanto di tentare qualche esperienza decisiva su questo punto, io pensava, che se il progressivo movimento delle Conferve irritabili verso la luce era l' effetto dell' attrazione della luce e del radicale ossigeno in esse esistente, se quest' attrazione si esercita sempre nella combinazione di quella con questo per la formazione del gaz ossigeno, se questo gaz ossigeno dalle Conferve egualmente che dalle altre piante illuminate si svolge; anche le foglie delle piante esposte alla luce, e galleggianti sull' acqua, sentendo ed esercitando codesta attrazione, progrediranno verso la luce. Mi pareva infatti, che se avessi potuto ottenere il movimento d'ascensione e di progressione dai vegetabili nuotanti sull'acqua, primieramente la progressione delle Conferve irritabili sarebbe parimenti dimostrata meccanica; secondariamente la mia maniera di spiegare il meccanismo di questo fenomeno in altro modo non esplicabile avrebbe acquistato un grado considerabile di probabilità. E portando il mio ragionamento più oltre mi parve, che se avessi scoperto, che la progressione delle piante verso la luce fosse in ragione dell' arie che emanano, e quindi tanto maggiore quanto n'è maggiore l'emanazione, la mia spiegazione, desunta già dall'attrazione de' principj componenti queste arie, avrebbe acquistato un grado massimo di probabilità e quasi direi di certezza.

Scoperta del movimento progressivo delle piante verso la luce: osservazioni: esperienze: e interpretazione di questo fenomeno.

§. XXX. *Osservazioni indicanti il movimento progressivo delle piante verso la luce.*

Opportunamente a questo proposito mi risovvenne di parecchie osservazioni, che nel corso de' miei studj sulle piante complete e crittogame d'acqua dolce e marina mi venne fat-

to di ripetere accidentalmente ed allora ſenza neſſun oggetto o rapporto, per lo che neppure le regiſtrai nel mio giornale d'oſſervazioni. Io aveva veduto, che molte piante acquatiche complete e già radicate al fondo de' foſſi ſi erigono allo ſplendore della luce, ed emergonſi le cime e qualche volta le foglie; che queſt' aſcenſione è più pronta e ſenſibile ſpecialmente al primo ſplendor della luce, nel qual tempo quelle piante abbandonan già l'abbondante oſſigeno in eſſe raccolto, a cui la luce dona la forma gazoſa; che molte piante natanti ſi raccolgono ne' ſiti più illuminati, appunto come ſuccede nelle noſtre Conferve irritabili. Io aveva parimenti veduto, che parecchie piante crittogame e ſegnatamente molte delle Conferve non irritabili, e i Fuchi, che ſono incontraſtabilmente riconoſciuti per vegetabili, e che hanno tanti caratteri di raſſomiglianza colle irritabili Conferve, di cui trattiamo, molte di codeſte piante, purchè non ſi oppongano degli altri oſtacoli, aſcendono dal fondo alla ſuperficie a ricevere la luce ſolare, e ſe ſono in un ſito ombroſo, ſi dirigono lentiſſimamente al più lucido.

§. *XXXI. Maggiore nelle piante eſalanti più gaz oſſigeno.*

Oſſervai finalmente un fenomeno, che rettificato come ſarà in appreſſo dall' eſperienze diviene importantiſſimo a comprovare la mia opinione, ed è, che qualche pianta ſomminiſtrante maggior quantità d'aria, eſercita maggiore, e moſtra più manifeſta queſta tendenza alla luce. Così più d'ogn' altra ſe le avvicina la *Conferva bulloſa* Linn., la quale ne eſala tanta, ed alla luce è ſempre piena e rigonfia di bollicine d' aria non per anco libera; per il qual carattere, anche prima che la Fiſica e Chimica di queſt' ultima epoca apriſſe la ſtrada alla feconda ſerie de' fatti relativi alle arie de' vegetabili, i Botanici avevano ad eſſa aſſegnato il nome ſpecifico di *bulloſa*: eppure non è già per la ſua tenuità che divenghi più facile e più ſenſibile la ſua progreſſione alla luce, imperciocchè delle altre ſpecie congeneri più tenui ancora ma meno *aerizzanti* non moſtrano conſiderabili ſegni di moto.

§. XXXII. *Esperienze per verificare il movimento progressivo delle piante verso la luce.*

Appunto verificare ed estendere questa singolar proprietà delle piante galleggianti di approssimarsi alla luce, e decidere, se ciò veramente succeda in ragione dell' arie, che emanano, era l'ultima prova, che mi rimaneva per confermare i miei pensieri sul movimento, e quindi sulla natura delle nostre Conferve, ed era nello stesso tempo una ricerca, che mi pareva meritare le mie cure e per la novità, e per l' influenza, che aver potrebbe su varj punti della scienza della vegetazione. Ho adunque cominciato da parecchj tentativi generalmente diretti a provare, che le piante o sospese o libere o galleggianti nell'acqua s'avvicinano alla parte più luminosa del recipiente, in cui sono. Tralasciando presentemente la minuta esposizione del mio processo, ora passo ad indicare le traccie de' miei tentativi, e la massa de' risultati ottenuti.

§. XXXIII. *Tre divisioni di piante cimentate.*

Le molte piante da me cimentate per quest' oggetto si possono ridurre a tre principali divisioni relativamente alla loro maniera di vivere, e alla diversità dell' effetto, che in quest' esperienze dovevano presentare.

1.ª Le piante terrestri specialmente erbacee che abbondano d'aria più che le arboree, e tra tutte le parti, le foglie le quali ne emanano maggior copia.

2.ª Le piante acquatiche complete, o a fiori e frutti, le quali o per abbarbicate radici stanno fissate, o per libere radichette traggono nutrimento, e vanno nuotando. Queste erano più che le terrestri opportune alle mie ricerche, poichè somministrano maggior quantità d' aria, quando si trovino illuminate.

3ª. Piante acquatiche incomplete o crittogame prive di radichette; e fra le altre le non irritabili Conferve de' Botanici, le quali tanto somigliano alle nostre Conferve irritabili. Da quelle un risultato analogo al movimento progressivo di queste io desiderava ottenere, e lo sperava tanto più

fondatamente, quanto che l'une si avvicinano alle altre per tanti rapporti di forma e di vita.

§. XXXIV. Maniere di apparecchio e di processo nelle esperienze.

A quattro si possono riportare le maniere di apparecchio e di processo usate nelle mie esperienze dirette a cercare, se quelle piante mostrassero qualche tendenza e qualche movimento di progressione verso la luce.

1.ª In catini di metallo o di majolica ripieni d'acqua, e coperti da una lamina opaca, o da un cartone pertugiato da un foro di un pollice ora nel mezzo, ora in un qualche sito vicino all'orlo: il qual foro era l'unica via, che i raggi solari avessero per penetrare nell'acqua.

2.ª In simili catini affatto però scoperti e collocati in una stanza qualche volta difesa dalla molta luce, e qualche altra del tutto oscurata, nella quale la luce diretta o riflessa del sole non aveva altro accesso che per un raggio solare, che dalla finestra immediatamente cadeva sulla aperta lor superficie.

3.ª In cilindrici vasi di cristallo di un piede e mezzo di altezza sopra otto pollici di larghezza, circondati da una foglia di stagno e sopra da una carta nera, che li rendevano perfettamente opachi. Per un solo pollice del cristallo, il quale era affatto scoperto, entravano direttamente i raggi solari, ai quali erano esposti.

4.ª In simili vasi apparecchiati egualmente, ma situati in luogo che non risentissero direttamente i raggi solari, e solamente ricevessero la luce riflessa.

§. XXXV. Esperimenti con piante terrestri nella prima maniera di apparecchio.

Nell' apparecchio disposto nella prima maniera, e pertugiato nel mezzo, posi alcune foglie e rami di piante terrestri. Attento sempre ad osservare il pertugio dopo mezza ora a un di presso m'avvidi, che alcune vi si erano lentissimamente appressate a ricevere i raggi solari. Lusingato da questo effetto; ma tuttavia dubitando che forse al centro del vaso coperto qualche foglia non si potesse appressare per tutt' altra ragione che per l'azion della luce, volli levarmi questo sospetto, e ripetendo gli esperimenti in vasi pertugiati

preſſo all' orificio; il ſucceſſo fu, come nel primo tentativo, tenue, ma pure baſtantemente ſenſibile.

Le piante, che moſtrarono allora qualche particolare tendenza alla luce, erano le foglie della *Malva ſilveſtris* e della *Potentilla reptans* Lin., e le eſtremità dei rami della *Veronica Chamædrys* Lin. Le altre foglie diſtanti dal foro e molto proſſime alle pareti del vaſo, riſentitane l' inclinazione del fluido, e l' attrazione, ſi appreſſarono ad eſſe, nè ſi moſtrarono punto ſenſibili all' azion della luce.

§. *XXXVI. Con piante terreſtri nella ſeconda maniera.*

Ma nell' eſperienze in vaſi coperti io non m' era permeſſo di rimarcare ſe non l' effetto; e confeſſo, che la mia curioſità era vivamente tormentata di non poter oſſervare e ſeguire l' incoazione e il progreſſo. Per ſoddisfare adunque a queſto mio deſiderio immaginai di ripetere le eſperienze in vaſi ſcoperti, ſui quali cadeſſe un raggio ſolare nella maniera in ſecondo luogo indicata. Parecchie ſpecie di piante in tal guiſa provate parevano, che cominciaſſero a moſtrare qualche tendenza ad approſſimarſi al ſito, ſul quale cadeva il raggio del ſole entrato per un pertugio della fineſtra: ma ben preſto mi avvidi, che quantunque il vaſo foſſe proſſimo all' ingreſſo del raggio nella ſtanza, tuttavia il moto del raggio luminoſo dipendente dal corſo del ſole era maggiore della tendenza delle foglie verſo di lui; e che in tal maniera non ſi poteva ottenere un riſultato deciſo: imperciocchè appena le foglie cominciavano a dirigerſi verſo un ſito, dal quale veniva la luce, toſto la luce ſi diſcoſtava per illuminare un ſito ſempre diverſo. Io mi ſono convinto, che queſte eſperienze potevano preſentare un riſultato d' approſſimazione, non però ſoddisfare allo ſcopo delle mie ricerche.

Ho riflettuto ancora, che la ſcielta fatta de' vegetabili per le ſovraindicate eſperienze non era ſtata la più opportuna. Primieramente io aveva adoperato piante terreſtri per cimentarle nell' acqua: collocate queſte in un fluido ad eſſe ſtraniero potevano riſentirne qualche ſconcerto, che le rendeſſe meno atte ad un' azione, per eſeguir la quale conveniva che il loro organiſmo foſſe vigoroſo e capace di eſercitare tutte le funzioni vitali. Secondariamente io le aveva raccol-

te in tempo di giorno, allora già che avevano abbandonato copiosamente il principio ossigeno alla luce mattutina, la quale aveva loro comunicato l'abito aereo; per la qual perdita erano rimaste impoverite di quel principio, dall' attrazione del quale, secondo ciò che ho detto, nasce la progressione della pianta alla luce. Mi determinai pertanto di mettere alle prove le piante acquatiche, raccolte in tempo di notte. E poichè per la ragione accennata diveniva impossibile eseguire gli esperimenti ne' vasi scoperti, ad onta della mia curiosità di tener dietro continuamente al progresso delle piante poste alla prova, fui costretto di contentarmi di vedere in queste esperienze solamente gli effetti.

§. XXXVII. *Con piante acquatiche nella terza maniera.*

Ne' cilindri di vetro oscurati ed esposti al sole secondo la terza maniera descritta io posi in tempo di notte alcune pianticelle, e alcune foglie di piante complete poco prima raccolte dai fossi, ne' quali soggiornano, e le collocai in siti, ove potessero direttamente ricevere la prima luce del giorno. Le foglie della *Nimphæa alba* Lin. alcuni pezzi di quelle della *Menyanthes Nymphoides* Lin. alcuni pezzi di *Scirpus* e di *Cyperus* mostrarono la prima mattina qualche avvicinamento al pertugio luminoso, e la seconda mattina una più sensibile approssimazione. Ne' giorni appresso incominciarono a imputridire, e in progresso la corruzione sollecitata dal calore del sole le guastò in modo, che non diedero indizio di siffatta tendenza.

§. XXXVIII. *Nella quarta maniera.*

Convenendo al mio scopo di avere isolato l'effetto della luce nella produzione di questo fenomeno, mi conveniva allontanare l' azione, che potesse averne il calore solare, il quale nel tempo, in cui io faceva quest' esperienze, era divenuto cocente; imperciocchè quantunque avessi cominciate in Aprile le osservazioni riferite in questa Memoria, io le aveva però seguitate fino alla metà del mese di Luglio. Volli dunque ripetere presso a poco i medesimi esperimenti a luce riflessa secondo la quarta maniera sopraccennata. I risultati furono analoghi, colla sola differenza però, che le piante si

te si mantennero vigorose per qualche giorno di più; e che le Lenticularie (*Lemna minor* Lin.) esposte si approssimarono alla piccola parete aperta all' ingresso della luce in maggior numero di quello che a tutto il rimanente del vaso. Avverto però ingenuamente, che in tutte queste ed altre esperienze ripetute e spesso modificate in modo analogo, l' avvicinamento delle piante alla luce fu sicuro, ma tuttavia appena sensibile. E tale infatti si deve aspettare, se si consideri il loro peso e volume, e la resistenza dell' acqua, che in proporzione dovevano sormontare, i quali ostacoli tutti dovevano essere superati dalla forza d' attrazione dell' ossigeno e della luce.

§ XXXIX. *Esperienze con le Conferve non irritabili.*

Ma desideroso di un risultato più manifesto ho risoluto di porre alle prove varie specie di Conferve non irritabili, le quali quantunque tenui, pure esposte alla luce, esalano molto gaz ossigeno, e sottili, come sono, dovevano essere meno soggette alla resistenza del mezzo: sicchè e per la loro abbondanza del principio, causa della loro progressione, e per la mancanza di ostacoli, che la impedissero, io mi lusingava, che mostrerebbero il fenomeno più espressamente: ed infatti le seguenti esperienze furono concludenti più delle prime.

In vasi apparecchiati alla medesima foggia collocai alcune specie di Conferve, e segnatamente la *Conferva rivularis*, la *Conferva fontinalis*, e la *Conferva bullosa* del Linneo o in piccoli e staccati filamenti, o in masse abbondanti, altre espanse sovra la superficie, altre aggrumate al fondo dell' acqua. Al nuovo splendore del giorno le situate al fondo del vaso acquistando un aumento della loro forza vegetativa, e quindi divenute atte ad esercitare liberamente le loro funzioni, diressero gli apici dell' aggregato de' loro filamenti verso la superficie con una debole ma tuttavia rimarcabile inclinazione all' illuminato pertugio. Le altre masse galleggianti alla superficie vi mostrarono un più deciso avvicinamento. Ma queste pure dovevano sormontare l' ostacolo della resistenza dell' acqua per poter approssimarsi dove l' attrazione vicendevole del principio ossigeno in esse contenuto, e della luce

le trascinava. Essendo quest' ostacolo meno forte per gli pezzetti e pei filamenti isolati, non impediva, ma lasciava loro più libera la facoltà di approssimarsi. L' effetto appunto di parecchi analoghi esperimenti confermò il mio ragionamento, presentandomi ne' filamenti delle Conferve ordinarie chiaramente la scoperta del movimento progressivo de' vegetabili verso la luce.

§. XL. *Nascita della Materia Verde di* Priestley.

Io ripeteva le medesime osservazioni ne' giorni seguenti presso a poco colla stessa riuscita, finchè le Conferve, specialmente le esposte al sole, cominciarono a imputridire. Allora io colsi l' opportunità d' intraprendere un' altra sorte d' osservazione relativa per altro al mio scopo. Nell' alterazione di quelle sostanze io mi attendeva la nascita della *Maria verde* di *Priestley*, la quale si genera nell' acqua esposta alla luce solare e all' azione dell' aria, e che si sollecita coll' infusione di putrescibili sostanze vegetabili ed animali. Questa materia fu prima osservata da *Priestley* specialmente per rapporto all' abbondanza di gaz ossigeno, che manda alla luce, e sul principio non fu creduta nè animale nè pianta, ma un sedimento informe dell' acqua (*a*), indi dallo stesso, dietro il sentimento del D.r *Bevvley* suo amico, fu riconosciuta per una vera pianta (*b*). Per tale parimenti fu ammessa dal Sig. *Senebier*, che molte buone e giuste osservazioni ne intraprese, e descrisse (*c*); ma fu poi risguardata come un ammasso di animaletti dal Sig. *Thompson* (*d*), come anche dal Sig. *Ingen-housz* in varj luoghi delle sue opere e specialmente nel suo secondo volume delle *Esperienze sui vegetabili* (*e*).

Avverto qui di passaggio, che io tengo quella materia per un verissimo vegetabile come *Bevvley*, *Priestley*, e *Senebier*, abitato però da qualche specie d' insetti, i quali probabilmente avranno cagionata l' illusione, per la quale *Thompson* e *Ingen-housz* si determinarono a concedere a tutta la

(*a*) *Priestley* nel 4.° vol sulle Arie anno 1781. pag. 342.
(*b*) Idem vol. 5. sessione 3.
(*c*) Memor. Physic. Chimiq. t. 2. ann. 1782.
(*d*) Transactions philosophiques t. 73.
(*e*) A Paris ann. 1789.

materia verde quell' animalità, che non era propria se non di alcuni viventi in essa dimoranti, benchè ad essa stranieri (*a*).

§. XLI. *Sua progressione, e aderenza alla parete luminosa.*

Sollecita fu la nascita di questa sostanza, la quale in breve tutta coprì ed otturò la finestra, per cui la luce attraversando il cristallo entrava nel vaso oscurato, nè in tutto il rimanente delle pareti si vedeva o sentiva il più minimo vestigio di quella sostanza. L' aggregazione di questa materia esclusivamente all' illuminato pertugio, ove formava una crosta, poteva provenire da due cause: o per essere stata essa prodotta dall' influenza della luce solamente in quel sito: o per essersi colà radunata per una tendenza verso la luce, supposto che prima fosse liberamente nata nell' acqua già illuminata dai raggi, che traversavano la finestra del vaso. Il decidere quale fosse tra queste due la causa della sua approssimazione e aderenza al pertugio mi interessava, poichè il rapporto tra essa e le Conserve irritabili poteva influire ad assicurar le mie idee circa il movimento di queste, e perchè io poteva, servendo al desiderio del Sig. *Senebier*, avanzare di una cognizione di più la storia della materia verde o Conserva di *Priestley*. Per diversi cimenti in varj modi pervenni a scoprire nella materia verde la proprietà di avvicinarsi alla luce; e allora massimamente ne fui convinto quando, staccata quella che stava aderente al vetro illuminato, mi avvidi, che gli si era di nuovo appressata, lasciandone

(*a*) M. *Senebier* nel 3. articolo della 2. delle sue Memorie Fisico-Chimiche avendo esposto la necessità della luce per la produzione di questa sostanza sospettò, che potesse avere qualche tendenza alla luce. Conoscendo l' importanza di verificare questa idea così legara coll' azione della luce per la sua produzione cercò di scoprirla, ma inutilmente; e con ingenuità filosofica espose la sua sospizione su questo punto dicendo p. 29. „ Je soupçonne que ces Conserves „ (egli chiama giustamente con questo nome codesta materia verde) „ cherchent la lumiere comme les „ Tremelles, mais je n' en ai pas des „ preuves asses fortes pour l' assurer „ I miei tentativi mi somministrarono delle prove abbastanza forti e dimostrative di questa loro progressione alla luce, e la compiacenza di prestare a quell' Illustre Fisico il servigio di aver verificate le sue congetture. Per questo luogo basti di averle enunziate: altrove vi sarà opportunità di esattamente esporle.

affatto priva l'acqua, nella quale, dopo ch'io l' aveva ſtaccata, era rimaſta nuotante.

§. XLII. *Riſultato delle eſpoſte eſperienze.*

Da tutte le accennate eſperienze io mi credo autorizzato a decidere, che le piante, e più delle terreſtri le acquatiche, o ſoſpeſe o galleggianti nell'acqua, hanno la proprietà di avvicinarſi verſo la luce.

§. XLIII. *Il movimento delle Conferve irritabili verſo la luce è meccanico, come il movimento analogo delle piante.*

Che ſe il movimento delle Conſerve irritabili ſi è creduto animale per queſto ſolamente perchè non ſi conoſceva ne' vegetabili alcun movimento ad eſſo analogo, ora che ſi è ſcoperto, che le piante in circoſtanze pari appaleſano una progreſſione alla luce perfettamente ſimile a quella delle noſtre Conferve, ſarà tolta la ſola ragione, che perſuaſe a conſiderarlo animale: e frattanto ſenza decidere qual ſia la cauſa efficiente di queſto moto, alla quale ricerca le ſeguenti eſperienze riſponderanno, contentiamoci dietro le precedenti di ſtabilire, che poichè le Conſerve irritabili hanno tutti i caratteri d' una intera famiglia di piante, poichè sì le une che le altre in circoſtanze pari progrediſcono alla luce, la cauſa della progreſſione ſarà la medeſima nelle une e nelle altre; e concludiamo, che come non è preſumibile che nelle piante provenga da ſenſibilità, così non è ragionevole che dipenda da ſenſibilità nemmeno nelle Conferve irritabili.

Stabilita pertanto l'identità del movimento sì delle noſtre Conſerve che delle altre piante, tentiamo, ſe l'eſperienze ci poſſano far conoſcere la cauſa che lo produce, e ſe veramente poſſano dimoſtrare, che ſia l'attrazione tra l'oſſigeno e la luce, che nella II. Seſſione abbiamo propoſta come operante queſto fenomeno, e che abbiamo trovata ragionevole e coerente in teoria. Io ſpero, che applicando al caſo sì delle noſtre Conferve come delle piante alcune leggi altronde cognite e ſtabilite noi potremo decidere la queſtione.

§. XLIV. *Esame, se la progressione delle piante alla luce sia proporzionale alla quantità del gaz ossigeno, che emanano.*

Nella prima Sessione considerando i rapporti fra le Conserve irritabili e qualche famiglia di piante, e le circostanze del movimento di quelle, io mi credei in diritto di supporlo meccanico, e la scoperta infatti d'un perfettamente simile movimento de' vegetabili giustificò la supposizione. Nella seconda e terza, esaminato l'aerologia delle piante, osservai, che alla luce danno molta quantità di gaz ossigeno, che esso era allora generato per nuova formazione mediante la luce e il principio ossigeno in esse esistente, ed ho riflettuto, che siffatta combinazione succedeva dietro un'attrazione, la quale doveva produrre il loro avvicinamento alla luce: e questa teoria, che non è se non l' applicazione di alcune leggi fisiche altronde cognite al caso in questione, acquista un nuovo grado di probabilità dopo che ho trovato, che realmente si verifica questo avvicinamento delle piante alla luce, il quale giusta i miei principj teorici doveva succedere. Questi sperimenti non provavano ancora, che un tal movimento dipendesse dall'attrazione tra la luce e l'ossigeno delle piante per formare il gaz ossigeno, che ne emana.

Desiderando pertanto di convalidare la mia opinione con decisive ragioni, io pensava, che se l'avvicinamento è cagionato dall'attrazione esercitata dai componenti del gaz ossigeno, luce cioè ed ossigeno, nell' atto della loro combinazione, dunque la progressione delle piante alla luce sarebbe, a circostanze pari, tanto maggiore, quanto è più abbondante la formazione ed emanazione di gaz ossigeno, ossia sarebbe la progressione maggiore in quelle piante, che emanano più quantità di gaz ossigeno. Se l' esperienze verificassero questa congettura, la teoria da me esposta di sopra acquisterebbe il carattere di una verità provata. Andiamo per mezzo di ricerche esperimentali a interrogar la natura.

§. XLV. *Esperienze colle piante medesime raccolte in ore diverse.*

Io posi replicate volte al cimento comparativamente in due vasi del mio apparecchio alcune foglie e rami delle medesime piante, ma raccolte in tempo diverso: in un vaso

quelle raccolte qualche ora dopo la levata del ſole, alla di cui luce avendo emanato molta porzione di gaz oſſigeno, erano rimaſe eſauſte di quel principio, e in conſeguenza meno atte ad emanarne di nuovo nel mio apparecchio: nell' altro le raccolte di notte, e perciò atte ad eſalar molto oſſigeno alla luce ventura. Collocati i vaſi nella ſteſſa ſituazione di luce e a parità di circoſtanze, i vegetabili raccolti di notte nel tempo ſteſſo, che emanavano più gaz oſſigeno che quelli, che furono raccolti di giorno, diedero a preferenza di queſti qualche indizio di più ſollecita e più deciſa approſſimazione alla fineſtra luminoſa del vaſo.

L' eſito replicatamente ottenuto da codeſti miei tentativi nel tempo iſteſſo, che mi luſingava di confermare il mio ſiſtema, non mi faceva per altro dimenticare, che in così delicate eſperienze ſono facili a naſcere, e difficili a ſcoprirſi molte illuſioni, e quindi mi determinava a diverſificare l' eſperimento.

§. XLVI. *Con piante diverſe naturalmente eſalanti diverſa quantità di gaz oſſigeno.*

Eſpoſi dunque comparativamente in due de' ſopra indicati vaſi delle foglie di due ſpecie di differenti piante acquatiche egualmente vegete e parimenti raccolte nel tempo iſteſſo, e che io altronde conoſceva eſſere maſſimamente diſtinte fra loro riguardo alla quantità di gaz oſſigeno, che naturalmente ſvolgono; imperciocchè una era delle più abbondanti in ſimile eſalazione, l' altra delle più ſcarſe. Quelle, che ne rendevano in maggior quantità, preſentavano più delle altre ſenſibile e ſollecito indizio di progreſſione alla luce.

Singolarmente nell' eſperienze di confronto fra due ſpecie di Conferve non irritabili, eſalanti in diverſa proporzione il gaz oſſigeno, la *Conferva rivularis* Lin., che ſcarſamente ne ſomminiſtra, e la *Conferva bulloſa* Lin., che, come ho detto, ne forniſce in molta abbondanza, io vidi ſempre, che queſta in più breve tempo aveva più rimarcabilmente avanzato al ſito del lume.

§. XLVII. *Risultato di queste esperienze.*

Questa costante differenza di progressione quantunque minima, giacchè si vede bene, che in tal genere di esperimenti non si può sperare differenze grandi e palmari, mi determinò a conchiudere, che l' avvicinamento delle piante alla luce in circostanze eguali sia più sensibile in quelle, le quali emanano maggior quantità di gaz ossigeno (*a*).

Avvertasi però che nell' esperienze per ottenere codesti risultati fa mestieri di prendere tutte le precauzioni, acciò le foglie non abbiano preventivamente ricevuto troppo la luce, sieno giunte al loro sviluppo, nè abbiano oltrepassata la maturità; e acciò l'acqua non sia nè inquinata nè corrotta, nè molto fredda, nè molto riscaldata dal sole. Fa d'uopo ancora che la luce non sia nè troppo intensa, nè troppo languida; che l'elettricità atmosferica sia in istato d'equilibrio; che l'atmosfera ambiente si trovi ad una temperatura moderata, non sia sconvolta per vento, non ingombrata da vapori, nè troppo carica di fluidi stranieri. Per mancanza di alcune di tali circostanze parecchie fiate io non ottenni l'effetto.

Vediamo ora, se le esposte esperienze veramente comprovino la spiegazione, che dietro le recenti scoperte Fisico-Chimiche per via di ragionamento gli abbiamo assegnata.

(*a*) Terminate le mie osservazioni relative al fenomeno della progressione delle piante alla luce, mi venne fatto accidentalmente di leggere una Memoria del Sig. *Brugnatelli sulla singolare proprietà di certe sostanze di muoversi sull' acqua*. (Annali di Chimica Pavia t. 1. pag. 36) Siccome nelle sostanze, che presentarono al Sig. *Brugnatelli* que' movimenti, come sono la canfora, alcune piante oleose ecc., abbonda, anzichè il principio ossigeno, il carbonio e l' idrogeno; siccome quel movimento non è progressivo, nè dipendente dalla luce, la quale non fu calcolata per nulla; siccom' esso non è neppure regolare nè costante nè diretto, ma tale che si potrebbe dire piuttosto un tremore, un' oscillazione, tale fenomeno almeno ne' termini esposti dall' Autore non ha nulla di analogo alla progressione delle piante alla luce da me osservata. Ossia quello prodotto dalla elettricità, come vuole il Sig. *Romieu*, o dal cambiamento di volume e di massa, come pensava il Sig. *Lichtemberg*, o dall' impeto dell' evaporazione, come credeva il Cav. *Volta*, o come sembra più probabile dallo sviluppo rapido di un olio etereo, che dalla canfora e da qualche foglia oleosa partendo preme l' acqua, e reagendo rispinge il corpo, dal quale partì; questo fenomeno io dico affatto diverso dal mio non entra nè come favorevole nè come contrario nel piano di queste mie esperienze e delle mie deduzioni.

§. XLVIII. *Conseguenze e riflessioni sopra la teoria della progressione alla luce delle piante in generale.*

Considero intanto, che la loro progressione tende solamente verso la luce, contemporaneamente all'emanazione di gaz ossigeno, e in proporzione alla quantità che emanano di questo gaz. Dunque queste due operazioni sono legate fra loro, hanno le medesime leggi, ed entrambe sono corrispondenti. E poichè nessun'altra causa agisce in quel tempo, non v'è ragione di dubitare, che la progressione non provenga dalla medesima causa dell'aerizzazione, e che entrambe non dipendano dalla stessa azion della luce.

Ma la progressione delle piante alla luce potrebbe in due modi corrispondere all'aerizzazione, e quindi dipendere dalla luce in due modi; potrebbe cioè corrispondere ad alcuna delle due operazioni, le quali contribuiscono alla manifestazione delle arie dalla superficie de' vegetabili, le quali due operazioni sono la formazione e l' uscita delle arie. Cerchiamo se la progressione delle piante dipenda dalla formazione delle arie, o dalla loro uscita.

Che la loro uscita produca l'avvicinamento delle piante alla luce, noi non abbiamo nè ragioni, che lo comprovino, nè alcuna analogia fisica, che ci possa indurre a supporlo. L' ossigeno in istato gazoso non ha attrazione verso la luce; sortendo dal vegetabile egli non fa che innalzarsi; ma se ancora si dirigesse verso la luce, esso non trascinerebbe già seco la pianta, poichè in istato gazoso non è più aderente agli altri di lei principj. Si avverta in oltre, che non esiste già nell'interno della pianta quella corrente di gaz, il quale si vorrebbe credere produttore di questo trasporto, imperciocchè l' ossigeno nell'interior della pianta non è in istato elastico o aeriforme, ma solamente in istato di base, come io mi lusingo di averlo provato nella Sez. II. (*a*).

Resta

(*a*) Il Sig. *Senebier* (Memoi. 5. art. IV.) pensa che la causa dell'incurvazione o inclinazione delle piante radicate alla luce ossia di quel movimento, che chiamano di *nutazione*, si debba desumere dall'uscita dell'aria. Quantunque noi non adottiamo nella totalità un tal pensamento, pure tra tutte le spiegazioni date è la più vicina alla nostra opinione intorno

Resta dunque a conchiudere, che la progressione delle piante alla luce corrisponda alla formazione del gaz ossigeno, che esse in appresso emanano, e sia prodotto per l'avvicinamento scambievole del principio ossigeno e della luce, i quali si attraggono per poi combinarsi e generare il gaz ossigeno, che in seguito sorte dai vegetabili illuminati. Qualunque sia l'importanza di questa scoperta per il progresso della Fisica vegetabile, io mi lusingo, che almeno gioverà a portare qualche lume sopra alcuni punti, e segnatamente, come avrò l'occasione di esporre, sul *movimento di nutazione*, sull' *etiolamento* ecc. ecc. come giova presentemente a decidere la questione del movimento delle Conserve irritabili, e quindi a stabilire la loro natura.

§. XLIX. *Sopra la teoria della progressione delle Conserve irritabili in particolare. Conclusione intorno alla loro natura.*

E per quanto appunto appartiene al primario oggetto di questa Memoria, vale a dire a questo movimento progressivo delle Conserve irritabili; dico che siccome per una pretesa analogia coi movimenti animali, e per l' ignoranza

alla causa di quel fenomeno, la quale crediamo che sia la stessa, che produce l'altro da noi scoperto del movimento di progressione. Reca egli in seguito una isolata Congettura corrispondente alle sue idee su quel fenomeno per ispiegar l' altro dell' avvicinamento delle Tremelle del *Corti* (Conserve irritabili) verso la luce. „ L' air, dice egli t. 2. p. 289., „ qui sort hors des pôres de ces plantes, quand elles sont exposées à „ l' action du soleil, il n' y occasionneroit-il pas un mouvement continuel, qui les détermineroit à se „ rassembler sous les rayons bien-faisans de l' Astre qui les fait vivre? „ Da questo cenno sembra, ch' egli lo attribuisca all' impeto dell' aria, che sortendo strascini la massa con quella direzione, ch' egli suppone nell' aria, che si sviluppa. Io confesso però di nuovo, che non vedo come l' aria, ancorchè a detta del Sig. *Senebier* esistesse nel vegetabile bella e formata, possa sortire con quella direzione alla luce, con cui non ha attrazione; e se ancora sortisse con quella direzione, non vedo che il suo movimento possa esser tale da trascinare la massa, colla quale essa in istato elastico non ha più nè aderenza nè forse affinità. In oltre io non credo, che l'ossigeno nella pianta sia in istato gazoso. Altronde l' attrazione dei due agenti, che si combinano e producono il gaz ossigeno, oltre esser più fondata su fatti dimostrati in Chimica, spiega eziandio esattamente il fenomeno della progressione. Nella mancanza di teoria delle formazioni dell' arie quell' Ill. Fisico non poteva in quell' epoca pervenire a questa cognizione. Sembra però che presentemente egli vada sistemando le sue idee di Fisica vegetale secondo la recente teoria Pneumato-chimica.

nella quale si era della sua causa meccanica, esso fu attribuito alla sensibilità, fu creduto rigorosamente spontaneo e non immediatamente prodotto da estrinseche cause; così per una non gratuita ma reale analogia col movimento scoperto ne' vegetabili si dovrà giudicare meccanico cioè prodotto da una immediata attrazione della luce e delle molecole delle nostre Conferve. Tutti i caratteri di questo moto, e tutte le circostanze, che lo accompagnano, sembrano affatto coerenti ad una estrinseca attrazione meccanica (ved. art. II.), e questo giudizio è in appresso convalidato dalle rassomiglianze tra le Conferve irritabili e le piante nella forma, nel colore, nel tessuto, e dai rapporti in varie loro operazioni, e segnatamente nel loro modo di crescere, nei loro fenomeni aerologici, nell'indifferenza a vivere nell'acqua o termale o comune, e in qualunque temperatura ecc. ecc. (vedi *Riflessioni* alla Mem. del Sig. de *Saussure* art. II.). Lungi pertanto dal dover supporre nelle nostre Conferve quelle rughe o asprezze, che non esistono, e quella facoltà muscolare, che per nessun' altra ragione, se non per ispiegare la loro progressione, gratuitamente ad esse si concedeva; lungi dal veder in esse caratteri proprj degli animali (ibid. art. 4. e seg.); lungi dal conchiudere, che, poichè si muovono, sieno sensibili; noi siamo determinati dalla buona filosofia ad abbandonare tante non necessarie supposizioni, e a conchiudere, che ancora le Conferve irritabili, come altre piante esalanti del gaz ossigeno, manifestano un meccanico movimento progressivo verso la luce, prodotto dalla vera attrazione del principio della luce, e dell'ossigeno o base dell' aria deflogisticata, i quali si attraggono vicendevolmente per combinarsi e formare questo fluido aeriforme, il quale abbondantemente emanano dalle piante situate alla luce. Per le quali cose tutte, se non m' inganno di molto, le nostre Conferve rimangono al loro posto nel regno vegetabile, e si devono riguardare come piante irritabili.

§. L. *Riflessione sulla loro irritabilità.*

Per aggiungere poi incidentemente qualche riflessione sopra l' altro movimento di oscillazione, questo si deve considerare come prodotto appunto dalla forza d'irritabilità, ma

affatto indipendente dalla sensibilità. Acciocchè poi la vivacità dei movimenti ondulatorj delle nostre Conferve non sembri un effetto superiore alla meno apparente ne' vegetabili e poco efficace forza d' irritabilità, gioverà considerare, che questa forza ha molte gradazioni nelle molte classi degli esseri organizzati, e che la stessa tenuità de' filamenti di queste Conferve può dar motivo alla maggiore manifestazione di effetto prodotto dalle ordinarie cagioni, che lo operano meno sensibilmente in molte altre piante.

§. LI. *Delle cause di questa forza.*

Forse l'inquietudine dello spirito di ricerca vorrà penetrare più oltre a indagar le cagioni, che contribuiscono a realizzare gli effetti di questa forza, e a cercare d'onde provenga questa forza ella stessa. Escluso dalle cause della contrazione delle Conferve, come delle altre piante, lo stimolo del sistema nervoso (il quale non siamo obbligati a considerare come necessario ad attualizzare ogni sorta d'irritabilità, e neppure indispensabile a quella di parecchj generi di animali irritabili, ne' quali tuttavia non si scopre il minimo indizio di nervi) escluso, io dico, il sistema nervoso, le cause occasionali dell'irritazione delle nostre Conferve e delle altre piante potranno essere lo stimolo della luce, il movimento interno de' fluidi, causa a vicenda ed effetto della irritabilità, la decomposizione del fluido, in cui vivono, e dell' aria che assorbiscono ecc. ecc.; mentre come causa prossima ed immediata dell'irritabilità degli esseri organizzati ci conviene risguardare la naturale tendenza delle molecole della materia ad appressarsi fra loro, quando sien libere, o qualche resistenza non le impedisca, o qualche repellente non le disgreghi. Le molecole plastiche insomma obbedienti alle leggi generali della materia, attrazione ed affinità, tendono a pervenire ai mutui contatti; esse vi sono impedite da una resistenza, che probabilmente sarà l'interposizione d'un fluido, forse dell'elettrico o del calorico, che le tiene divise e lontane; gli stimoli applicati alle fibre lo squilibrano e lo rapiscono: allora la tendenza delle molecole ad avvicinarsi divenuta libera si esercita, si attualizza, e genera quell'avvicinamento e contrazione di tutta la fibra, che noi diciamo l'effetto della irri-

tabilità. Ma non ci dilunghiamo nella generale investigazione delle cause di questa forza, e soltanto relativamente al nostro soggetto contentiamoci di stabilire, che la sensibilità non è necessaria per produrre la contrazione, e che l'irritabilità non è assolutamente da quella dipendente (*a*).

(*a*) Questa maniera di considerare l'irritabilità, queste viste teoretiche sopra la causa di quella forza sono parto dell'ingegno profondo del Sig. *Gallini* P. Prof. di Fisiologia e Patologia nella Università di Padova, all'amicizia del quale io devo parecchie giuste ed originali nozioni di Fisica animale.

Siccome l'irritabilità non era stata ancora considerata nella sua totalità e nelle sue cause, ma solamente era stata osservata ne' suoi fenomeni, isolata in se stessa, e indipendentemente dalla contrattilità e dalla sensibilità, egli vide quanto una più estesa cognizione di quella forza potesse influire a dilucidare il meccanismo delle funzioni organiche. Applicando pertanto le sue meditazioni a questo soggetto, egli considerò comparativamente tutte queste forze, stabilì il loro rapporto, indicò, non sembrar elleno che modificazioni d'una generale proprietà della fibra animale, la quale consiste nell'attitudine, che hanno le particole componenti queste fibre a cambiare in alcune circostanze la loro mutua positura, e quindi accennò le cause occasionale e immediata, le quali realizzano e diversificano gli effetti. Qualche saggio delle sue idee su questo argomento si possono vedere nella sua dotta Prolusione al suo primo Corso di lezioni fatto in quella Università, le quali idee egli espone in dettaglio nelle sue Lezioni di Fisiologia, e che saranno poi sviluppate in un'opera di Fisica animale, ch'egli sta preparando, opera che sarà un vero onore all'Italia. Mentre molte analogie Fisiche conducono a questa Teoria, mentre l'applicazione dei fenomeni viene ad appoggiarla ed a mostrarne l'aggiustatezza, il Sig. *Gallini* peraltro non la presenta colla sicurezza della dimostrazione.

OSSERVAZIONI

METEOROLOGICHE

FATTE IN VERONA NEGLI ANNI 1790, 1791

Dal Sig. Antonio Cagnoli.

Il secondo biennio delle mie osservazioni meteorologiche sta compendiato nelle Tabelle seguenti, le quali non hanno quasi mestieri d'altra dichiarazione, dopo il già detto (*Tom. V. di questa Società*) per quelle del primo. Tre cose m'è parso meglio mutarvi. Una: ho stimato bene comprendere tra le osservazioni del ciel nubiloso anche quelle di pioggia e di nebbia; laonde il numero de' dì nuvolosi, aggiunto a quello de' sereni e de' varj, pareggi e compia la somma de' giorni d'ogni mese. Seconda: ho voluto che la colonna de' giorni di pioggia mostri veramente il numero effettivo di quelli, ne' quali è piovuto sia poco sia molto. Terza: ho soppresso la colonna de' temporali, per aver luogo di notar le giornate delle minime e massime altezze del termometro e del barometro.

Essendo perito il termometro parigino, del qual feci uso nel primo biennio, altro di scala molto maggiore mi fu donato dal Sig. Cav. *Lorgna*, meritissimo Presidente ed Institutore di questa Società, il qual lo teneva per se con fiducia, siccome fatto e provato da lui medesimo. E' di tre linee l'ampiezza de' gradi di questo istromento, e la palla ha uno schiacciamento ingegnoso, diretto a compensare gli errori provenienti dalla dilatazione e contrazione del vetro. Di questo artifizio ha già trattato fin dal 1765 il prelodato Sig. Brigadiere nella sua Dissertazione *Della graduazion de' termometri a mercurio*, ecc., opera interessante, per la verità e squisitezza, con cui porge il modo di misurare e rappresentare li cangiamenti di volume dell' argento vivo ne' termo-

metri, e per conseguenza le correzioni eziandio dell' altezze de' barometri dagli effetti del calore.

Questo termometro, appoggiato allo stipite d' una finestra, sul lato opposto all' altro stipite, sta esposto specialmente a' venti da Maestro, Tramontana, e Greco; ed in tale elevazione da non patire reflessi.

Le osservazioni del termometro, e del barometro, prese dai due biennj, stabiliscono l' altezza media termometrica a' gradi 11 $\frac{1}{18}$, la barometrica in poll. 27 lin. 10, 30. L' una conduce a credere, che la stagione temperata in Verona ecceda piuttosto gli ordinarj limiti del calor medio de' paesi circonvicini; il che potrebbe attribuirsi ai reflessi delle colline ambienti e che fanno parte della Città dalla banda del *nord*. L' altra, ridotta alla superficie dell' Adige, al segno dell' acqua mezzana, che già indicai l' altra volta, diviene 27 11, 71; donde risulterebbe, l' elevazion di quel segno, sopra il livello del mare, consistere in piedi parigini 192 $\frac{1}{7}$: declività che decresce notabilmente da quella che il primo biennio solo ci diede. Aspetteremo pertanto che il tempo, di più copiose osservazioni corredato, restringa i confini dell' incertezza.

Dal quadriennio ricavasi parimente, che un anno per l'altro il clima di Verona gode 129 giorni sereni, e 111 varj, cioè parte sereni, parte nubilosi. Sono poi 125 li nuvolosi del tutto: ed il numero di quelli, in cui piove o poco o molto, è di 102. La quantità mezzana della pioggia va a poll. 32 2, 77.

Il numero delle volte, che lo spirar d' ogni vento mi venne osservato nell' ultimo biennio, è come segue.

Anno	*T.*	*Gr.*	*L.*	*S.*	*O.*	*G.*	*P.*	*M.*
1790	187	314	428	268	115	140	238	227
1791	107	235	466	348	126	110	297	281

Unendo queste quantità con le relative del biennio antecedente, le medie, che ne riescono, sono le seguenti.

T.	*Gr.*	*L.*	*S.*	*O.*	*G.*	*P.*	*M.*
159	262 $\frac{1}{2}$	415	281	125 $\frac{1}{2}$	129 $\frac{1}{2}$	262	280

La costituzione media de' mesi, desunta dal quadriennio, è poi come siam per dire.

Gennajo. I venti da Ponente, Maeſtro, e Garbino regnano più che in ogni altro meſe.

Febbrajo. Lo ſteſſo ha luogo per l'Oſtro ſoltanto. Queſto poi è il meſe, che ha manco giorni di pioggia.

Marzo. E' quello in cui piove meno per quantità: eppur vi ſi oſſerva la minima ſomma dell' altezze del barometro; il che deve per certo imputarſi al frequente ingagliardire de' venti.

Aprile. Più regna il Levante, meno il Ponente ed il Maeſtro, che in ogni altro meſe.

Maggio. Non moſtra ancora difetti od eccesſi notabili in alcun conto.

Giugno. Il numero de' giorni, in cui piove, è il maggiore, fra tutti i meſi.

Luglio. In queſto ſi trova al contrario la maggior quantità de' giorni ſereni.

Agoſto. Spira il Greco, e tace il Garbino, più che in altro de' meſi.

Settembre. Han luogo in queſto la masſima ſomma delle altezze barometriche, ed il più raro ſoffiare di Tramontana.

Ottobre. E' quello in cui cade la maggior quantità di pioggia: lo Scirocco vi regna più, il Greco meno, che in ciaſcun altro.

Novembre. Quel che ha manco giorni ſereni.

Dicembre. Tramontana vi ſpira più, Levante, Scilocco, ed Oſtro meno, che in altro meſe.

Inoltre il masſimo freddo in Verona s' aggira dall' ultimo di Dicembre agli 8 Febbrajo. Il masſimo caldo diſcorre da' 21 Giugno a' 10 Agoſto. La ſtagion temperata ſi ſtende da' 25 Marzo a' 25 Aprile, e da' 4 Ottobre a' 4 Novembre. Finalmente la maggior variazione oſſervata finora nel barometro monta a poll. 1 lin. 7, 43.

Dell'anno 1790, che fu aſſai bello ed aſciutto, con inſolita frequenza del Greco ed abſenza del Maeſtro, non ho altro da notar particolarmente, oltre ciò che dalle Tabelle col confronto delle coſe dette di ſopra può ricavarſi, ſe non che ſul fin di Gennajo è caduta neve in due tratti per poco men dell' altezza d' un piede, ma ſi ſquagliò immantinente. Avea principiato a nevicare anche il dì primo d' Aprile; e

ne fu appena imbianchito il terreno a' 19 di Novembre. I temporali furono 7; uno in Aprile, uno in Maggio, due in Giugno, tre in Luglio. Quello del dopo pranzo del dì 27 Giugno ha percosso fieramente di grandine buona parte del Territorio.

Ho da dire dell' anno 1791, che in Febbrajo e Marzo soffiarono gagliardi venti, e fu il Marzo straordinariamente sereno ed asciutto. Scoppiò temporale con tuoni e fulmini a' 15 Ottobre; ed altro più strano, con tuoni, lampi focosi, e grandine, la sera dei 9 Dicembre sulle ore 7 europee. In questo mese due volte, ed una li 8 Novembre, cominciò a nevicare, ma appena rimase coperto il terreno.

1790 Mesi.	Altezze del Termometro.			Altezze del Barometro.		
	Minima.	Media.	Massima.	Minima.	Media.	Massima.
GENNAIO.	— $4\frac{1}{2}$ *li* 20	$1\frac{2}{7}$	$8\frac{1}{2}$ *li* 2	27 5,00 *li* 30	28 1,57	28 3,85 *li* 10
FEBBRAIO.	— $3\frac{1}{2}$ *li* 3	$4\frac{1}{7}$	$11\frac{1}{4}$ *li* 26	6,57 *li* 10	1,43	5,50 *li* 19
MARZO.	— $0\frac{1}{2}$ *li* 7	$7\frac{2}{3}$	$17\frac{1}{4}$ *li* 27	7,53 *li* 31	0,40	4,70 *li* 13
APRILE.	0 *li* 1	$8\frac{8}{9}$	$18\frac{1}{2}$; 17,29	5,74 *li* 26	27 8,85	0,23 *li* 22
MAGGIO.	7 *li* 10	15	$25\frac{1}{4}$ *li* 28	5,91 *li* 7	9,80	0,47 *li* 25
GIUGNO.	$12\frac{1}{2}$ *li* 27	$18\frac{1}{5}$	$27\frac{1}{4}$ *li* 24	7,96 *li* 26	11,43	3,27 *li* 21
LUGLIO.	$12\frac{1}{2}$ *li* 12	$18\frac{9}{10}$	26 *li* 24	6,06 *li* 12	10,28	1,17 *li* 26
AGOSTO.	13 *li* 31	$20\frac{1}{3}$	$28\frac{1}{2}$ *li* 10	9,69 *li* 28	11,34	1,65 *li* 30
SETTEMBRE.	$9\frac{3}{4}$ *li* 29	$16\frac{1}{6}$	$22\frac{1}{2}$ *li* 3	5,66 *li* 3	11,33	2,23 *li* 27
OTTOBRE.	$9\frac{1}{4}$;1,15,31	$13\frac{3}{5}$	$19\frac{1}{2}$ *li* 6	5,86 *li* 31	10,92	2,62 *li* 17
NOVEMBRE.	0 *li* 18	$7\frac{3}{5}$	$13\frac{1}{4}$ *li* 25	7,36 *li* 20	10,69	2,27 *li* 10
DICEMBRE.	— 3 *li* 11	3	8 *li* 2	3,36 *li* 18	10,31	2,36 *li* 31
ANNO.	— $4\frac{1}{2}$	$11\frac{2}{7}$	$28\frac{1}{2}$	27 3,36	27 11,20	28 5,50

1790 Mesi.	Giorni sereni.	Giorni varj.	Giorni nuvolosi.	Giorni di pioggia.	Giorni di nebbia.	Quantità della pioggia	Venti dominanti.
GENNAIO.	17	7	7	4	2	POL. 0 9,47	Gr.
FEBBRAIO.	15	7	6	2	1	0 9,59	P.
MARZO.	17	11	3	3		0 1,81	L.
APRILE.	6	10	14	13		4 11,21	L.
MAGGIO.	11	11	9	11		2 9,40	L. M. P.
GIUGNO.	12	12	6	9		4 2,65	L.
LUGLIO.	13	11	7	9		3 6,79	L.
AGOSTO.	16	11	4	8		2 0,76	L.
SETTEMBRE.	13	10	7	5		2 5,32	L. S.
OTTOBRE.	5	10	16	11	1	3 10,82	L. S.
NOVEMBRE.	6	7	17	9	4	3 3,40	L. Gr.
DICEMBRE.	13	9	9	6	2	1 0,16	T.
ANNO.	144	116	105	90	10	29 11,38	L.

1791 Mesi.	Altezze del Termometro.			Altezze del Barometro.		
	Minima.	Media.	Massima.	Minima.	Media.	Massima.
GENNAJO.	$-0\frac{1}{4}$ *li* 9	$3\frac{4}{5}$	$9\frac{1}{4}$ *li* 22	27 1,57 *li* 21	27 8,97	28 2,82 *li* 25
FEBBRAJO.	$-3\frac{1}{4}$ *li* 8	4	$10\frac{1}{4}$ *li* 21	3,94 *li* 2	10,05	1,35 *li* 13
MARZO.	$+1\frac{1}{4}$ *li* 1	$7\frac{9}{10}$	$16\frac{1}{5}$ *li* 17	2,61 *li* 21	11,73	4,25 *li* 4
APRILE.	$3\frac{1}{2}$ *li* 3	$12\frac{1}{5}$	$20\frac{1}{2}$ *li* 27	4,20 *li* 23	9,90	0,98 *li* 9
MAGGIO.	$6\frac{1}{2}$ *li* 8	$13\frac{2}{3}$	$23\frac{2}{5}$ *li* 27	5,56 *li* 5	10,25	1,51 *li* 21
GIUGNO.	9 *li* 16	$16\frac{1}{4}$	26 *li* 29	4,89 *li* 12	10,05	2,30 *li* 25
LUGLIO.	$12\frac{1}{4}$ *li* 13	$19\frac{7}{8}$	$27\frac{1}{2}$;25,31	7,61 *li* 13	10,60	1,34 *li* 31
AGOSTO.	$11\frac{1}{4}$ *li* 23	$19\frac{9}{10}$	$28\frac{1}{3}$ *li* 2	8,18 *li* 29	11,74	1,61 *li* 1
SETTEMBRE.	9 *li* 30	$15\frac{4}{5}$	24 *li* 4	7,54 *li* 19	11,30	1,96 *li* 29
OTTOBRE.	$4\frac{1}{2}$ *li* 31	$11\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{2}$ *li* 10	2,52 *li* 16	9,11	0,74 *li* 1
NOVEMBRE.	$-0\frac{1}{2}$ *li* 12	$6\frac{2}{7}$	$13\frac{1}{3}$ *li* 21	5,02 *li* 4	9,90	3,18 *li* 10
DICEMBRE.	$-1\frac{1}{2}$;12,13	$4\frac{1}{6}$	11 *li* 18	3,57 *li* 10	8,08	1,09 *li* 31
ANNO.	$-3\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{3}$	$28\frac{1}{3}$	27 1,57	27 10,14	28 4,25

1791 Mesi.	Giorni sereni.	Giorni varj.	Giorni nuvolosi.	Giorni. di pioggia.	Giorni di nebbia.	Quantità della pioggia.	Venti dominanti.
GENNAJO.	12	6	13	11	2	POL. 2 9,73	P. G. L.
FEBBRAJO.	13	8	7	4		0 11,34	M. S. L. P.
MARZO.	18	6	7	5		0 5,88	P.
APRILE.	9	12	9	7		1 4,15	L. S.
MAGGIO.	10	9	12	12		2 4,51	L.
GIUGNO.	9	12	9	11		3 4,13	L. S.
LUGLIO.	16	11	4	8		4 4,93	L.
AGOSTO.	13	12	6	7		3 4,82	L.
SETTEMBRE.	11	11	8	6		1 5,92	L.
OTTOBRE.	5	11	15	11	1	5 4,51	L.
NOVEMBRE.	6	6	18	11	6	3 5,69	M. L.
DICEMBRE.	7	6	18	13	7	2 6,57	M.
ANNO.	129	110	126	106	16	32 0,18	L.

OPPOSIZIONE
DI URANO
Nel Febbraro del 1792 osservata a Milano
Dal Sig. Ab. ANGELO DE CESARIS.

Posizione delle Stelle

1790	α del Toro: Ascensione retta media	Moto Proprio	Distanza dal Polo Media	Moto Proprio	γ dei Gemini: Ascensione Retta Media	Moto Proprio	Distanza dal Polo Media	Moto Proprio
Caille	65°.58′.13″	+ 2″, 5	73°.55′.26″	+ 15″, 1	96. 23. 29	+ 2, 1	73. 26. 5	+ 18″, 9
ayer	65. 58. 15	+ 2, 2	73. 55. 32	+ 13, 0	96. 23. 34	+ 1, 8	73. 26. 8	+ 16, 9
radley	65. 58. 17	+ 1, 9	73. 55. 33	+ 11, 5	96. 23. 39	+ 1, 6	73. 26. 14	+ 14, 2
askelyne	65. 58. 16	+ 1, 3	73. 55. 37	+ 7, 9	. . . .		. . . .	
ermine medio	65. 58. 17, 3		73. 55. 43, 9		96. 23. 35, 8		73. 26. 25, 6	
Febbraro 1792	+ 1. 46, 9		— 17, 0		+ 1. 48, 2		+ 4, 6	
berrazione	+ 7, 6		+ 0, 5		+ 16, 0		+ 2, 1	
utazione	+ 3, 0		+ 7, 6		+ 1, 5		+ 8, 9	
uogo apparente	66. 0. 14, 8		73. 55. 35, 0		96°.25. 41, 5		73. 26. 41, 2	

OSSERVAZIONI

Appulsi al Quadrante nel Meridiano.

Febbraro	Sole	α del Toro	γ dei Gemini	Urano	Differenza tra α ed Urano	Media	Differenza tra γ ed Urano	Media
		7h 44′.19″, 5	9h. 45′ 42″, 0	12h.38′.44″, 0	4h.54′.24″, 5		2h.53′. 2″, 0	
1	0h.21′.23″, 0	44. 45, 3	46. 7, 8	39. 9, 8	24, 5	24″, 5	2, 0	2″, 0
		45. 11, 0	46. 33, 6	39. 35, 5	24, 5		1, 9	
		7. 40. 29, 0	9. 41. 51, 0	12. 34. 43, 0	4. 54. 14, 0		2. 52. 52., 0	
2	0. 21. 36, 0	40. 54, 8	42. 17, 0	35. 9, 0	14, 2	14″, 2	52, 0	52″, 0
		41. 20, 5	42. 43, 0	35. 35, 0	14, 5		52, 0	
		7. 36. 38, 2	9. 38. 0, 5	12. 30. 42, 2	4. 54. 4, 0		2. 52. 41, 7	
3	0. 21. 47, 9	37. 3, 9	38. 26, 2	31. 7, 8	3, 9	3″, 9	41, 6	41″, 6
		37. 29, 8	38. 52, 0	31. 33, 6	3, 8		41, 6	
		7. 31. 47, 5	9. 34. 10, 0	12. 26. 41, 0	4. 53. 53, 5		2. 52. 31, 0	
4	0. 21. 59, 0	33. 13, 4	34. 35, 7	27. 6, 8	53, 4	53″, 4	31, 1	31, 1
		33. 39, 1	35. 1, 3	27. 32, 5	53, 4		31, 2	
		7. 28. 57, 0	9. 30. 19, 0	12. 22. 40, 0	4. 53. 43, 0		2. 52. 21, 0	
5	0. 22. 9, 3	29. 22, 7	30. 45, 0	23. 5, 6	42, 9	43, 0	20, 6	20″, 6
		29. 48, 3	31. 11, 0	23. 31, 3	43, 0		20, 3	
		25. 7, 0	9. 26. 29, 1	12. 18. 39, 7	4. 53. 32, 7		2. 52. 10, 6	
6	0. 22. 19, 2	25. 32, 8	26. 54, 9	19. 5, 5	37, 7	32, 8	10, 6	10″, 6
		25. 58, 3	27. 20, 4	19. 31, 3	33, 0		10, 8	

Febbraro	*Distanze apparenti dal vertice nel Meridiano*			*Differenza di Declinazione*		*Declinazione di Urano*	
	α del Toro	γ de' Gemini	Urano	Tra α ed Urano	Fra γ ed Urano	Per α del Toro	Per γ dei Gemini
1	29°.23'. 0",0	28°.54'. 0",2	29°. 2'.17"	+ 20'.44",3	− 8'.17",5	16°.25'. 9"	16°.25'. 4'
2	29. 23. 1 ,0	28. 54. 0 ,2	29. 1. 29	+ 21. 32 ,3	− 7. 29 ,5	16. 25. 57	16. 25. 49
3	29. 23. 1 ,2	28. 54. 0 ,0	29. 0. 41	+ 22. 20 ,3	− 6. 41 ,5	16. 26. 45	16. 26. 31
4	29. 23. 2 ,2	28. 54. 0 ,4	28. 59. 52	+ 23. 9 ,3	− 5. 52 ,5	16. 27. 34	16. 27. 26
5	29. 23. 1 ,5	28. 54. 58 ,0	28. 59. 3	+ 23. 58 ,3	− 5. 3 ,5	16. 28. 23	16. 28. 15
6	29. 23. 2 ,2	28. 54. 58 ,0	28. 58. 13	+ 24. 48 ,3	− 4. 13 ,5	16. 29. 13	16. 29. 5
	. . . .	. . . .					
Termine Medio	29°.23'. 1",3	28. 53. 59 ,5					

Febbraro	Rivoluzione diurna all' orologio		Tempo Vero dell' osservazione di Urano	Differenza d' Ascensione Retta		Ascension Retta di Urano	
	α del Toro	γ de' Gemini		Tra α ed Urano	Tra γ ed Urano	Per α del Toro	Per γ de' Gemini
1 ∽ 2	23h.56. 9 ,5	23h.56'. 9",5	12h.17'.40",3	73°.47'.57"	43°.22'.27"	139°.48'.12"	139°.48'.9"
2 ∽ 3	23. 56. 9 ,2	23. 56. 9 ,2	12. 13. 27 ,0	73. 45. 22	43. 19. 57	139.45.37	139 45.38
3 ∽ 4	23. 56. 9 ,4	23. 56. 9 ,4	12. 9. 14 ,4	73. 42. 47	43. 17. 20	129.43. 2	139.43. 1
4 ∽ 5	23. 56. 9 ,3	23. 56. 9 ,3	12. 5. 2 ,6	73. 40. 9	43. 14. 41	139. 40.24	139.40.23
5 ∽ 6	23. 56. 9 ,9	23. 56. 9 ,7	12. 0. 51 ,4	73. 37. 31	43. 12. 4	139. 37.46	139.37.45
6 ∽ 7	23. 56. 10 ,3	23. 56. 10 ,3	11. 56. 41 ,4	73. 34. 55	43. 9. 31	139. 35.10	139.35.12

Febbraro	Tempo Medio dell' osservazione di Urano	Latitudine di Urano B	Longitudine di Urano	Aberr. −15",6 Nutaz. − 1",8	Longitudine del Sole	Aberr. +20", e Nutaz. − 1",8	Elongazione di Urano dal Sole	Moto relativo
1	12h.31'.46",7	0.°43'.56",9	4.17. 7. 2,8	−17",4	10.12.56. 2,0	+18",2	5.25.49.34,8	63'.16",3
2	12. 27. 40 ,4	0.43.57 ,5	4.17. 4.24,7	−17 ,4	10.13.56.41,0	+18 ,2	5.26.52.51,1	63. 14. ,4
3	12. 23. 33 ,9	0.43.57 ,9	4.17. 1.48,5	−17 ,4	10.14.57.18,4	+18 ,2	5.27.56. 5,5	63. 14. ,7
4	12. 19. 27 ,4	0.43.58 ,9	4.16.59. 9,1	−17 ,4	10.15.57.53,7	+18 ,2	5.28.59.20,2	63. 12 ,5
5	12. 15. 20 ,7	0.43.59 ,7	4.16.56.30,0	−17 ,4	10.16.58.27,2	+18 ,2	6. 0. 2.32,7	63. 10 ,1
6	12. 11. 14 ,3	0.44. 1 ,7	4.16.53.52,0	−17 ,4	10.17.58.59,2	+18 ,2	6. 1. 3.42,8	

Esposti così i dati originali dell'osservazione, soggiungo alcune riflessioni, che mi si sono presentate per occasione di farne la riduzione. Chi imprenda a calcolare una fatta osservazione, si accorge certamente che le posizioni delle Stelle, sebbene determinate da' più celebri e benemeriti Astronomi, sono ben lontane da certi vantati prodigj di esattezza, e bisognose di quella perfezione, che richiede una più ragionevole e scrupolosa astronomia. Per una parte i varj elementi della latitudine del luogo, delle rifrazioni, della divisione dello stromento, del probabile errore nell' osservare possono lasciare l' incertezza di alcuni minuti secondi nelle fatte determinazioni. Per l'altra parte il computare l'annua precessione degli equinozj 50″, 3 e l'aggiungere in seguito l'equazione per la variata obliquità dell' eclittica, deve meritare l'eccezione, che nella quantità 50″, 3 dedotta dal confronto delle antichissime colle moderne osservazioni, già vi è compresa la porzione dovuta allo sminuimento d' obliquità dell' eclittica: la qual porzione perciò vi si applica in tal caso due volte. Ma un' altra inesattezza si commetterebbe, come generalmente si è commessa finora, trascurando quella equazione: tanto più che per diverse longitudini e latitudini di Stelle essa è diversa (*a*). Ed in fine un altro pericolo d'errore s'incontra col separare dalla media precessione degli equinozj la quantità da attribuirsi allo sminuimento d'obliquità, il quale influendo sopra la longitudine e sopra la latitudine in una ragione assai sensibile, lascia quel dubbio, che tuttora può considerarsi sussistere negli elementi dai quali dipende, che sono il luogo del nodo dell' orbita terrestre e l' inclinazione della medesima al piano di paragone, e lo sminuimento d'obliquità, che pel Secol nostro dal Sig. *la Grange* si deduce col calcolo di 56″, si computa dal *Maskelyne* a 50″, si è trovata dal *la Caille* 44″, e diversa da diversi.

(*a*) Le formole date dal Sig. *la Grange* nelle Memorie dell' Accademia di Parigi per l'anno 1774, sono

$$\text{Variaz. long.} = (\sigma \text{ Sen. long.} + \upsilon \text{ Cos. long.}) \text{ tang. } lat. - \frac{\sigma}{\text{tang. } 23^\circ \frac{1}{2}}$$

$$\text{Variaz. lat.} = \sigma \text{ Cos. long.} - \upsilon \text{ Sen. long.}$$

υ esprime lo sminuimento d'obliquità nel dato tempo, e σ il prodotto del Seno della longitudine del nodo dell' orbita terrestre nella tangente d' inclinazione dell' orbita medesima all' eclittica di paragone.

Inoltre il particolare proprio movimento delle fisse si è finora dedotto principalmente dalle osservazioni del *Roemer*, e del *Flamstead* confrontate colle più recenti (V. *Mayer* Opera inedita ecc. Vol. I. 1775) (*Triesnecker* Ephemer. Astron. Viennæ 1792). Ma come potersi tranquillare nella discordanza de' risultati sopra quantità, delle quali è maggiore l' errore probabile nelle antiche osservazioni? Un mezzo che ci accosterebbe di più alla verità sarebbe l'esatta riduzione ed il paragone delle osservazioni del *Flamstead* con quelle del *Maskelyne*, le quali siccome fatte nella medesima Specola escluderebbero a buon conto due sorgenti di errore nella rifrazione e nella latitudine.

Dall'opera del *Wollaston* (A specimen of a general Astronomical Catalogue .... by Francis *Wollaston*.... London.... 1789) che è una delle più compite e più utili che si conosca in questo genere, io ho preso le posizioni medie delle due Stelle, di cui mi sono servito, esposte come ivi sono pel principio dell' anno 1790, e quindi ridotte al giorno 5 di Febbraro del 1792. E come l'epoche delle originali osservazioni si computano per *la Caille* al 1750, per *Mayer* al 1756, per *Bradley* al 1760, per *Maskelyne* al 1770; così ho aggiunto il moto proprio corrispondente ad anni 42, 36, 32, 22, il suo a ciascuno. Per la quantità del medesimo movimento proprio mi sono attenuto alle più recenti ricerche del citato Astronomo Sig. *Triesnecker*. Ed in tal guisa corrette, si sono combinate in un limite assai angusto le diverse posizioni date da que' chiarissimi Astronomi, delle quali colla richiesta cautela ho preso il termine medio.

Quelle posizioni combinano ancora maravigliosamente colla osservazione, riguardo all'Ascensione retta; nè è grande, nè è sconosciuto l'errore riguardo alla declinazione. Se da tutti i termini della osservazione sopra esposta si deduca la differenza d'Ascensione retta tralle due Stelle α e γ, questa risulta $30^{\circ}.\ 25'.\ 27''$, 0, e $30^{\circ}.\ 25'.\ 26''$, 7 è la medesima differenza tra le due posizioni calcolate. Ma la differenza di distanza dal vertice osservata è di $29'.\ 2''$, 2, e la differenza che si raccoglie dalle due distanze dal polo è di $28'.\ 53''$, 8. Ora trattasi di scoprire se l' errore trovato appartenga piuttosto alla Stella α del Toro, che all'altra γ de' Gemini.

	α		γ
Posta la declinazione di α	16°. 4'. 25'', 0	... di γ	16°. 33'. 18'', 8
e la distanza dal vertice osservata	29. 23. 1, 3	. . .	28. 53. 59, 5
la rifrazione	+ 32, 5	. +	32, 0
risulta la latitudine di Milano	45. 27. 58, 8	. . .	45. 27. 50, 3

Quindi appare che concordando quasi al minuto secondo la nostra latitudine altronde conosciuta col risultato che proviene dalla Stella α del Toro, tutto il dubbio si risonde sopra la declinazione del γ de' Gemini, che se ne scosta troppo di più. Supposto inoltre che la posizione della Stella α del Cigno sia delle meglio conosciute, e non abbia particolare movimento, io ne ho determinato la distanza dal polo, ed esattamente ne ho osservata la distanza dal vertice, presso cui passa vicinissima, per farne confronto colle dedotte ed osservate posizioni delle altre due Stelle. Da queste corrette colle solite equazioni si ha

	Dist. dal vertice	*Differenza*	*Dist. dal Polo*	*Differenza*
α del Toro	29°.23'.33'',8	. . . .	73°.55'.35''	
		28. 28. 16,4		28. 28. 15
α del Cigno	0. 55. 17,4	. . . .	45. 27. 20	
		27. 59. 14,1		27. 59. 21
γ de' Gemini	28. 54. 31,5	. . . .	73. 26. 41	

Confermata così nuovamente la cosa dalle corrispondenti differenze di distanza dal vertice e dal polo, io mi sono attenuto, nel ridurre le osservazioni del pianeta, alle posizioni di α del Toro, ritenendo il confronto dell'altra Stella, come un'ottima riprova della eccellenza della prima.

Delle osservazioni da me fatte dirò quanto alle medesime convenga il carattere di verità, per non essere state alterate da un genio di sorprendente regolarità, e quanto similmente convenga ad esse il carattere di esattezza, per riguardo allo stromento con cui furono fatte. Esso è un quadrante murale di otto piedi di raggio, opera esimia del celebre *Ramsden*, fornito di un eccellente cannocchiale, e di una doppia divisione, che ne forma il primo pregio. Dell' uguaglianza del piano io posso dire, che confrontando giornalmente gli appulsi del Sole ivi osservati, cogli appulsi me-

desimi determinati collo stromento de' passaggi, vi trovo il medesimo costante accordo. Comunque poi vi fosse qualche deviazione sia dal piano meridiano, sia dalla linea del vertice, trattandosi al caso presente di sole differenze, osservate in piccole distanze di paralleli, l' errore dell' istromento influirebbe egualmente in tutte le osservazioni, e niente ne' risultati delle medesime.

Nel calcolare l' opposizione, io ho usato le tavole del *la Caille* pe' luoghi del Sole, e pei luoghi di Urano le tavole del Sig. Ab. *Oriani* pubblicate nelle Effemeridi di Milano per l' anno 1793. Questo illustre collega seguendo il genio del Sig. *la Place* ha fatto entrare ne' suoi elementi le perturbazioni cagionate per l' azione di Giove e di Saturno, disposte in tavole egualmente utili, se avvenga in seguito di variare alcun elemento dell' orbita presentemente accordata colle osservazioni. Nè si potrà vedere senza maraviglia e lode, come dopo il giro di molti calcoli trovisi tanto accordo, quanto si dimostra risultare dal confronto de' luoghi calcolati ed osservati.

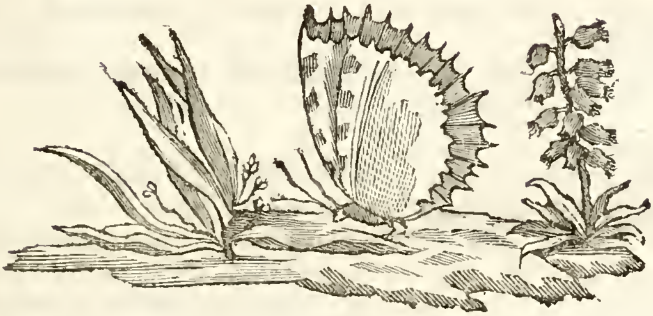
Venendo ora in fine alle sopra esposte osservazioni, appare dagli ultimi risultati delle medesime, che l' Opposizione di Urano al Sole ebbe luogo tra le osservazioni del giorno 4 e 5. Quindi fatto T il tempo decorso tra le medesime, M il moto relativo corrispondente de' due pianeti, d la differenza da sei segni d' elongazione, se ne ha proporzionalmente il tempo $t = d\frac{T}{M} = 2'.\ 32'',7 \times \frac{23^h.\ 55'.\ 53'',3}{63'.\ 12'',5} = 0^h.\ 57'.\ 48'',6$, d' onde risulta il momento dell' Opposizione a 5 Febbraro $11^h.\ 17'.\ 32''$ di tempo medio. Per tale istante di tempo si ha dalle tavole

	Longitudine media di Urano	$4^s.\ 19^\circ.\ 33'.\ 12'',0$
	Equazione del centro corretta −	2. 37. 7,2
	Somma delle perturbazioni +	19,7
	Riduzione all' Eclittica −	7,4
	Longitudine vera	4. 16. 56. 17,3
(*a*)	Luogo vero del Sole	10. 16. 56. 18,9

Latitudine

(*a*) Le variazioni del Sig. Ab. *Lambro* portano il luogo del Sole $= 10^s.\ 16^\circ.\ 56'.\ 14''$

Latitudine eliocentrica di Urano	0°. 41′. 43″, 8
Diſtanza di Urano dalla terra 17, 4158	
Latitudine geocentrica	0°. 44′. 5″, 3
Latitudine geocentrica oſſervata	0°. 43′. 59″, 7



LEGGE

INSEPARABILE DAL PRINCIPIO FONDAMENTALE

Del Castelli

INTORNO AL MOTO E ALLA MISURA DELL' ACQUE CORRENTI

Del Sig. Cavaliere Lorgna.

IL primo paſſo fatto nella ſcienza dell' acque correnti, che deve per certo attribuirſi al *Caſtelli*, è quello di aver oſſervato, che

Le ſezioni vive di una medeſima acqua corrente ſcaricano in iſtato permanente uguali quantità di acqua in tempi uguali.

E ſe ben ſi eſtimi queſta prezioſa oſſervazione, è ella il principio fondamentale di quella ſcienza, e forſe l' unico che poſſa dirſi inerente alla natura della coſa, giacchè ben toſto, per ſubordinare gli altri fenomeni alla geometria, s' è dovuto dar luogo ad altri principj ſuſſidiarj più di ſpecolazione, che di natura. In fatto ſi conſideri immediatamente la II. Propoſ. così nel medeſimo *Caſtelli*, come nel *Guglielmini*, ed in altri reputatiſſimi autori che hanno trattato della miſura dell' acque correnti, e ſi vedrà, che alle ſezioni vien ſubito attribuito un tenore di velocità, che non hanno realmente, velocità ragguagliata ed ipotetica, col mezzo della quale tutta è poi teſſuta la trattativa del moto dell' acque. E pure quell' oſſervazione del *Caſtelli* porta neceſſariamente ad un' altra non men naturale ed inerente alla coſa, che riguarda per appunto, e determina la condizione, e l' economia vera delle velocità nelle ſezioni. Sono tentato a credere di non eſſere il primo che l' abbia fatta, perchè mi pare che ſi offeriſca da sè agevolmente; ma potrei ben eſſere il primo che l' abbia manifeſtata.

E ſiccome è coſa utiliſſima, che ſia ben conoſciuto il tenore con cui viene diſtribuita dalla natura queſta primaria affezione del moto nell' acque correnti, così non vò tardare a comunicarla, premeſſe le nozioni, che vi conducono.

§. I.

Definizione I. Il filamento liquido generato in un dato tempo da una ſtilla d' acqua fluente per qualſivoglia ſezione viva di un' acqua corrente è la miſura della velocità aſſoluta di detta ſtilla.

Definizione II. Il compleſſo de' filamenti liquidi generati in dato tempo da tutte le ſtille d' acqua fluenti per una ſezione viva è la miſura della quantità di acqua che detta ſezione può ſcaricare nel medeſimo tempo.

Proposizione I. *Le ſezioni vive di una medeſima acqua corrente ſcaricano in iſtato permanente uguali quantità di acqua in tempi uguali.*

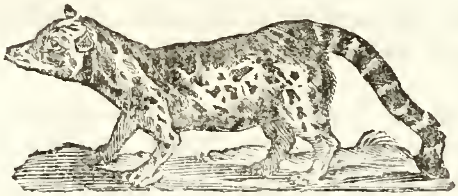
Se ne vegga la dimoſtrazione preſſo il *Caſtelli*, e il *Guglielmini* nella miſura dell' acque correnti, e in altri Autori moltiſſimi.

Proposizione II. *Il compleſſo delle velocità aſſolute delle ſtille fluenti in un dato tempo per qualunque ſezione viva di un' acqua corrente coſtituita in iſtato permanente è coſtante, o ſia in tutte le ſezioni è il medeſimo.*

Imperciocchè ſcaricandoſi da qualunque ſezione viva in un dato tempo una data coſtante quantità di acqua per la Propoſ. precedente, il compleſſo de' filamenti liquidi fluenti per ciaſcuna ſezione è in tutte il medeſimo, eſſendo eſſo la miſura della quantità di acqua ſcaricata reſpettivamente da ciaſcuna ſezione per la II. Definizione. Ma ciaſcheduno di detti filamenti è la miſura della velocità aſſoluta della ſtilla che lo genera col ſuo fluſſo per la I. Definizione. In conſeguenza il compleſſo delle velocità aſſolute delle ſtille fluenti ecc. in tutte le ſezioni è il medeſimo. Il che ecc.

§. II.

Questo è il principio naturale intorno alle velocità attuali ed effettive nel moto de' liquidi, il quale si accorda necessariamente e in tutti i casi con le altre leggi della natura. E come non s'è mai alcuno avvisato di dispensarsi dal salvare il primo principio del *Castelli* intorno alla quantità dell'acqua scaricata dalle sezioni in un dato tempo; così non sarà lecito d'ora innanzi di allontanarsi nè pur da questo che concerne l'economia naturale delle velocità, onde sono animate le sezioni vive dell'acqua corrente in istato permanente, dovendo entrambi essere inseparabilmente la base di qualunque trattato sul moto de' fluidi, in cui sia proposito di soddisfare alle leggi primarie e conosciute della natura. Facile sarebbe il mostrare, che non ben si accordano con questo principio le Teorie più luminose che abbiamo d' Idrodinamica. Ma non è mia intenzione di distruggere. Basta pertanto, che abbia manifestato cosa, che merita in quella scienza, se non vo errato, l' attenzione de' Dotti.



OSSERVAZIONI

SULLA COSTITUZIONE DELL' ARIA ATMOSFERICA

Del Sig. Conte Morozzo.

Nella Memoria, che ho pubblicato l'anno 1784 (*a*) sulla respirazione animale nel gaz deflogisticato, avea dedotte alcune riflessioni intorno la costituzione dell' aria atmosferica, che erano fondate sulle esperienze, che aveva fatto. Il Sig. *Lavoisier* nel suo trattato elementare di Chimica, opera in cui si riconosce tutto il genio di un grand' uomo, non s'accorda in ciò che risguarda la composizione dell' aria atmosferica colle mie esperienze. Ho creduto il suggetto abbastanza interessante, e persuaso della sua onestà, e del suo amore per la verità, che non è meno grande in me, spero che egli non disapproverà se io presento su quest' articolo alcune nuove osservazioni, che metteranno affatto in chiaro la verità.

Il Sig. *Lavoisier* stabilisce (p. 40.), che li componenti dell' aria atmosferica sono 73 parti di mofetta, e 27 d'aria eminentemente respirabile, o deflogisticata, poi (pag. 49) si vedrà, dic'egli, in seguito, che allorquando si disciolgono delle materie animali nell' acido nitroso, si disimpegna una gran quantità di aria che ammorza i lumi, che nuoce agli animali, e che assomiglia in tutto alla parte non respirabile dell' aria atmosferica: se a 73 parti di questo fluido, se ne aggiungano 27 d' aria deflogisticata cavata dal mercurio ridotto in calcina rossa col mezzo della calcinazione, *si forma un fluido perfettamente simile a quello dell' atmosfera, che ne ha tutte le proprietà*.

(*a*) V. Giornale di Fisica Agosto 1784.

Ecco all' oppoſito li corollarj, che io avea ricavato (*a*) da buon numero di eſperienze fatte per conoſcere la durata della vita animale nei fluidi aeriformi micidiali miſchiati ſecondo diverſe proporzioni coll' aria deflogiſticata tendenti a ſchiarare la vera compoſizione dell' aria atmosferica.

„ 1. Che l' eſame per mezzo della candela non è un „ mezzo eſatto per conoſcere la ſalubrità dell' aria. Non ri„ ferirò che due ſoli eſempj. La quinta parte di gaz deflogi„ ſticato, meſchiata coll' aria corrotta dal vapore del zolfo, „ laſcia al miſcuglio la facoltà di tener viva la candela ac„ ceſa, mentre che un animale, rinchiuſo in queſto miſcuglio, „ muore fra alcuni ſecondi. La ſettima parte dello ſteſſo gaz, „ miſchiata coll' aria guaſtata dal vapore del carbone, laſcia „ bruciare una candela, e un animale vi muore quaſi ſubito.

„ 2. Che quella parte d' aria pura e ſalutare che pre„ tendeſi eſſere contenuta nell' aria atmosferica, che ne for„ ma il terzo, ſecondo *Scheele* (*b*), il quarto, ſecondo *La„ voiſier* (*c*), non è vero gaz deflogiſticato, poichè unito „ queſto colle arie guaſte ſecondo proporzioni molto minori „ che in quelle del terzo e del quarto, tiene viva ancora „ la fiamma d' una candela dopo la morte di un animale, il „ che non avviene nell' aria atmosferica.

„ 3. Che i veri componenti dell' aria atmosferica ci ſo„ no ancora ignoti, giacchè col miſcuglio di differenti gaz „ non ſi ha ottenuto che dei gaz compoſti, i quali hanno „ bensì qualche proprietà dell' aria, ma giammai dell' aria „ atmosferica, con che ſi potrebbe provare che li gaz diffe„ riſcono per varie ragioni dall' aria.

Diſtacchiamoci per un momento, e da ciò che ha detto il Sig. *Lavoiſier*, e dalle mie ſperienze. Per procedere con metodo biſogna cominciare dalle proprietà dell' aria atmosferica prima di entrare nelle decompoſizioni, e ricompoſizioni artificiali. Queſte proprietà ſono

(*a*) V. la Memoria ſulla reſpirazione animale pag. 115.

(*b*) Trattato chimico dell' aria e del fuoco.

(*c*) Sulla combuſtione delle candele nell' aria atmosferica, e nell' aria eminentemente reſpirabile. (Mem. dell' Accad. delle Scienze di Parigi, pag. 201, anno 1777.)

1. Di mantenere la vita animale.

2. Di lasciar bruciare le candele, e li corpi combustibili.

3. D'aver un peso, che è a quello dell' acqua distillata, come 1 : 813, o 820 circa.

4. Di essere elastica, compressibile e diafana.

5. Di non avere alcun odore.

A queste proprietà generali conosciute dagli antichi, si possono aggiugnere più particolarmente quelle che hanno trovato li Fisici moderni.

1. Che un animale rinchiuso in un fiasco d' aria atmosferica, vi vive un tempo dato, e proporzionato alla capacità del vase; ma che un secondo animale messo nello stesso fiasco dopo la morte del primo, non vi vive che cinque minuti al più, e che un terzo vi muore subito.

2. Che l' aria in cui un animale è morto non tien più viva la fiamma.

3. Che l' aria comune, nella quale si lascia estinguere una candela, non lascia più bruciare un' altra candela, che vi si introduce, quantunque sia ancora buona per la respirazione animale.

Tutte queste verità sono state dimostrate dal D^r. *Cigna* dall' anno 1759 nel primo volume della Società di Turino (*a*), e di cui ho ripetuto molte volte le stesse sperienze nell' occasione della mia Memoria sulla respirazione nel gaz deflogisticato.

Se l' unione di 73 parti di mofetta con 27 di aria eminentemente respirabile ci offrirà nel fluido composto le stesse proprietà dell' aria atmosferica, saremo obbligati a conchiudere, che quelli ne sono li veri componenti.

Quantunque con un grandissimo numero di esperienze, fatte per proccurare di comporre dell' aria atmosferica artificiale, io mi fossi convinto, che il gaz deflogisticato, allorchè è mischiato colli differenti gaz micidiali, vi apporti sempre un *quidquid*, che non si trova nell' aria atmosferica (*b*),

---

(*a*) Pag. 47, e seguenti.
(*b*) V. Giornale di Fisica pag. 127 - e seg.

ho creduto mio dovere il rifare le ſperienze nelle ſteſſe proporzioni indicate dal Sig. *Lavoiſier*.

Ho dunque fatto un miſcuglio di 73 parti d'aria fiſſa, eſtratta dalla pietra calcarea coll' acido vitriolico, con 27 parti d'aria eminentemente reſpirabile, tratta dal precipitato roſſo; queſto fluido aeriforme ha quaſi corriſpoſto a tutte le proprietà generali dell'aria atmosferica, cioè

1. Ha mantenuto in vita un animale quaſi come nell' aria atmosferica.

2. Ha laſciato bruciare le candele quantunque con una fiamma lucidiſſima, e molto ſuperiore a quella che ſi vede nell'aria comune; ha laſciato ardere li corpi combuſtibili, e la fiamma era anche più vivace.

3. Il ſuo peſo da una piccoliſſima frazione in fuori è quaſi eguale a quello dell'aria atmosferica (*a*).

4. Egli è elaſtico compreſſibile e diafano.

5. Il miſcuglio artifiziale ha ſempre conſervato un odore un poco acido e diſguſtoſo.

Vediamo ora ſe queſto compoſto ci dà gli ſteſſi riſultati relativamente alle altre proprietà dell'aria atmosferica, quanto alla durata della vita degli animali, e alla combuſtione delle candele.

Per procedere con tutta l'eſattezza ho preſo due fiaſchi eguali contenenti 10 once d'acqua, l'uno empito d'aria atmosferica, l'altro di un miſcuglio di 73 parti di aria fiſſa, e 27 di gaz deflogiſticato; ho meſſo un paſſero in ciaſcun vaſe: la durata della loro vita è ſtata a un di preſſo eguale, cioè di un' ora circa; dopo la morte dell' animale una candela introdotta nel fiaſco di aria atmosferica ſi è ſpenta immantinente, mentre nell' altro continuò ad ardere con una fiamma viva, anzi abbagliante.

Ho preſo due fiaſchi perfettamente eguali, di cui la capacità conteneva 39 once di acqua, l'uno fu riempito d'aria atmosferica, l'altro del miſcuglio di 73 parti d'aria fiſſa, e 27 di aria deflogiſticata; ho rinchiuſo un paſſero in ciaſcuno, la durata del loro vivere fu a un di preſſo eguale, cioè di un'

(*a*) V. le tavole del Sig. *Lavoiſier* tom. 2. pag. 572.

di un' ora e mezzo circa; dopo la morte di questi animali, ve ne ho riposti due altri; quello che fu rinchiuso nell' aria atmosferica è morto fra quattro in cinque minuti, l' altro rinchiuso nell' aria artificiale visse 25 minuti circa. Una candela introdotta dopo la morte del secondo animale bruciò ancora meglio, che nell' aria comune, e vivacemente; nell' altro fiasco la candela si estinse all' orificio.

Ho creduto inutile il rimettere un altro passero nel fiasco d' aria atmosferica, poichè se ne conoscon già li risultati. Mi sono contentato di empiere d' aria artificiale del Sig. *Lavoisier* un fiasco, e d' introdurvi tre passeri, l' uno dopo la morte dell' altro; il primo visse un' ora 35 minuti, il secondo una mezz' ora circa, il terzo visse 14 in 15 minuti; una candela introdottavi dopo la morte del terzo animale arse come nell' aria atmosferica; non ho spinto più avanti queste sperienze persuasissimo, che un quarto animale vi sarebbe vissuto ancor qualche tempo.

Ho provato il gaz deflogisticato cavato dal nitro, che mi ha dato gli stessi risultati come quello del precipitato rosso, che avea impiegato; si potrebbe obbiettarmi, che io non ho impiegato il gaz deflogisticato tratto dal precipitato per sè, ma li Fisici, e li Chimici avendo riconosciuto che essi hanno le medesime proprietà, non credo che ciò possa fare la menoma eccezione alle mie sperienze.

Ho altresì voluto, in vece di servirmi di aria fissa, impiegare del gaz ricavato da materie animali collo spirito di nitro, e li risultati sono stati quasi gli stessi.

Dopo il risultato di queste sperienze, egli è facile conchiudere, che 73 parti di mofetta, o di gaz cavato dalle materie animali coll' acido nitroso, meschiate con 27 parti di gaz deflogisticato, formano un fluido, che ha bensì qualche particolare proprietà dell' aria atmosferica, ma che esso ne differisce considerabilmente nelle proprietà essenziali, come noi abbiam dimostrato. Non formano dunque *un fluido elastico perfettamente simile a quello dell' atmosfera*, e *che ne ha tutte le proprietà* (*a*).

(*a*) Lavoisier pag. 49.

Non mi ſono però contentato di provare la ſola aria fiſſa, e il gaz delle ſoſtanze animali, ma ho fatto entrare in miſcuglio il gaz flogiſticato, l' aria infiammabile, l' aria atmosferica, in cui un animale era morto, col gaz deflogiſticato in quelle ſteſſe proporzioni; un ſecondo, e un terzo animale introdotto nel vaſe dopo la morte del primo vi è ſempre viſſuto qualche tempo, e la fiamma vi ſi è mantenuta.

Niuno non ha meglio definita la compoſizione dell' aria atmosferica, del Sig. *Lavoiſier*, dicendo: " che eſſa è forma-
„ ta della unione di tutte le ſoſtanze capaci di perſiſtere nel-
„ lo ſtato aeriſorme al grado ordinario di temperatura e di
„ preſſione, che noi proviamo.

Dopo queſta bella definizione ſi vede che l' aria atmosferica non è un fluido ſemplice, come i noſtri antichi il credevano, e che per conſeguenza la ſua decompoſizione dee eſſere difficiliſſima, come la ſua ricompoſizione.

Ma ſembrami veder rinnovarſi contra me un rimprovero, che un celebre Fiſico mi ſece ſono cinque anni; ebbe la bontà in vero di lodar la mia Memoria ſulla reſpirazione animale, ma, Signore, mi diſſe, voi diſtruggete colle voſtre ſperienze delle ipoteſi abbracciate, biſognerebbe eziandio ſoſtituirne dell' altre, il che non avete fatto. Signore, gli riſpoſi, il tempo coll' ajuto di nuove ſperienze bene eſaminate non mancherà di ſcoprirci la verità, io non amo formar de' ſiſtemi, che riſchiano diſtruggerſi vivente l' autore.

NUOVO

E SICURO MEZZO PER RICONOSCERE LA FIGURA DELLA TERRA

Del Sig. Antonio Cagnoli.

LA teoria Neutoniana della gravitazione universale è comprovata oramai con maraviglioso consenso da tutti i fenomeni celesti, che infino ad ora si sono potuti sottomettere dalle forze del calcolo, e dell' osservazione. Non v' ha forse Astronomo, il qual pur non tenga oggidì per certo, essere il nostro pianeta compresso ai poli e rilevato all' equatore. In fatti legando con la teoria prelodata il supposto della Terra elittica, si spiegano stupendamente la precessione degli equinozj, e la nutazione dell' asse terrestre. Altri argomenti in favor dell' elitticità si desumono dalla rotazione, la qual già è generalmente ammessa: altri ancora dalle varie lunghezze del pendolo a diverse latitudini. Tutti per altro abbisognano di qualche ipotesi sull' interna densità del globo, la qual pur troppo sarà sempre occulta alle umane investigazioni. Se alla mancanza di questa essenzial cognizione s' aggiugne il grave discordamento delle misure de' gradi da una figura regolare della Terra; se alle dubitazioni, che durano ancora sulla verità dello schiacciamento polare (veggasi il §. XXXI. de' *Principj di Geografia* ecc. del Sig. Cav. *Lorgna*), si arroge la dissensione che regna sopra la quantità di quello; sarà lecito dire non lieve guadagno, qualor venga fatto a taluno di metter fuori un mezzo, indipendente da qualunque ipotesi, per determinar con facilità, e con grandissima precisione, le differenze de' raggi terrestri ad un numero immenso di punti della superficie. Tale in vero è l' assunto della presente Memoria.

Sempre s' è detto, dacchè si parla di schiacciamento, che la parallasse della luna sarebbe attissima a palesarlo, se le variazioni, che risente per causa di quello, fossero grandi ab-

bastanza, da poter essere colte con tutta sicurezza dagli osservatori. Ma come, a suppor che lo schiacciamento non passi $\frac{1}{300}$ del semidiametro, giusta l'odierna più comune valutazione, non corre altra differenza che di $9''$ tra le parallassi all' equatore e ad una latitudine accessibile verso il polo, verbigrazia a $60°$; così non è che pur troppo vero, una differenza sì tenue dover nascondersi di leggieri sotto gli errori possibili delle due osservazioni. Ecco il motivo, per cui suggerirono in vano il *Manfredi* ed il *Maupertuis* d' esplorare lo schiacciamento, osservando direttamente la parallasse lunare; nè alcun profitto s'è ancor ricavato per questa via.

Ma non sarebbe già il primo caso, che un variamento, minutissimo per un verso, generasse effetti da un altro canto molto notabili. L' industria di chi cerca dee volgersi a quella parte ove sian più patenti: e questo è stato lo scopo delle mie meditazioni. Nè senza frutto. Imperocchè hannovi tali circostanze, dove un solo minuto secondo di più o di meno nella parallasse può causare una differenza di 15, 20, 30 secondi di tempo, e più ancora, nella durata dell' occultazion d'una stella dietro la luna. Ma le occultazioni, e massime l' immersione al lembo oscuro, possono agevolmente osservarsi senza commettere errore di un secondo di tempo. Ecco dunque occasioni, non solo certissime per levare ogni dubbio sulla verità d' uno schiacciamento, ma di più assai seconde per distinguer le gradazioni di quello a diverse latitudini. L' importanza del suggetto m' invita a trattarlo con la maggior chiarezza e sminuzzamento.

Non perderò già tempo a mostrare, che per conchiuder lo schiacciamento dall' osservazion della parallasse non bisogna il soccorso d' alcuna ipotesi. Come lo schiacciamento non è altro che disuguaglianza de' raggi terrestri, e questa non è altro che disuguaglianza di parallasse; così il trovar per osservazione la parallasse ineguale a diverse latitudini è trovar per osservazione immediata lo schiacciamento. Una cosa inchiude l' altra senz' ajuti intermedj. Tutta la difficoltà consiste a liberare da ogn' incertezza le osservazioni che mostrino la parallasse ineguale. Ma questa è appunto la prerogativa special delle Occultazioni, che ho prese di mira.

Fanno in vero gli Aſtronomi, calcolando le occultazioni, variare la parallaſſe in conformità dello ſchiacciamento, che a ciaſcun piace adottare. Però queſte variazioni non ſogliono indurre per l' ordinario differenze notabili nella relativa durata delle occultazioni oſſervate a diverſe latitudini. Le differenze notabili naſcono ſolamente in certe circoſtanze, a cui non fu volta ſinora particolare attenzione. E queſto è il motivo, che le occultazioni non hanno ſervito ancora nè punto nè poco a determinare lo ſchiacciamento.

Prima ch'io venga a dichiarare quelle circoſtanze tanto propizie, gioverà ad apprezzarne tutta l' utilità definire il preciſo grado di ſicurezza, di cui ſon capevoli il computo e l' oſſervazion delle occultazioni. Riguardo al computo, ſembra che la diſtanza apparente de' centri della luna e della ſtella non poſſa eſſere eſatta, ſe non per quanto conoſcanſi eſattamente il luogo apparente della ſtella, e quello della luna col diametro di eſſa. A tal cognizion ſi perviene, calcolando l' oſſervazione delle due faſi, fatta in luogo, del qual ben ſi ſappia la longitudine, e dove l' alterazion della parallaſſe a cagion dello ſchiacciamento non abbia prodotto divario notabile nella durata della occultazione: condizioni non rare, nè difficili da ottenerſi. Si ſuppongono allora ben noti il luogo della ſtella, ed il diametro della luna, ſui quali elementi corre la minore incertezza, e laſciando cadere ſul luogo della luna i piccoli errori che foſſero in quelli, ſi rintracciano, comparando il computo alle oſſervazioni, gli errori delle tavole nella longitudine e nella latitudine della luna avviluppati coi precedenti (veggaſi la Memoria premiata dall' Accademia di Copenaghen, *Méthode pour calculer les longitudes géographiques*, *Vérone chez Ramanzini*). Nello ſtato preſente dell' Aſtronomia non veggo pericoli di momento in quella accumulazione d' errori, ſebben ſi tratti di cimento dilicatiſſimo. Tuttavia riſpettando l' importanza di queſto, ſi toccherebbe l' apice, verificando con numero ſufficiente d' oſſervazioni il luogo della ſtella, e anche il diametro della luna ſecondo il medeſimo cannocchiale che adopraſi per le occultazioni.

Avendo riconoſciuto gli errori delle tavole lunari, ſi correggono, e s' hanno elementi che rappreſentano fedelmente lo

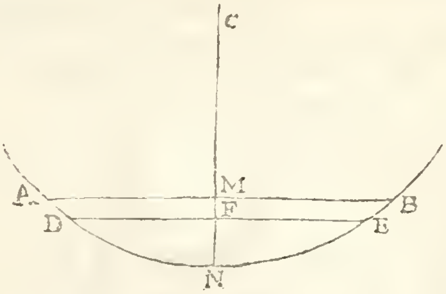
ſtato del cielo. Non v'ha dubbio che allora il calcolo della durata d'una occultazione, od anche del ſolo momento dell' immerſione, o dell' emerſione, pel luogo dove ſi vuol diſcoprire lo ſchiacciamento, attinge il ſommo dell'eſattezza, purchè la longitudine geografica di quel luogo ſia ſtata in prima determinata col mezzo d' alquante occultazioni, nelle quali, che ſon la più parte, lo ſchiacciamento non ſiaſi fatto ſentire notabilmente.

Quanto poi alla ſicurezza delle oſſervazioni di queſto genere, ho già detto, che le immerſioni dalla parte oſcura non vanno ſoggette al minimo errore. Quelle dalla parte illuminata poſſono patire qualche lieve incertezza, ſe la ſtella non ſia della prima nè della ſeconda grandezza, o ſe la forza dell' iſtromento ſia minor del dovere. Le emerſioni dall'emisferio tenebroſo ſono degne, generalmente parlando, di molta fiducia: ma quelle dal lucido ſon di tutte le più dubbioſe. Pur ſupponendo eziandio che l'errore in queſt' ultimo caſo poſſa andar fino ad otto e anche dieci ſecondi di tempo, ſarà egli valevole ad occultare del tutto lo ſchiacciamento, in quelle circoſtanze ch' io contemplo, e dove il divario, ch'ei deve produrre, può eſſer le dieci e le venti volte maggiore del detto error preſuppoſto? Senza che ci poſſiamo attenere alle oſſervazioni più ſicure: ed una ſola faſe ben oſſervata nel luogo, dove s'eſplora lo ſchiacciamento, è baſtante a ſvelarlo, mediante la comparazione del momento calcolato col momento oſſervato.

Or ſi venga pertanto ad eſporre, quali ſiano di fatti le circoſtanze, in cui la differenza della parallaſſe, da una latitudine all' altra, poſſa maniſeſtarſi in guiſa, da non dover dubitarne punto. Affin d'abbracciar virtualmente tutti i caſi, piglierò le quantità medie, negli elementi che han parte in queſta determinazione. Pongaſi dunque, che ſia la luna alla mezzana diſtanza ſua dalla terra, onde il ſuo diametro appaja di 31′ 30″, la parallaſſe equatoriale di 57′ 40″, il moto orario di 32′ 56″, 5. Pongaſi inoltre, che venga oſſervata una occultazione dalla latitudine di 60°: abbiamo giuſto, in quel parallelo appreſſo poco, tre Specole rinomate; a Pietroburgo, a Stockolm, a Upſal. Pongaſi finalmente, che l'altezza apparente della luna ſia di 10°. Se non v'ha depreſſio-

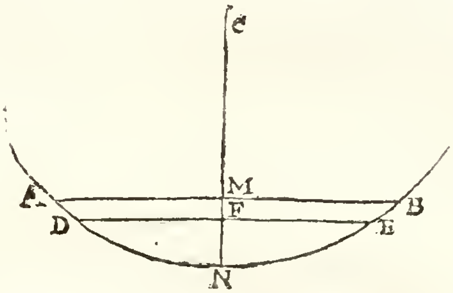
ne nella ſuperficie terreſtre, la parallaſſe di altezza ſarà 56′ 47″, 44. Ma ſe la depreſſione polare montaſſe a $\frac{1}{300}$ del raggio, ſaria la medeſima parallaſſe 56′ 38″, 93. Patirebbe dunque la parallaſſe, nelle poſte circoſtanze, un' alterazione di 8″, 5: quantità troppo piccola in vero, per poterſi prometter di ravviſarla ſicuramente, per via d' oſſervazioni dirette dell' altezza della luna.

Ma quell' alterazione sì tenue produce effetti ſolennemente viſibili in certi caſi. E queſti fuggirono al *Maupertuis*, il qual parla bensì delle occultazioni per diſcoprire lo ſchiacciamento (*Préface au Diſcours ſur la parallaxe de la lune*), ma parla di tutte in generale, e così leggermente da mettere a lor confronto gli appulſi, quaſi altrettanto capaci a determinarlo. Or come è ben lungi, che queſti ſi poſſano oſſervare con quella ſicurezza di tempo, che è conceduta dalle apparizioni e ſparizioni iſtantanee delle ſtelle nelle occultazioni; così è manifeſto, che *Maupertuis* non ha mai poſto l' occhio ſui caſi particolari, ch' io ſono per diviſare, e che ſi allontanano dagli ordinarj ſmiſuratamente.



Suppongaſi che *ANB* ſia una porzion della circonferenza dell' emisferio lunare oppoſto all' Oſſervatore, *C* il centro della luna, e che il raggio *CN*, il qual divide in due parti eguali l' arco *ANB*, ſi confonda col circolo verticale del luogo dell' oſſervazione. Suppongaſi inoltre, che la ſaetta *MN* ſia di 60″, e che mentre dura l' occultazione, la corda *AB*

della luna ſia quella che paſſi tra l'occhio e la ſtella, ſe la terra è sferica; o vi paſſi la corda *DE*, ſe la terra è ſchiacciata di $\frac{1}{300}$. Sarà $MF = 8'', 5$ come s'è dichiarato di ſopra. Computando ſul moto orario medio della luna, ſi trova che la durata dell'occultazione dietro *AB* ſarebbe di 20′ 7″ di tempo, e quella dietro *DE* di 18′ 41″. Or ſi vegga qual ſolenne divario ſia queſto di 1′ 26″ di tempo, e quanto ſiano adattate sì fatta ſpecie d'oſſervazioni, non ſolamente a convincer li dubitanti dello ſchiacciamento, ma inoltre a ſvelare con grande approſſimazione al vero la lunghezza relativa de' raggi terreſtri a diverſe latitudini. Imperocchè, nel caſo propoſto, per ogni venzemilleſimo di differenza in detta lunghezza, naſce il divario di 1″ ſul tempo dell'occultazione.



Oltrechè chi non vede, l'effetto, di ch'io ragiono, poter eſſere aſſai maggiore? Egli creſce vie più, ſecondo che la ſaetta *MN* è più piccola. S' ella foſſe, a cagion d' eſempio, di 30″, il tempo dell'occultazion ſotto *AB* ſarebbe 14′ 20″, e ſotto *DE* 12′ 10″; monterebbe dunque il divario a 2′ 10″ di tempo: e però in tal caſo una differenza di 500 piedi più o meno nella lunghezza del raggio terreſtre potrebbe renderſi ſenſibile, poichè produrrebbe 1″ di differenza nella durata dell'occultazione.

So bene,

So bene, che quasi mai non succede che il cammino apparente della stella nè sia rettilineo, nè perpendicolare al verticale che passa per quella nel momento del mezzo dell' occultazione, conforme è stato da me supposto: ma ognuno vorrà concedermi queste supposizioni, come quelle che tengono appresso poco il mezzo tra i casi possibili. Poichè se talvolta i fenomeni s'allontanino da esse in guisa da render minori gli effetti dello schiacciamento nella durata delle occultazioni, di quel che ho trovato coi computi esposti di sopra, spesso altresì interverrà che si osservino maggiori. Per il che non esito punto nell' affermare, che il mezzo da me qui additato, nè dipendente da alcuna ipotesi, è il più sicuro di quanti finora sono stati adoprati per ben ravvisare lo schiacciamento del globo.

Infatti le differenze nella lunghezza de' pendoli sono troppo minute, troppo malagevoli da misurarsi con precisione, troppo legate all'ignota densità interna della Terra, perchè possano stare al paragone nè men da lungi con le patentissime varietà, denotate sopra, nella durata delle occultazioni. Così le misure de' gradi son tanto discordi fra loro, che il rispettabile Autore, cui citerò quanto prima, giunge a sclamare: quanto più gradi si son misurati, tanto più incerta esser divenuta la figura della Terra. Oltrechè si rifletta all'enormi spese, fatiche e stenti, che le misure de' gradi richiedono. Si rifletta alle gravi incertezze, che sparge in queste misure la deviazion che può nascere, nel piombino degl' istromenti inservienti alle osservazioni astronomiche, per causa delle montagne, terreni inclinati, cavità sotterranee, ed altre irregolarità ne' primi strati della superficie terrestre, dalle quali avvenga che il perpendicolo sia tirato più da una banda che dall'altra. E di quanto momento siano coteste incertezze, si vegga nella riputata Opera del *Boscovich* (*de Expeditione litteraria*, *lib. V. §.* 230 *& seqq.*)

Forse mi si opporrà, non esser facile che si combinino con frequenza le due condizioni necessarie al mio intento, cioè: che l'altezza della luna, e la corda del disco lunare, la qual copre la stella, sian piccole. Questa è senza dubbio la ragione, per cui non è stata per anche notata la grande opportunità di queste circostanze a mettere in chiaro lo

ſchiacciamento col mezzo delle occultazioni. Certa coſa è, che quanto più alta è la luna ſull' orizzonte, e quanto più vicino al centro di lei è il cammino apparente della ſtella, tanto più vien minore la differenza di parallaſſe dalla Terra sferica alla ſchiacciata, e per conſeguenza più facile da confonderſi cogli errorucci degli elementi che piglianſi nel calcolo. Ma queſte ſono appunto le occaſioni propizie per le oſſervazioni che hanno a ſervir di confronto; e dalle quali abbiam detto che debbono ricavarſi gli errori delle tavole, e ben determinarſi le longitudini geografiche.

Quanto poi alle condizioni richieſte ove vuolſi ſcoprire lo ſchiacciamento, è ben vero che non poſſono accoppiarſi di frequente; ma ſpiandole con diligenza, quanto merita l' importanza dello ſcopo, ſi coglieranno forſe più ſpeſſo che non ſi penſa. Come non paſſa meſe, per dir così, ſenza che naſca l' occultazione di qualche ſtella cognita; e come non v' ha occultazione, ſenza che ſi riuniſcano, per qualche porzion della ſuperficie terreſtre, le circoſtanze da me ricercate: quand' anche foſſe delle venti volte ſolo una, che in quella porzione giaceſſe qualche Oſſervatorio aſtronomico; le queſtioni ſopra lo ſchiacciamento e la ſua quantità ſarebbero riſolute ben preſto.

Del reſto cotali queſtioni, per cui ſi ſon fatti immenſi ſacrifizj, e baſta citar le miſure de' gradi, meriterebbero bene, che s' incontraſſero ſpeſe d' aſſai minori col far viaggiar degli Aſtronomi affin di coglier le occultazioni ne' ſiti più favorevoli: e queſta ſarebbe degna impreſa de' Principi, che più ſi diſtinguono nel protegger le ſcienze. Si perverrebbe così poco a poco a conoſcere in un gran numero di punti la lunghezza relativa de' raggi terreſtri; ed è molto veriſimile, che ſi poteſſe finalmente dedurne la vera ed eſatta figura di tutta la Terra.

Sebben ſembri nelle miſure de' gradi, che tal figura non ſia regolare, può anche darſi che in fatto le irregolarità non conſiſtano tanto nella figura o ne' raggi, quanto nella teſſitura de' primi ſtrati, dalla cui diverſa denſità dipende l' errore occulto del perpendicolo degl' iſtromenti, errore, che altrove ho moſtrato, poter eſſere ſufficiente a ſanare tutti i diſcordamenti delle miſure preſe finora. Per conſeguenza la

variazion della parallasse a diverse latitudini potrebbe proceder benissimo con una certa regolarità, quale apparisce che regni nella variazion della gravità o sia nelle lunghezze del pendolo.

Sarebbe in potere d'ogni Accademia primaria l'avviarsi a buon conto ad una tanta scoperta per due vie. Riguardo al tempo passato, col dimandare e radunar da ogni parte le osservazioni d'occultazioni, state fatte entro un dato intervallo, per esempio ne' dieci ultimi anni, e coll'incaricare alcuni Calcolatori di trascegliere e soggettare al computo tutte quelle, che fossero acconcie a mostrare lo schiacciamento in diversi punti. Riguardo al tempo avvenire, facendo metter nelle Efemeridi accurate predizioni de' luoghi, o zone, dove più importerebbe che fosse osservata una od altra occultazione, massime delle stelle principali, affinchè ciò servisse ad avvertimento ed eccitamento di quegli Astronomi, che si trovassero stanziati opportunamente, o fossero meglio in grado di trasportarsi ne' siti più vantaggiosi. Egli mi pare che questi presagi sarebbero assai più giovevoli ed importanti di quelli delle fasi degli eclissi solari, per le quali i calcolatori d'efemeridi soglion prendersi molta briga.

OSSERVAZIONI
ORITTOGRAFICHE
SOPRA PARECCHIE LOCALITA' DE' MONTI PADOVANI

Del Sig. Ab. Alberto Fortis.

§. I. INtimamente persuaso, che fra i doveri dell' Accademico, e del buon Cittadino sia ancora più importante, che il sudare in cerca di verità nuove, il dar opera a disingannare dagli errori accreditati, e particolarmente allor quando si tratti di materie alla pubblica e privata economia, o alla fisica costituzione del proprio paese attinenti, io ho creduto, che mi convenisse d' impiegare qualche ora de' giorni, che passo in campagna alla rettificazione delle novità Orittologiche annunziate, e sostenute da due anni in poi con una decina d' Opuscoli, che cagionarono una sorta di fermentazione dall' una parte propagando malfondate speranze, e tentando dall' altra di nuocere a benfondate riputazioni.

I dotti forestieri, che sogliono viaggiare pe' nostri curiosi monti Vulcanico-marini, formerebbono un assai strano concetto di noi, se non avessero guide migliori. Io mi sono quindi proposto di esaminare a parte a parte la costituzione minerologica della nostra Isola montuosa, ed ho meco invitato a peregrinarvi i valorosi giovani Sig. Co. *Niccolò da Rio*, e il Sig. Ab. *Giuseppe Olivi* di Chioggia, entrambi addetti all' Accademia di Padova. Il Sig. March. *Antonio Carlo Dondiorologio* ci ha preceduto in questa impresa, pubblicando parecchie applaudite fatiche sue, fra le quali un *Prodromo di storia Naturale*, e un *Saggio di Litologia degli Euganei ;* noi ci proponghiamo di seguire un metodo differente, e sarà il descrittivo delle località più degne d' osservazione, alle quali i ricordi del valoroso Sig. March. Collega nostro

ci ſerviranno di guida. Queſti monti ci daranno materia d'oſſervazione per alcune villeggiature di ſeguito; e dalla maſſa delle Memorie, che ne andremo pubblicando, ſi potrà poi agevolmente formare un *Itinerario minerologico* egualmente utile ai Naturaliſti ſtranieri, ed ai noſtri.

§. II. Il primo luogo, a cui vollimo portarci per verificare le aſſerzioni ſparſe nel recente libretto, ſi fu in Galzignano l' iſolato monticello, di cui è proprietaria la nobile Famiglia de' Co. *Muſſati*, e che ne porta il nome. Io l'aveva già viſitato, non ſaprei dir quante volte, anni addietro, e l'ultima poi col mio eccellente amico ed oculatiſſimo Minerologo de *Dolomieu*, e col Sig. *Fleuriau di Bellevuë*, giovane gentiluomo Roccelleſe, che ha fatto rapidiſſimi progreſſi nella ſcienza delle montagne viaggiando in compagnia d'un tanto Maeſtro. Noi v' avevamo bensì rinvenuto molte curioſe varietà di produzioni vulcaniche; ma nulla che ſomigliaſſe ai due groſſi filoni di vetro, uno de' quali doveva eſſer lungo ottantadue paſſi, cioè, circa cinquecento piedi, ch'erano ſtati annunziati nelle carte poc'anzi accennate. Ecco ciò, ch' io ho colà eſattamente veduto, e che i due valoroſi compagni miei teſtè mentovati, poſcia il Sig. *Grydone* Segret. dell' Accademia di Dublino, indi anche ultimamente il dotto Sig. *Vincenzo Comi* hanno avuto la pazienza di verificar meco paſſo per paſſo.

Il colle *del Muſſato*, veduto dalla via comune, ſembra eſſer di figura conica allungata, e ſtiacciata, ma veramente la di lui baſe deſcrive un piccolo ſegmento di cerchio; ſi alza iſolatiſſimo nella pianura, benchè non più lontano, che due portate d' archibugio dalle radici delle diramazioni di Venda, e di Rua. Il ſuo perimetro è appena di un quarto di miglio, l'elevazione perpendicolare di poco più che ottanta piedi. Non formò originariamente un tutto da sè, come i colli iſolati di Monſelice, di Carrara, della Montecchia, dei Conti Capodeliſta, del monte Caſtello di S. Pietro, ed altri tali colli vulcanici ſparſi d' intorno alla maggior iſola degli Euganei, che o furono ſollevati di ſotterra per un ſobbollimento di lava, o crebbero per accumulazione della ricaduta de' lapilli eruttati dai riſpettivi loro crateri. Partendo dalla conoſcenza de' luoghi vulcanici in azione della Campa-

nia, e della Sicilia, io pendo a crederlo un residuo ben picciolo del vasto cratere, di cui a più opportuna occasione determinerò il perimetro; residuo disangolato prima dalle acque del mare, indi da quelle del cielo, e deformato finalmente dagli uomini, che vi scavarono materiali da fabbricare, e pietre da forni in età da noi meno rimote. Parecchj fra i vulcani antichi della Campania, quantunque attutati da molti secoli prima della Storia, pur conservano le loro fosse o crateri circolari perfettamente riconoscibili. Più lontana epoca, e probabilmente anche più lunga esistenza in mezzo ai flutti fa d'uopo assegnare pei nostri, alle superiori falde dei quali trovansi petrificazioni di Porpiti, e Nautili lenticolari, e di quelle articolazioni di Meduse esotiche, alle quali vien dato volgarmente il nome d' Entrochiti, o d' Asterie colonnari (*a*). Quindi è, che dei principali loro crateri veggiamo sfigurate, e in gran parte distrutte le interiori pareti, e che le cavità dei subalterni sono generalmente del tutto obliterate e sparite. L'occhio del Naturalista esercitato vi riconosce le traccie d'antiche operazioni somiglianti a quelle, che attualmente con progressivi smangiamenti disfabbricano l' isole di Ponza, e di Palmarola nel Mediterraneo, molto analoghe per la costituzione loro Minerologica ai monti Euganei. Il piccolo colle del *Mussato* ha tutta l' apparenza di uno spicchio diviso per la lenta forza dell'acque dalla massa maggiore, che costituiva l' interno del depresso campo Flegreo, ossia del centro di quelle accensioni, che diedero origine ai monti nostri, e nel quale si dovettero aprire successivamente varj crateri, come in sì fatti teatri d' ignizione, e d'effervescenze suole accadere.

§. III. Parecchie rustiche abitazioni trovansi presso al monticello, e alcune di esse precisamente alle di lui radici. Quindi il mio primo passo si fu l'esaminarne attentamente a sasso a sasso le rozze muraglie; giacchè la lunga sperienza mi ha insegnato, che i sabbricati campestri danno costantemente i più sicuri indizj della Litografia delle montagne, alle quali si trovano contigui. Così nelle montagne Veronesi,

---

(*a*) *Helmintholithus* . . . .

principalmente composte di strati di marmo rosso, bianco, e giallo, le più rozze case, le muraglie a secco ne son fabbricate; così i basalti colonnari si veggono per ogni dove impiegati nelle pertinenze di Bolca, di Vestena, di S. Giovanni lungo l'Alpone, e nella valle di Trissino; così finalmente ogni meschino montagnajo ha le finestre, o le porte di granito, o di porfido ne' monti della Valsabbia; perchè veramente marmi, basalti, graniti, e porfidi sono i componenti delle montagne di quelle contrade, e trovansi sotto le mani di chiunque vi vuol fabbricare. Mi riuscì quindi di mal augurio il non vedere atomo di vetro vulcanico nelle nude pareti di otto o dieci case sparse ne' contorni del monte *Mussato*, di cui parlando un nuovo Orittografo aveva individuate la località, e le dimensioni de' filoni di vetro con un'apparenza di precisione, che non avrebbe dovuto dar luogo a dubbj.

La maggior copia di vetro dovea trovarsi alla falda del monte, che confina con la via pubblica. Dopo d'essermi assicurato, che le radici di esso generalmente sono di lava azzurrognola, e grigia in decomposizione, io mi determinai e solo ed in compagnia de' summentovati Sigg. a rifarne il giro per la centesima volta fra la sommità, e le pedamenta. Si trattava di rinvenire un oggetto bastevolmente visibile, e palpabile: ma le nostre indagini non furono fortunate; e là dove si doveva trovare una sì enorme saldezza di vetro, e un'altra di poco minore estensione, nè io, avvezzo a riconoscere anche di lontano rupi, e filoni di vetro su l'isole Eolie, corsi di lave vetrose su le Pitecuse, vetri erratici in grosse masse presso le rovine di Cuma, e di Miseno, nè i compagni miei diligentissimi potemmo rinvenirne una sola scheggia sul monte del *Mussato*. Rimasimo per tal modo convinti, che la vera cagione del non trovarne si è, perchè assolutamente non ve n'esiste; e che a niun tranquillo conoscitore di tali cose, avess' egli i cent' occhi d'Argo, potrebbe mai riuscire di colà raccoglierne un' oncia. Ma di che dunque è composto codesto monticello, che si avrebbe dovuto credere se non diafano, almeno certamente risplendentissimo ai raggi del sole, per sì enormi filoni di vetro? Eccomi a dirlo; giacchè fa pur d'uopo convincentemente dis-

ingannare le persone prevenute delle ricchezze, e delle meraviglie loro annunziate.

E ci venga pur fatto l'onore, e la giustizia di credere, che niun Minerologo vi troverà mai altro, che quanto v'hanno veduto meco il Sig. Co. *da Rio*, il Sig. Ab. *Olivi*, il Sig. *Grydone*, il Sig. *Comi*. Io prego i non-Minerologi, fra le mani de' quali cadesse peravventura il presente scritto, a volersi risparmiare la noja di leggere il presente paragrafo, che non è per loro. Fatto il giro delle radici del monticello tutto all' intorno, rifattolo a mezza falda, senza trovar cosa, che potesse ricordare il vetro, io volli anche salire alla sommità dalla parte di Ponente-Tramontana, onde poi calarne da Levante-Mezzogiorno. Ne trovai da quel lato la base composta di lava granitosa, cenerognola, friabile, perchè in decomposizione, ed inquinata di calce marziale con molta mica in picciole squame orbicolari, e molto feltspato in cubetti per lo più screpolati, che agevolmente se ne staccano, lasciando l' impressione dei lati, ed angoli loro nell' alveolo. Dentro a' banchi di codesta lava giacciono presi grossi massi del medesimo impasto, ma più compatti, e che sembrano lentamente accordare all' azione delle meteore il compimento di una dissoluzione incominciata dalle emanazioni, che sprigionaronsi colà di sotterra in remotissimi tempi, e che non deggiono essere state vitrioliche, come lo sono a Pozzuolo, a Lipari, ad Ischia, giacchè niun vestigio d'alluminizzazione si riconosce nelle lave decomposte per esse. Varcato un breve tratto di lava satiscente, trovai un largo filone di tufo bianco, che si riconosce, per l'indole aggregata, cui conserva, essere stato in origine lapillo, e aver sofferto una fortissima decomposizione. All'uso, che di codesto lapillo decomposto si fa da tempi immemorabili per le bocche dei forni domestici, e pei camini, debbonsi le grandi escavazioni senza veruna regolarità eseguite alle falde del monticello. Su pel banco del tufo, e per non aspra salita, giunsi al cuccuzzolo bastantemente piano, e spazioso; situazione, che a gran torto si trova disabitata, e selvaggia, poichè da essa, come da una vedetta, si domina tutto l' anfiteatro amenissimo, circoscritto dalle propagini di Venda, e Rua, e dai colli isolati di Monselice, Mispida, e Monta-

gnuola

gnuola de' M.[ri] *Salvatico*, dispoſti d' intorno a una pianura pur troppo depreſſa, e tuttavia in gran parte abitualmente incoltivabile, ed allagata. Codeſta pianura è quella medeſima, che da tre ſecoli, e più, ſotto la denominazione di *Ritratto di Monſelice*, ha meritato le cure del *Sapientiſſimo Governo*, reſe però inefficaci del pari che le annue contribuzioni dei poſſidenti, per forza d'una ſerie odioſiſſima di malverſazioni, e d'arbitrj mantenuti a danno pubblico dall'intereſſe privato; pianura ubertoſiſſima, che ſe i conſorti s'induceſſero una volta a ſtabilirvi due pompe a fuoco, e forse anco una ſola, da mantenere colla torba, di cui v' ha grande abbondanza, verrebbe tutta quaſi iſtantaneamente ridotta, e mantenuta in perpetuo a coltura regolare, e rinſanicata. La ſommità del monticello moſtra in parte ſcoperti, in parte velati da poca terra vegetabile, e da muſchi, e licheni alcuni filoni perpendicolari, che ne coſtituiſcono l'oſſatura, e che trovanſi poi meſſi a nudo per opera degli uomini alquanto più ſotto. Veramente non due ſoli filoni, ma parecchj uniti inſieme, verticali, e preſſochè paralleli coſtituiſcono nel corpo del picciolo colle due muraglioni, fra' quali, e al di fuori de' quali giace il tufo poc' anzi mentovato di lapillo decompoſto, detto *Pietra da forni*. Niuno de' due muraglioni, e niuno de' filoni verticali, onde ſono compoſti, è di vetro; ma varie modificazioni di lava, dove granitoſa, dove petroſilicea, e di lapillo vulcanico argilloſo e petroſiliceo ſi ſono ſuccedute per formarli. Uno di eſſi due muraglioni, che ſi alza iſolato per più che 20 piedi, e coſtituiſce il *letto* della cava di pietra da forni aperta nel fianco del monticello eſpoſto al *N. E.*, ci ha dato l' opportunità di verificare col compaſſo alla mano il volume, e l' ordine de' filoni, dalla coalizione de' quali è compoſto. In compagnia de' Sigg. *da Rio*, ed *Olivi* noi ne potemmo diſtinguere nove; e ſul luogo medeſimo, come dee fare ogni Oſſervatore, che non voglia correre il riſchio di ſoverchiamente fidare alla propria memoria, ed eſſerne poſcia tradito, ne ſegnammo le dimenſioni ſeguenti, che in tutte fanno 5 piedi.

	Piede		Pollici
n.° 1. Diaspro-lava lapilloso . . . . 〃	—	½	—
n.° 2. Lava cenerognola, e bigia con feltspati calcinati . . . . 〃	1	—	—
n.° 3. Diaspro-lava di lapillo . . . . 〃	—	½	—
n.° 4. Tufo lapilloso, terroso grigio, con nuclei avventizj di materie vulcanizzate, e particolarmente di diaspro lapilloso gialliccio . . . . 〃	—	—	4.
n.° 5. Diaspro di lapillo irregolarmente grosso. . . . . 〃	—	—	6.
n.° 6. Tufo terroso, lapilloso, d'inegual durezza . . . . 〃	—	—	7.
n.° 7. Diaspro-lava di lapillo . . . 〃	—	—	2.
n.° 8. Tufo lapilloso, come sopra . . 〃	1	—	—
n.° 9. Lava Picea decomposta al di fuori . . . . 〃	—	—	7.
Piedi 〃	5.	Poll.	2

La cava di tufo da forni, che attualmente rimane abbandonata, e imboschita, ha circa 40 piedi di largo, e 80 di lungo. Vi si trovano sparsi grossi pezzi del muraglione, o aggregato di siloni pur ora descritto, e che rimangono colà trascurati come di niun uso, benchè la vicinanza abbia fatto, che un materiale esattamente simile, e non però buono, sia stato impiegato nella fabbrica delle case contigue. I soli Naturalisti vi trovano il conto loro; poichè senza fatica vi si procurano esemplari quanto più voluminosi possano bramarli di lave picee e diasproidi singolarissime, alcune delle quali sono esclusivamente proprie de' monti Euganei.

La situazione, in cui veggonsi attualmente quelle coalizioni di filoni, merita una particolar attenzione. Essa è tutt'altro che la loro primitiva; e ben lo prova l' alternazione del diaspro-lava lapilloso, e del tufo pur lapilloso, ma granulato, e incoerente, della lava granitosa, e della picea, modificazioni, e sostanze, che non ponno mai essersi disposte le une accanto delle altre verticalmente, ma che debbono aver preso in aggregandosi una giacitura orizzontale o inclinata, secondochè nel piano del campo Flegreo, o alle falde

esteriori d' un cratere caddero dall' alto nell' attualità dell' eruzioni. Chiunque ha veduto farsi dal Vesuvio fino a sedici eruzioni di lapillo in un quarto d' ora, e ha poi verificato che i materiali di quasi niuna di esse *identicamente* somigliano a quelli della precedente, non durerà fatica ad intendere, come i picciôli strati risultanti dalla caduta delle grandinate lapillose sieno originariamente stati formati gli uni sopra gli altri in senso orizzontale o inclinato, e abbiano poi dovuto divenire perpendicolari all' orizzonte, quali ora si veggono, per uno spostamento forzato della loro natural giacitura. E chiunque del pari, per lo sfasciamento improvviso delle vaste caverne, che trovansi sotto i monti ignivomi, e per le corrosioni delle acque del mare, ha veduto sfaldarsi, e capovolgersi le falde delle prominenze vulcaniche, fatto, che ogni giorno si replica là dove i flutti percuotono e minano Miseno, Procida, Ischia, Ventotene, Ponza, Palmarola, ecc. agevolmente comprende, come dalla disposizione parallela o di poco inclinata all' orizzonte possano divenire ad esso perpendicolari le stratificazioni lapillose, e talvolta altresì i corsi d' antiche lave.

L' analogia apparente, e di prima vista, che il diasprolava lapilloso ha con le concrezioni silicee di formazione acquea, potrebbe far nascere il sospetto, che il rassodamento in una pasta pressochè egualmente compatta fosse un effetto dell' infiltrazione: ma l' esame diligente di codesto diaspro ci fa riconoscere non solamente presivi dentro dei globuli pumicosi avventizj, ma eziandio innumerabili porosità orbicolari alla superficie degli strati, le quali provano il sobbollimento di tutta la massa, poichè costituiscono uno de' più visibili caratteri della scorificazione. E' verità conosciuta da tutti gli investigatori delle produzioni de' vulcani attuali, che i corsi delle loro lave, qualunque densità abbiano, e per quanto duri e compatti divengano dopo il loro raffreddamento, hanno mai sempre la superficie bullosa, e scoriacea. Ne' banchi di tufo lapilloso della falda diboscata, che guarda la via comune a mezzo-giorno, trovansi sparse, come in tutti gli analoghi d' altre contrade, molte varietà di modificazioni vulcaniche appartenenti a più rimote ignizioni. Io ne ho raccolto anni sono, e fatto anco pulire alcune da collocarsi fra le la-

lave petrosilicee, ed attissime ad esser materia di lavori nobili, non però molto voluminosi; come a dire, di tabacchiere, ed altre *bigiuterie*. L' impasto, la uguaglianza di grana, la durezza le rendono di gran lunga superiori a quanto potranno mai dare gli artefici Napoletani, che pur delle lave del Vesuvio, qualunque esse sieno, seppero farsi un oggetto d' industria e di commercio.

La degradazione della lava picea, e del diaspro lapilloso allo strato di pietra-morta o tufo bianco pulverulento è uno degli oggetti più curiosi, che somministri la Litologia de' nostri colli; e io non ho per anche abbandonato la lusinga, che da siffatte decomposizioni, a qualunque acido esse si debbano, qualche miglior partito si possa trarne, che quello dell' averne bocche di forno.

Un po' di familiarità colle produzioni de' vulcani, e con le opere de' Minerologi, che le classificarono, fra' quali occupano i primi seggi due miei carissimi, e pregiatissimi Amici il Commendat. di *Dolomieu*, e il Cav. *Gioeni*, non può mai permettere, che si prendano per vetri indistintamente le lave petrosilicee, le granitose, le picee, onde le descritte coalizioni di siloni del monte *Mussato* sono composte. Accadde lo stesso alle falde di Brecalon, fra S. Pietro Montagnone e Torreglia, dove dietro alle indicazioni dell' Orittografo ci portammo i due più volte nominati valorosi giovani, poscia il prelodato Sig. *Comi*, ed io, per veder pure che fosse „ l' enorme ammasso di vetro latteo-scuro „ da lui annunziato nel suo scritto, e la di cui fama avea già tentato un rispettabile personaggio di specolarvi sopra, come ad oggetto di gran vantaggio economico. Trovammo quel luogo del pari curioso pei Naturalisti, ed inutile per gli Specolatori. E' un largo tratto di falda parzialmente denudata per opera delle acque piovane, tutto di lava picea sgretolosa, e ricordante nell' atto del colore la galattite. Buon per noi, che non vi si trovasse atomo di vero vetro! Aggrappandovici, come fecimo, a mani nude, non avremmo potuto progredire, senza bruttamente ferirci; e trattenendovici a lungo, ed in un continuo cambiamento di situazione, saremmo rimasti in poco d' ora senza scarpe, e senza vestiti. „ I veri vetri vulcanici (sono parole del classificatore *Dolo-*

„ *mieu*) hanno la finezza della pasta, la frattura acuta, ta-
„ gliente, il lustro e la splendidezza di molti vetri artifizia-
„ li. „ Ed è tanto realmente *tagliente* la frattura del vetro vulcanico, che a me più d' una volta è accaduto di averne la palma delle mani, e le dita insanguinate nel voler maneggiare, e impiccolire col martello minerologico gli esemplari di quello, che abbondantemente si può raccogliere a Procida, ed a Lipari. Su per la falda ripidissima di Brecalon gli uccelli solo potrebbero salire impunemente, se fosse qual ce la descrisse l' Autore suddetto. Noi la esaminammo però con piacere; e fra la lava picea sgretolosa, che la forma, osservammo il passaggio dal petroselce a codesto stato in un filone sommamente istruttivo, e che non lascia dubbio su la precisione del fatto. Raccolgemmo bellissimi esemplari e di lava picea biancastra, e di petroselce nell' atto del suo passaggio; e rinvennimmo in essa lava delle masse orbicolari di smalto verde-cupo a superficie appannata, e farinosa, identicamente simili a quelle, che il cel. *Dolomieu* rinvenne prima d'ogni altro, e descrisse alla Cala di *Chiar di Luna* sull' isola di Ponza, e ch' io poi ebbi tutto l' agio di esaminare su quel medesimo luogo in compagnia dell' egregio Amico e valente Minerologo Inglese Sig. *Havvskins*. Le acque piovane hanno corroso, e asportato in buona parte uno strato inclinato, che copriva dall' alto al basso la ora ignuda falda di Brecalon. Da un residuo, che ne rimane, e di cui prendemmo esemplari, posso asserire, che più bella lava picea non s' è veduta giammai. E' composta di lapillo minuto, della varietà bianchiccia testè descritta, preso in una fusione d'analoga sostanza, ma che ha il colore, e la diafaneità del succino.

La lava petrosilicea o forse il petroselce primitivo (che io non voglio per anche decidere qual de' due nomi convenga a quel sasso, la di cui fusione diede la lava picea di Bracalon) mostra delle cavità nel suo interno, ora del tutto vuote, ora ripiene di terra silicea in istato pulverulento e arenoso, ora finalmente intonacata d' agata, su di cui crebbero talvolta piccioli cristalletti di quarzo. La figura di quelle geodi è frequentemente globulare, e ricorda gli agatenidri del monte Berico di Vicenza. L' Autor della *Memoria*

litografica diede a codeſte petroſelci la denominazione di *matrici d' agate*. Ma chiunque amaſſe vedere ragionevolmente diſtribuite, ed eſattamente denominate le concrezioni vulcaniche del monte *Muſſato*, e di *Brecalon*, le troverà preſſo il Sig. Co. *Niccolò da Rio*, che ne ha portato ſeco una copioſa raccolta.

Non v' ha dunque vetro vulcanico nel monte del *Muſſato*; non ve n'è a *Brecalon*; non ſe ne trova, ſecondo ogni apparenza, di propriamente detto in verun de' quindici luoghi, dove l' Autore del nuovo ſcritto ha creduto di scoprirne. E ſe ho da dire il mio vero ſentimento, quantunque l' autorità del riſpettabile Collega teſtè nominato m' abbia fatto in altra occaſione titubare alcun poco, io ſon tentatiſſimo di ritornare alla mia prima opinione, cioè, che ſino ad ora il vero vetro vulcanico in maſſe di qualche mole non ſia ſtato rinvenuto ne' monti noſtri, e che vi ſia anche rariſſimo in piccioli pezzi erratici, come lo è ne' Vicentini. Il Cav. *Strange* non ricorda che briccioli di vetro vulcanico ſolitarj, ed accidentali, preſi in una concrezione tufacea, ch' egli trovò fra Orbiezzo e Venda; io ne ho veduto degli eſemplari, ma non conoſco per anche quella località, ſinora forſe l' unica, che dia vero vetro vulcanico negli Euganei.

Ma ſe poi realmente all' Autore foſſe venuto fatto di ſcoprire degl' immenſi filoni di vetro, come lo ſi è creduto, avrebb' egli perciò reſo un importante ſervigio all' arte vetraria? E un tal vetro ſarebb' egli più atto, che le arene quarzoſe, che qualunque detrito di baſalti, o di lave ignobili, che le pozzolane, che le terre miſte d' argilla, e di ſelce, per far bottiglie all' uſo di Francia, e d' Inghilterra? Ed è egli poi certo, che con eſſo *poſto a fondere ſenz' addizione* poſſano farſene di buona qualità? Ed è ſicuro, che a Napoli v' abbia una fabbrica di tali bottiglie di lava, trattata col metodo introdotto dal Sig. *Chaptal* a Monpellieri? A tutte queſte interrogazioni fa d' uopo riſpondere negativamente. A Venezia è ſtata portata anni ſono per zavorra dall' iſola di Cipro una gran quantità di belliſſimo vetro vulcanico colla ſperanza di trarne partito; i Naturaliſti n' ebbero volentieri parecchj eſemplari; ma i vetraj dopo alcuni tentativi lo ricuſarono. Il Sig. *Briati* ſondendo coll' addizione del bora-

ce la lava volgare de' monti nostri, che serve al pavimento della Capitale, fece una partitella di bottiglie verdastre, delle quali io comperai anni sono qualche numero, e che non riuscirono bene; egli avea già abbandonata la specolazione, come non utile. A Napoli non esiste veruna fabbrica di bottiglie all' uso d' Inghilterra, nè di Francia; e chi ama di preservare i vini fa diligenze, come facciamo qui, per raccoglierne di forestiere. Ben è vero, che un progettista propose una tal fabbrica all' ottimo *Re*, sempre disposto a favorire l' imprese dotate di un qualche aspetto di vantaggio nazionale; che ne ottenne tre o quattro mila ducati; e che se li dissipò in tutt' altro, abusando della buona fede del suo Signore. Deh a che mai dunque menar tanto rumore per un supposto ritrovato, che se anche fosse reale in tutta la vantata estensione, non sarebbe di verun utile alla società, o lo sarebbe di quel solo, cui ponno egualmente produrre tutte le lave, le terre, le arene più ignobili! Ma come degli ammassi di vetro, così è accaduto disgraziatamente della qualificazione dataci de' marmi, e dell' individuazione delle cave. Anche di codesto bisognava pur vedere che ne fosse, sapendo che da molti venivano opposte eccezioni giudiziose alle annunziate ricchezze in fatto di marmi, che veramente sarebbono un oggetto se anche la sola decima parte dell' annunzio fosse vera.

Il Sig. Marchese *Dondi Orologio* sin dal 1780 avea pubblicato un *Prodromo di Storia Naturale de' monti Euganei*, ed annunziato in esso, dalla pag. 48 alla 51, parecchie varietà di marmi erratici, e località di apparenti stratificazioni, sulle quali poter fondare qualche speranza. Ricordò anche Galzignano fra' luoghi, che ne somministrano degli spezzoni, e precisamente avvertì „ che le varietà d' impasti mar- „ morei vi si trovano tutte vaganti, ed accidentali „. Sei anni dopo egli comunicò all' Accademia un *Saggio di Litologia Euganea*, che trovasi inserito nel vol. II. delle *Memorie* di essa, ed in codesto ne individuò dieciotto varietà, saviamente notando d' averle tutte trovate erratiche o in piccioli rottami, o individuando come i soli lavori, ch' esistano di marmo nostrale, le colonnette del Tabernacolo d' Arquà, e analoghi ornamenti nella Chiesa di Fontanafredda. Egli

ſoſpettò finalmente, che molte delle picciole maſſe di cotali marmi nidulanti poſſano eſſere ſtate eſaurite dagli antichi, e che forſe alcune altre per la barbarie de' tempi ſieno rimaſte neglette o ſepolte per le eruzioni de' fuochi ſotterranei, i quali è ben vero, che ne' monti noſtri, generalmente parlando, precedettero di molto le depoſizioni calcarie, ma che però in alcune località particolari dopo molti ſecoli riaccendendoſi vennero a capovolgerle, ed in parte ſeppellirle. Da queſto breve cenno è facile il rilevare, che quanto di ragionevole fu di tal propoſito potevaſi aſſerire e congetturare, l'avea già detto o accennato il Sig. Marcheſe *Dondi Orologio*.

In uno ſcritto onorato dal favorevole giudizio dell'Accademia di Padova, e quindi pubblicato nel vol. I. delle ſue *Memorie*, io ho dato un cenno della origine, e della interna coſtituzione fiſica degli Euganei. Non è queſto il momento di trattarne per eſteſo, rendendo conto partitamente della lunga ſerie d' oſſervazioni locali, che la comprovano. Chiunque legge qui vorrà per ora aver la bontà di creder ſu la mia parola, e ſu quella de' giovani Naturaliſti, ch' ebbi ultimamente meco, che l' interno de' monti noſtri, e individuatamente di quelli, che diramanſi da Venda, e da Rua, è coſtantemente di lava in varj ſtati di compattezza, e decompoſizione; e che la pietra calcaria vi è generalmente eſteriore, depoſtavi dal mare molto dopo la loro elevazione vulcanica; d' onde ne viene, che ſi poſſa per legittima conſeguenza aſſerire, che andrebbe di gran lunga errato chi ſi luſingaſſe di trovare, internandoſi nelle loro viſcere, la continuazione d' un banco marmoroſo.

Sanno poi tutti gl' indagatori delle ſotterranee coſe, che nelle montagne frequentiſſimamente s' incontrano ſtratificazioni d' indole aſſolutamente ſcrepoloſa non ſolo all' eſterno, ma ſino alle maggiori profondità, e ciò non per l' azione del diaccio, o d' altre meteore, ma per l' eterogeneità dei loro componenti, i quali nell' atto d' eſſere confuſamente depoſti dalle acque del mare non ebbero agio di ſepararſi con regolarità, e non poterono quindi ſubire un eguale raſſodamento. Di codeſta meſcolanza ſi riſentono generalmente qual più, qual meno tutti i banchi di calcaria marmoroſa, che ſi trovano negli Euganei; e quindi, ſe anche s' internaſſero nelle

viſcere

viſcere de' monti, lo che non è, nè potrebb'eſſere, niun ſervigio mai trarrebbero da eſſi le nobili arti della Scoltura, e dell'Architettura per lavori di ragguardevole volume.

Benchè da lungo tempo convinto di queſte verità, io ho pur creduto mi conveniſſe il viſitar di bel nuovo alcune delle località ſpecificate dall'Autor della *Memoria* nelle mie vicinanze; e i due ſtudioſi giovani poc'anzi nominati ne viſitarono anche di più. Il *Vignalon* di cui parla l' autore dicendo che „ finiſſimo è il di lui marmo. . . . ., che forma „ delle maſſe grandi, e dure, e ſembra coſtituir tutto il „ monte, " non è veramente che una parte del monte *della Petraja*. Quel terreno in buona porzione mi appartiene, e io lo conoſco da lunghiſſimo tempo. Avrei giurato, che nulla, affatto nulla vi ſi trovava; ma il Co. *da Rio*, e l'altro valente compagno vollero, che vi ſi andaſſe. Io mi arrampicai con loro per l' aſpriſſima falda, che individuatamente è detta il *Vignalon*. Si cercò il marmo cogli occhi, e colle mani, giacchè ſi dovettero ſpeſſo metter a terra; ma invano. Tutto quel tratto è vulcanico, di lava granitoſa, ora più, ora meno in decompoſizione. Eſaminammo anche la parte meridionale del monte, pur volendo indovinare qual aveſſe potuto eſſere la località oſſervata dal Litologo; e rinvenimmo finalmente in due luoghi ben lontani dalla falda detta il *Vignalone* alcuni poveri reſidui di filoni calcarj eſteriori. Nel primo potemmo raccogliere degli eſemplari di grana marmoroſa, non mai aventi tre pollici di ſodo; nè certo di molto maggior mole ne raccolſe l'Autore della *Memoria*, che, veggendoli di colore verdiccio ſudicio, s'induſſe a dar loro la denominazione di *marmo ſaponaceo*.

L'altro piccioliſſimo reſiduo d'involucro ſomminiſtra de' rottami di pietra calcaria, ſoda, cenerognola, pezzata di nero, e talvolta nera del tutto, ſuſcettibile di qualche pulimento forzato, ma però di frattura terroſa, ed ignobile, e per niun modo micante, e marmorea. I due compagni convennero ſul luogo che ſarebbe quaſi impoſſibile l'ottenerne eſemplari ſani di ſei pollici di diametro, e che ſcavando alcun poco nel banco ſi troverebbe finita la calcaria al contatto della lava granitoſa, ond'è formata dalla cima al fondo l'oſſatura di quel monte, o per dir meglio di quella prolungazione delle radici di Venda.

Non del pari picciolissima cosa, ma ben del pari inutile alla Scoltura, è il banco di calcaria cenerognola, e nera, che trovasi nella contrada di *Zengolina*, non già nel monte di questo nome, che non esiste, ma bensì poco di sotto al bosco detto della *Pila*. Mostra quel banco d'avere un po più profonde radici, e sembra annunziare una deposizione marina modellatasi in una spaccatura vulcanica. E' fra i possibili, che abbia 20, 30, forse 40 piedi di profondità verso le radici del monte: ma che prò? Per quanti tentativi sieno stati fatti onde averne una saldezza lavorabile, ed atta a farne un ragionevole tavolino, fin'ora non v'è stato modo nè verso. Il contadino, che profitta di quel masso per venderne il tritume a uso di terrazzi, indarno si è studiato di guadagnare il prezzo promessogli da chi, dopo i replicati impegni presi col pubblico, avrebbe con ragione grandissima compiacenza, se potesse possederne una tavola anche di soli tre piedi in diametro.

Il Sig. March. *Tommaso degli Obizzi*, che trarrebbe ottimo partito da qualunque cava di marmo nobile si verificasse ne' monti nostri, onde ornare sempre più la principesca sua villa del Catajo, mandò a esaminare codesta, e ne fece asportare dei pezzi, dai quali appena potè ottenere alcuni piedestalluzzi di due o tre pollici. Tutto il masso è screpoloso al di dentro quanto al di fuori; e la pietra poi ha per carattere generale non solamente la frattura terrosa, ma eziandio la grana ineguale; e quindi ha di bisogno, che l' arte abbia quasi tutto il merito del suo pulimento. Al *Calto Orsara*, luogo asprissimo, e pericoloso, dove l' Autore scrisse, che ,, esiste un marmo rosso dilavato, gentile per certa sua ,, delicatezza, che ha delle vene o fascie diversamente vio- ,, lacee, ,, io non ho avuta voglia di ritornare dopo trent' anni. Vi si arrampicarono i due giovani Osservatori, avendo la guida medesima, ch' ebbe l' onor di servirlo per que' monti. Essi rivennero a casa convinti, che nulla v' era, se non che un gran banco di quella ignobile pietra calcaria scissile, rossigna, che i nostri calcajuoli conoscono sotto il nome di *scaglia*, e condannano alla fornace, come inutile a tutt'altro uso.

Viene anche dalla *Memoria* indicato com'esistente a *Mon-*

teſello un marmo di varj colori „ in moli atte a qualſivo„ glia fattura „. Il mio coſtume è di non giudicare mai degli oggetti ſu le aſſerzioni altrui, quando mi ſia poſſibile il vederli cogli occhi miei. Quindi benchè il Co. *da Rio*, e l' Ab. *Olivi* m'aveſſero aſſicurato, dopo una viſita locale, che v'era tutt'altro che marmo da lavoro in quel luogo, determinai di portarmivi, quando che foſſe, ad onta della ſiniſtra prevenzione. Venne il momento nell'autunno ultimo; e vi ſalimmo il March. *Dondi-Orologio*, ed io. Vi trovammo le traccie d'un martello, e aſſolutamente nemmeno due pezzi atti a far de'calcalettere di mediocre volume, cioè di tre o quattro pollici. Vero è, che l'impaſto di quel reſiduo di filone è di grana fina, e marmorea; vero che ſi eſtende attraverſando diagonalmente la valle, onde avviene che ricompariſca dalla parte oppoſta in un mio terreno detto la *Caúſſa*; vero finalmente che ha varie tinte: ma non è poi punto vero, che il filone „ occupi una grandiſſima parte del „ colle ", o che ſi poſſa, come dice la *Memoria*, " farne „ qualſivoglia fattura, " è vero ſolamente, che ſe ne potrebbe avere qualſivoleſſe frattura, poichè ſi rompe, e ſi sbricciola ad ogni picciolo colpo in frammenti di tutte le poſſibili moli, e figure angoloſe.

L'Autore della *Memoria*, dopo la noſtra gita, è andato a far eſeguire uno ſcavo anche nel burrone detto *Calto-Stellato*, nella contrada del *Pavagion*, ſu le indicazioni del ſuo marmorajo. Io volli portarmivi eſpreſſamente, e prendervi le più eſatte informazioni dagli occhi miei proprj ſu la coſtituzione della località, e dai vicini, e operaj ſu i lavori fattivi, e ſul prodotto di eſſi. Trovai ben preſto il luogo de' tentativi colà eſeguiti di freſco. Un gran numero di ſpezzoni, non mai lunghi, nè larghi quattro piedi, ingombra l'alveo del burrone. Codeſti vi calarono in parte ſpontaneamente, in parte vi furono roveſciati dai pietrajuoli giù per la ripida falda imminente. L' impaſto generale di quel marmo (veramente tale, e di fina grana) è identicamente lo ſteſſo che la breccia di Valſanzibio, di cui parlerò fra poco; è foſforeſcente all'attrito d'una punta d'acciajo ne' pezzi bianchi, com'eſſa; e, benchè non abbia tutti i medeſimiſſimi accidenti, la ſomiglia però quanto baſta per poterne concludere, che

non solo fu rassodato contemporaneamente, e composto di principj, e con leggi del tutto simili, ma che eziandio v' ebbe un tempo, nel quale costituì una medesima stratificazione. I colori predominanti nel marmo del *Calto-Stellato* sono il verde tenero traente all' azzurro, e il biancastro; il primo vi si trova talora a picciole fascie bislunghe; nella frattura, e particolarmente poi negli interstrati vi si osservano varie ramificazioni di dendromorsi; tratto tratto racchiude breccie d' altro colore, e generalmente tanè. Se codesto marmo si trovasse, come non si trova, nè si può trovare, in saldezze atte a a lavori grandi, certamente sarebbe molto pregevole. Ma dopo d' averne detto il bene, fa pur d' uopo dirne anche il male. In primo luogo, i residui della massa sono poca cosa, e tutti a spezzoni: s' ingannerebbe a partito chi si lusingasse, che sprofondando gli scavi, se ne potessero trovare saldezze continue: immediatamente sotto que' resti dell' antico involucro giace la lava; e l' alveo del burroncello, in cui si mostra denudata, lo prova dimostrativamente a chiunque non è cieco. Secondariamente, quantunque v' abbiano de' massi di codesto marmo alti fino a dieci e dodici piedi, essi non sono però saldezze atte a lavoro; io ho esaminato il più apparíscente, che è stato di recente scalzato, e l' ho trovato tutto attraversato da venature, mercè delle quali non potrà mai essere rovesciato nel vallone senza andar in molti pezzi: e il rovesciarlo abbandonandolo a se medesimo sarebbe indispensabile ogni qual volta si tentasse di trarne partito. Quel masso non è un pezzo di strato unito, ma sibbene d' una serie di straterelli diversi. In terzo luogo, le breccie, ch' esso racchiude, non sono sempre calcarie, nè d' impasto omogeneo. Io vi ho trovato immedesimati de' grossi pezzi di lava non suscettibile di bel pulimento, i quali bensì hanno fatto grandissimo piacere a me, ma che sarebbero gran dispiacere a un Marmorajo, manifestandosi in qualche masso, ch' egli avesse in lavoro; oltrechè sarebbero la rovina delle sue seghe, e lo costringerebbono ad abbandonare il pensiero di tagliarlo. Per ultimo, se anche il marmo del *Calto-Stellato* fosse di grandi, e non venate saldezze, se anche non portasse seco il pericolo che lo scalpellino nel lavorarlo desse in un pezzo di lava silicea, e impulibile, se anche non resistesse alla sega, la località del

vallone, alle di cui ſponde compariſce, ne dovrebbe allontanare ogni ſenſato ſpeculatore; poichè il farvi una ſtrada *durevole* coſterebbe parecchie migliaja di ducati, e ſenza ſtrade rotabili è aſſurdo il penſare a lavorar cave di marmi. Tutto il bene, che ſi potrebbe trarre dagli ſpezzoni reſidui di marmo che veggonſi al *Calto-Stellato*, conſiſterebbe in qualche pajo di buffetti, e tavolinozzi d'un piede e mezzo, o al più due e tre di lunghezza; oggetto, come ognun vede, ſproporzionato al diſpendio enorme della ſtrada nell' alveo d'un'acqua montana, contro della quale ſarebbe duopo eſſer ſempre in guardia, e in esborſo.

Io ho accennato che grandiſſimo piacere mi fece il trovare de' pezzi di lava d' ogni volume preſi nel marmo del *Calto-Stellato*: eccòne il perchè. La raſſomiglianza de' varj marmi Euganei con quelli delle Alpi del Tirolo, duriſſimi, privi di corpi marini, e foſforeſcenti alla raſchiatura dell' acciajo, m' avea dato la tentazione di ſoſpettare, che gli ſpezzoni erratici, e nidulanti, che ſe ne veggono fra le materie vulcanizzate, poteſſero eſſere reſidui di antichi ſtrati capovolti, e in parte diſtrutti dal fuoco; a differenza della *ſcaglia*, o pietra calcaria ſciſſile, che non manca di qualche raro corpo marino, ed è manifeſtamente di data poſteriore. I pezzi di lava preſi nel marmo, di cui ſto parlando, provano invincibilmente l'anteriorità delle ignizioni di queſta noſtra iſola vulcanica anche alla formazione della più antica varietà di marmo, che i Minerologi conoſcano, e per tale ultimamente canonizzata dal mio illuſtre, e infaticabile amico il Sig. di *Dolomieu*. Ad onta adunque della ſingolare durezza, e lunga reſiſtenza agli acidi dei veri marmi Euganei, reſta ferma la teoria, che li coſtituiſce ſemplicemente eſteriori, e poſanti ſu baſi di lave vulcaniche; d' onde fluiſce per conſeguenza, che chi ſperaſſe di trovarli atti a lavori grandi andando più baſſo cogli ſcavi, piglierebbe non un granchio volgare, ma ſibbene un *Kraken* a ſecco.

L'eſiſtenza de' veri marmi Euganei ſopra le lave vulcaniche è anche un carattere di diſſomiglianza fra eſſi e il Veſuvio, le lave del quale ſono ſovraimpoſte alla calcaria marmoroſa, come ad altre pietre primigenie; verità abbaſtanza provata dal *Catalogo ragionato* dei ſaſſi, pietre, e lave di

quella montagna, per cui ha fatto tanto onore alla Repubblica de' Minerologi il celebre Cav. *Gioeni*.

Ad onta dell' infelice eſito delle mie verificazioni ho voluto per anche vedere un' altra delle località indicate da quella *Memoria* come ricca di marmi atti a lavoro; e ſi fu il tratto montuoſo detto *Borellara* dalla rotondità de' ſaſſi vulcanici, che lo formano. Con mio diſpiacere, non altro ritrovai che de' maſſi di ſcaglia ignobile verſo il baſſo. Ecco come Galzignano, il quale, mercè le promeſſe avidamente ricevute dal volgo, è ſtato per alcuni meſi in penſiero di gareggiare con *Paro*, e *Carrara*, ora è ſmarmorato quaſi del tutto, almeno in quanto alla luſinga di farne commercio interno od eſterno.

Io non tratterrò chi ha la pazienza di leggermi coll' enumerazione di altri teſori indicati ne' contorni di Teolo, di Villa, di Tramonte ecc., poichè ſo, che il Sig. March. *Dondi-Orologio*, poſſeſſore di beni verſo que' luoghi, ſe ne occupa di propoſito. Nemmeno mi farò a parlare delle teorie dell' Autore ſull' origine dell' agata, e dei carboni, che ha creduto vedere; ſulla coalizione de' ciottoli vulcanici, che a lui ſembrarono formarſi appunto nell' atto, che ſi decompongono, nè ſopra alcun altro raziocinio Orittologico contenuto nella di lui Memoria. Ma vicino a chiudere il mio ragionamento mi credo in dovere di rendergli giuſtizia per la benemerenza di averci fatto conoſcere il marmo brecciato calcario di Valſanzibio, che colà moſtraſi in maſſi prominenti dalla falda detta le *Garganeghette*, e che per la finezza, e compattezza della ſua grana, per la varietà de' colori, per lo ſplendore del pulimento, di cui l' indole dell' impaſto ſpeſſevolte lo rende ſuſcettibile, può gareggiare con qualunque bel marmo antico di analoga compoſizione. Noi ſiamo ſaliti a que' maſſi, e vi facemmo per la prima volta ſalire anche groſſi magli, e robuſti villani per adoperarli. Ci aſſicurammo, che non è da contar molto ſull' interno del monte, vulcanico anch' eſſo, come tutti gli altri, e ſolo al di fuori coperto in parte di calcaria.

Un carattere intereſſante di codeſto marmo, ch' eſſo ha però in comune con parecchi altri veri marmi, benchè non atti a lavoro, di Fontanafredda, di Galzignano, d' Arquà,

si è la fosforescenza all' attrito, o alla raschiatura d'una punta d'acciajo. Il Commendatore di *Dolomieu* è stato il primo ad avvedersi di questa proprietà in alcuni marmi durissimi delle alpi Tirolesi, che malagevolmente faceano effervescenza cogli acidi, e ne ha scritto una Memoria epistolare che trovasi inserita nel Giornale di Fisica di Parigi. La descrizione di que' marmi fatta dal mio illustre Amico mi fece sospettare, che lo stesso fenomeno dovessero offerire alcuni de' nostrali; e così fu. Il primo, sul quale volli dar la prova alla mia congettura, si fu codesto marmo di *Valsanzibio*: ma il più fosforescente di tutti si è quello poc'anzi accennato del montesello a *Galzignano*, che sorge in filone fra le materie vulcaniche. L'essere tutto screpolato, il trovarsi fra quegli screpoli introdotta una mescolanza di terra marziale, e di solfo, che vi formò delle ramificazioni dendritiche, l' analogia co' marmi alpini, sono tutti argomenti, che mi avrebbero portato a credere, che codesto marmo, e gli altri analoghi degli Euganei dovessero essere anteriori alle conflagrazioni locali: ma le lave prese nel marmo del *Calto-Stellato* m'hanno abbastanza convinto del contrario.

L'esame diligente, cui facemmo dei massi attualmente apparenti a *Valsanzibio*, non ci lusingò, che saldezze di gran dimensione possano trarsene; ma dalle osservazioni nostre risulta, che se v'è luogo fra i molti indicati dalla *Memoria*, che possa dar pezzi da lavoro, non già colonne, o cornicioni da Basiliche, ma forse alcune tavole di due o tre piedi di diametro, ei debb'essere *Valsanzibio*, d'onde poi certamente si può trarre bellissimo, benchè assai costoso materiale da impellicciature. Niuno prima dell'Autore avea posto in onore quel marmo; e sarebbe ingiustizia il volergliene togliere, o diminuire la lode perch'egli l' abbia descritto in modo, che lo farebbe credere una breccia silicea. Esso non è tale; e se lo fosse poi propriamente, non meriterebbe la denominazione di *marmo*, e sarebbe paura alle seghe de' Marmoraj, che dovranno però sempre trattarlo con timore di trovarvi per entro qualche pezzo o più duro del bisogno, o incapace di pulimento.

INTEGRAZIONE

IN SERIE FINITE

Delle Formole $\frac{x^{\pm q}\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}$, $\frac{x^{\pm q}\,dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$, $\frac{x^{\pm q}\,dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}$; essendo p e q de' numeri qualunque interi

Del Sig. FRANCESCO PEZZI.

HO presentato all' Illustre Società Italiana l' integrale della formola $\frac{(A+Bz)\,dz}{(a^2-2abz\cos.\phi+b^2z^2)^p}$ sviluppato in una serie finita, essendo p un numero qualunque intero, ch' essa si è degnata d' inserire nel IV. Vol. delle sue Memorie; ed il metodo che ho tenuto per arrivare alla formola (7) (*a*) che esprime questo integrale fu da me rigorosamente dimostrato; accennai però sul principio della mia Memoria, ch' io avea già da gran tempo ottenuta sotto una forma differente la medesima cosa, argomentando per via d' induzione dalla traccia, e dai casi particolari, che il grande *Eulero* ha sviluppato nel Tomo

(*a*) V. Mem. della Soc. It. 4. Vol. pag. 577 alla pag. 585, lin. 1. invece di $\pm\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)$ leggasi $\pm\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{\pm du}{bu-\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{ub+\sqrt{(-D)}}\right)$; o più semplicemente $-\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{\pm du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)$; + ovvero − secondo che p' sarà pari ovvero dispari.

Tomo I. pag. 42, 43 e segg. delle sue Istituzioni di calcolo integrale; ora ho giudicato di esporre l'anzi detta formola, onde altri tenendo la cosa degna di qualche attenzione, non la desiderasse trovata, o non si occupasse a ricercarla, tanto più che potendo confrontare di leggieri vedrà quale delle due sia la più semplice; mi si conceda che qui io faccia questa breve digressione per la utilità che non di rado ne viene dimostrando la fecondità dell'Analisi Matematica; verrò poi ad integrare sempre in serie finite le formole $\frac{(A + Bx + Cx^2)dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3)^p}$, $\frac{(A + Bx + Cx^2 + Dx^3)dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4)^p}$, o propriamente queste $\frac{x^{\pm q}dx}{(a + bx + cx^2)^p}$, $\frac{x^{\pm q}dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3)^p}$, $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}$ di gran lunga più generali, e perciò meritevoli di considerazione. Spero che i Geometri gradiranno la mia fatica, particolarmente coloro che attendono a perfezionare il calcolo integrale, dal cui progresso dipende, come è noto, quello delle nostre cognizioni sul sistema del mondo; niuno, ch'io sappia, ha mai pensato a trattare delle accennate formole da i precetti in fuori che si sono dati intorno al metodo d'integrare la frazione $\frac{Pdx}{Q}$, essendo P e Q delle funzioni razionali qualunque di x; precetti i quali benchè generali non han servito sin qui che a far ritrovare pochi integrali particolari, perchè applicandoli s' hanno a vincere delle grandi difficoltà; di che se ne incontrerà un esempio nel caso che svolgerò da ultimo: inoltre le investigazioni cui questa materia dà luogo sono dilettevoli e vantaggiose, indipendentemente dall'oggetto d'integrazione, perchè sovente conducono a quistioni, e ad artifizj singolari di Algebra finita, che fa d'uopo dichiarare con quella precisione, che si può, maggiore. Queste riflessioni me ne porgono un'altra, ch'è tutta propria dell' analisi, cioè che in somiglianti argomenti non basta per la perfezione dell'opera il dare una formola che rinchiuda la soluzione del proposto problema, ma bisogna ancora ch'essa sia la più semplice di tutte quelle che naturalmen-

te ſi potrebbono ritrovare. La Società Italiana al cui giudizio ho l' onore di ſottoporre il preſente opuſcolo, il quale ſerve di continuazione al primo, decida ſe per avventura io v' ho conſeguito una sì importante condizione.

Integrale della formola $\frac{(A+Bz)\,dz}{(a^2-2abz\cos\phi+b^2z^2)^p}$ *ſviluppato in ſerie finita, eſſendo p un numero qualunque intero.*

I. Sia per maggiore brevità $a^2-2abz\cos\phi+b^2z^2=X$, ſi raccoglie dal citato metodo di *Eulero* $\int\frac{(A+Bz)\,dz}{X^p}=$

$$\text{Coſt.}-\frac{B}{2(p-1)b^2X^{p-1}}+\frac{Ab+Ba\cos\phi}{2b^2}\Big\{(bz-a\cos\phi)$$
$$\Big(\frac{1}{(p-1)a^2\sin^2\phi\,.\,X^{p-1}}+\frac{2p-3}{2(p-1)(p-2)(a\sin\phi)^4.\,X^{p-2}}$$
$$+\frac{(2p-3)(2p-5)}{2^2(p-1)(p-2)(p-3)(a\sin\phi)^6.\,X^{p-3}}$$
$$+\frac{(2p-3)\ldots(2p-7)}{2^3(p-1)\ldots(p-4)(a\sin\phi)^8.\,X^{p-4}}+\ldots\ldots\ldots$$
$$+\frac{(2p-3)(2p-5)\ldots3.1}{2^{p-2}(p-1)(p-2)\ldots2.1.(a\sin\phi)^{4.(p-1)}.X}\Big)$$
$$+\frac{(2p-3)(2p-5)\ldots3.1}{2^{p-2}(p-1)(p-2)\ldots2.1.(a\sin\phi)^{2p-2}}\text{Arc. tan.}$$
$$\frac{bz\sin\phi}{a-bz\cos\phi}\Big\}\ldots\ldots(1)$$ il cui numero di termini è $=p+1$

Se ſi ſuppone in queſta formola $p=2, 3, 4$, ecc. ſi troveranno per mezzo delle riduzioni neceſſarie i ſteſſi integrali che ſi deducono immediatamente dalla mentovata formola (7) della precedente Memoria, come ivi l'ho dimoſtrato in alcuni eſempj.

II. La formola $\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}$ è più generale della precedente quantunque quella a queſta poſſa eſſere paragonata; in fatti a parlar propriamente la prima non rappreſenta la ſeconda che nel caſo di $4ac>b^2$, cioè quando i fattori

della formola del 2.° grado $a+bx+cx^2$ sono imaginarj; i Geometri essendo allora convenuti di esprimere il prodotto di tali fattori con una formola qualunque simile a questa $aa-2abz\cos\phi+bbzz$; pure volendo dedurre dalla formola (1) l' integrale di $\frac{(A+Bx)dx}{(a+bx+cx^2)^p}$, se ne confronterebbono i differenziali, e si avrebbe $z=x$, $a=\sqrt{a}$, $b=\sqrt{c}$
$\cos\phi=-\frac{b}{2\sqrt{ac}}$, $\sin\phi=\frac{\sqrt{(4ac-b^2)}}{2\sqrt{ac}}$, $bz-a\cos\phi=\frac{2cx+b}{2\sqrt{c}}$
$\frac{Ab+aB\cos\phi}{b2}=\frac{2Ac-Bb}{2c^{\frac{1}{2}}}$; $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}=\frac{2cx+b}{\sqrt{(4ac-b^2)}}$

Ma invece di Arc. tan. $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}$ più Arc. tan. $\frac{\cos\phi}{\sin\phi}$ $=$ Arc. tan. $\frac{bz\sin\phi}{a-bz\cos\phi}$, come ha fatto *Eulero*, noi conserveremo l'Arc. tan. $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}$ che dà la semplice integrazione, e ciò per ritenere l' analogia che passa fra questo fattore dell' ultimo termine ed i fattori degli ultimi termini delle formole che daremo in appresso; onde $\frac{bz-a\cos\phi}{a\sin\phi}$ $=\frac{2cx+b}{\sqrt{(4ac-b^2)}}$. Ora tanto la formola (1) quanto la formola (7) della precedente Memoria non rinchiudono altro radicale, capace a divenire imaginario, che $a\sin\phi=\frac{\sqrt{(4ac-b^2)}}{2\sqrt{c}}$; ma $a\sin\phi$ vi ascende da per tutto, eccetto che all' ultimo termine, ad una dimensione pari, dunque le accennate formole non contengono alcuna quantità impossibile, sempre astraendo dall' ultimo termine, qualunque sia la natura de' fattori del trinomio $a+bx+cx^2$.

La quantità $a\sin\phi=\frac{\sqrt{(4ac-b^2)}}{2\sqrt{c}}$ è reale, quando $4ac>b^2$, cioè quando gli anzidetti fattori sono imaginarj; dunque l' ultimo termine è ancor egli reale, qualunque sia la dimensione che vi occupi la quantità $a\sin\phi$; dunque il

caſo, in cui i fattori di $a+bx+cx^2$ ſono imaginarj, è ſciolto da ciaſcheduna delle formole (1) e (7).

Se tali fattori ſono reali ed ineguali fra di loro, cioè ſe $bb > 4ac$, l' ultimo termine di ciaſcheduna delle mentovate formole comprende degli imaginarj; dunque neſſuna di eſſe ſcioglie queſt' ultimo caſo, come il richiede appunto la preciſione del problema.

In queſt' ipoteſi l' ultimo termine è, non tenendo conto de' fattori numerici, $\frac{1}{(a \sin \phi)^{2p-1}}$ Arc. tan. $\frac{bz - a \cos \phi}{a \sin \phi}$ $= \frac{1}{(a \sin \phi)^{2(p-1)} a \sin \phi}$ Arc. tan. $\frac{bz - a \cos \phi}{a \sin \phi}$, in modo che non v' ha che il fattore $\frac{1}{a \sin \phi}$ Arc. tan. $\frac{bz - a \cos \phi}{a \sin \phi}$ il quale poſſa contenere degli imaginarj; ma allora invece di prendere l' integrale di $\frac{dz}{aa - 2abz \cos \phi + b^2 z^2}$ $= \frac{dx}{a+bx+cx^2}$ per mezzo di una funzione circolare, il ſi prenda per mezzo di una funzione logaritmica.

III. Si avrà in queſta maniera $\int \frac{dx}{a+bx+cx^2}$ $= \frac{1}{\sqrt{(b^2-4ac)}} \log. \frac{b+2cx-\sqrt{(b^2-4ac)}}{b+2cx+\sqrt{(b^2-4ac)}} = \frac{2}{\sqrt{(4ac-b^2)}}$ Arc. tan. $\frac{2cx+b}{\sqrt{(4ac-b^2)}}$.

Dunque nel caſo de' fattori reali ed ineguali della formola $a+bx+cx^2$. cioè quando $b^2 > 4ac$ per la quantità circolare che contiene degli imaginarj, ſi prenda la quantità reale logaritmica che le corriſponde; e reciprocamente quando il trinomio $a+bx+cz^2$ ha i ſuoi fattori imaginarj, cioè quando $4ac > b^2$, in luogo della quantità logaritmica che rinchiude degli imaginarj, ſi riterrà la nota quantità circolare reale; oſſervazione importante e fondamentale per l' analiſi ch' eſporremo nel corſo di queſta Memoria.

IV. Ma per procedere con ordine e affine di ottenere i più ſemplici riſultati poſſibili, cercherò brevemente in due

diverse maniere l'integrale della formola $\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}$, la quale mi condurrà naturalmente agli integrali di quelle che formano l'oggetto della presente Memoria.

Prima maniera. Sia la formola $\frac{(A+Bx)\,dx}{a+bx+cx^2)^p}$; suppongavisi $x=y-\frac{b}{2c}$, inoltre $A-\frac{Bb}{2c}=C$, e $\frac{a}{c}-\frac{b^2}{4c^2}=D$, si avrà $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}=-\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}$ $+\frac{C}{c^p}\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}$ ...... (2) trattone il caso di $p=1$.

V. Se $p=1$; si ha $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p}=\frac{B}{2c}\log.(a+bx+cx^2)+\frac{2Ac-Bb}{c\sqrt{(4ac-b^2)}}$ Arc. tan. $\frac{2cx+b}{\sqrt{(4ac-b^2)}}$ + Cost. ..... (3)

Qualunque sia la natura de i fattori del trinomio $a+bx+cx^2$, essi non ci presentano più alcuna difficoltà in forza dell'osservazione del n.° 3. Ma qui sul principio giova prevenire una volta per sempre che non faremo mai menzione del caso in cui i fattori de i denominatori in quistione sono eguali fra di loro, comechè allora l'integrazione ne sia facile e conosciuta.

VI. Ritorno al caso generale, e pongo $\frac{1}{y^2+D}=\frac{a1}{y+\sqrt{(-D)}}+\frac{a2}{y-\sqrt{(-D)}}$; si trova $a1=-\frac{1}{2\sqrt{(-D)}}$; $a2=\frac{1}{2\sqrt{(-D)}}$; sia $y+\sqrt{(-D)}=z$; dunque $y=z-\sqrt{(-D)}$, e $y-\sqrt{(-D)}=z-2\sqrt{(-D)}$; se si suppone $b1=2\sqrt{(-D)}$, si avrà $y-\sqrt{(-D)}=z-b1$; ed in conseguenza $\frac{1}{(y^2+D)^p}$

$$=\left(\frac{a1}{z}+\frac{a2}{z-b1}\right)^p=\frac{a1^p}{z^p}+\frac{p}{1}\cdot\frac{a1^{p-1}}{z^{p-1}}\cdot\frac{a2}{z-b1}+\ldots\ldots$$

$$+\frac{p(p-1)\ldots(d-m+2)}{1\cdot 2\ldots\ldots m-1}\cdot\frac{a1^{p-m+1}}{z^{p-m+1}}\cdot\frac{a2^{m-1}}{(z-b1)^{m-1}}+\ldots$$

$+ \frac{a2^p}{(z - b1)^p}$, significando m il rango di ciaschedun termine.

Dunque $\int \frac{dy}{(y^2 + D)^p} = a1^p \int \frac{dz}{z^p} + a2^p \int \frac{dz}{(z - b1)^p}$

$+ a1^{p-m+1} . a2^{m-1} . \frac{p(p-1)\ldots(pm+2)}{1.2\ldots m-1} \int \frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-1}}$

$= \text{Cost.} + \frac{a1^p}{(1-p)z^{p-1}} + \frac{a2^p}{(1-p)(z-b1)^{p-1}} + a1^{p-m+1} .$

$a2^{m-1} . \frac{p(p-1)\ldots(p-m+2)}{1.2\ldots m-1} \int \frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-2}} \ldots \quad (4)$

Prendendo $p-1$ volte quest' ultimo termine ovvero quest' ultimo integrale, sostituendo a ciascheduna volta a m questi valori successivi $2, 3, 4 \ldots p$.

VII. Ora per integrare la frazione $\frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-1}}$ farò uso della formola (3) del Sig Cav. *Lorgna* da me pure dimostrata nella precedente Memoria, e che per maggiore facilità trascrivo qui come segue $\int \frac{x^m dx}{(b + cx^n)^p}$

$$= -\frac{(m-n(p-1)+1)(m-n(p-2)+1)\ldots(m-n+1)}{1.2.3\ldots(p-1)(cn)^{p-1}}$$

$$\Bigg(\frac{x^{m-n(p-1)+1}}{(m-n(p-1)+1)(b+cx^n)}$$

$$+ \frac{1 . cnx^{m-n(p-2)+1}}{(m-n(p-1)+1)(m-n(p-2)+1)(b+cx^n)^2}$$

$$+ \frac{1.2.c^2n^2x^{m-n(p-3)+1}}{(m-n(p-1)+1)\ldots(m-n(p-3)+1)(b+cx^n)^3} + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{1.2.3\ldots(p-2)(cn)^{p-2}x^{m-n+1}}{(m-n(p-1)+1)(m-n(p-2)+1)\ldots(m-n+1)(b+cx^n)^{p-1}}$$

$- \int \frac{x^{m-n(p-1)}dx}{b+cx^n} \Bigg)$. La legge che vi regna è evidente; il numero de' termini $= p$, de' quali $p-1$ sono algebraici, e liberi dal segno d' integrazione.

VIII. Ciò posto abbiamo paragonando $x = z$; $n = 1$; $p = m - 1$; $m = m - p - 1$; $c = 1$; $b = -b1$, dunque fat-

te le sostituzioni necessarie si ha, chiamando S la serie de' $m-2$ termini algebraici, $\int \frac{z^{m-p-1}dz}{(z-b1)^{m-1}}$

$$= \frac{(2-p)(3-p)(4-p)\ldots(m-p-1)}{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots m-2}\left(\int \frac{dz}{(z-b1)z^{p-1}} - S\right)\ldots.(5).$$ E $S = \frac{1}{(2-p)(z-b1)z^{p-2}}$

$$+\frac{1}{(2-p)(3-p)(z-b1)^2z^{p-3}}+\frac{1}{(2-p)\ldots(4-p)(z-b1)^3z^{p-4}}$$

$$+\ldots\ldots\ldots+\frac{1.2.3\ldots\ldots\ldots m-3}{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)(z-1b)^{m-2}z^{p-m+1}}$$

Sia $\frac{1}{(z-b1)z^{p-1}} = \frac{A}{z^{p-1}} + \frac{B}{z^{p-2}} + \frac{C}{z^{p-3}} + \ldots + \frac{T}{z} + \frac{U}{z-b1}$

Riducendo allo stesso denominatore, e confrontando i termini omogenei si ha $A = -\frac{1}{b1}$; $B = -\frac{1}{b1^2}$; $C = -\frac{1}{b1^3}$; $D = -\frac{1}{b1^4}$; :::::::: $T = -\frac{1}{b1^{p-1}}$; $U = \frac{1}{b1^{p-1}}$. Dunque ponendo questi valori nella serie precedente e moltiplicandola per dz, se ne avrà l'integrale $\int \frac{dz}{(z-b1)z^{p-1}} = \frac{1}{(p-2)b1\,z^{p-2}}$

$$+\frac{1}{(p-3)b1^2z^{p-4}}+\frac{1}{(p-4)b1^3z^{p-4}}+\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{b1^{p-1}}$$

log. $\frac{z-b1}{z}$ il cui numero di termini $= p-1$, de' quali $p-2$ sono algebraici.

Chiamo per abbreviare $S1$ la serie precedente, e moltiplico l'equazione (4) per $\frac{C}{c^p}$, ho $\frac{C}{c^p}\int \frac{dy}{(y^2+D)^p} =$ Cost.

$$+\frac{a1^pC}{c^p(1-p)z^{p-1}}+\frac{a2^pC}{c^p(1-p)(z-b1)^{p-1}}$$

$$+\frac{a1^{p-m+1}.a2^{m-1}.C}{c^p}\cdot\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-m+2)}{1.\ 2\ldots.m-1}\cdot$$

$$\frac{(2-p)(3-p)(4-p)\ldots(m-p-1)}{1.2.3\ldots.m-2}(S1-S)\ldots.(6)$$

Prendendo nel modo qui sopra indicato $p-1$ volte quest' ultimo termine.

Pongasi a cagion di brevità $g=\sqrt{(b^2-4ac)}$, si troveranno i valori di c, D, $a1$, $a2$, e $b1$, come segue $C=\frac{2Ac-Bb}{2c}$, $D=-\frac{g^2}{4c^2}$; $\sqrt{(-D)}=\frac{g}{2c}$; $a1=-\frac{c}{g}$; $a2=\frac{c}{g}$; $b1=\frac{g}{c}$; $z=\frac{b+2cx+g}{2c}$; $z-b1=\frac{b+2cx-g}{2c}$;

Dunque $\frac{a1^pC}{c^p(1-p)z^{p-1}}=\frac{(-1)^p(2c)^{p-2}(2Ac-Bb)}{(1-p)g^p(b+g+2cx)^{p-1}}$;

$\frac{a2^pC}{c^p(1-p)(z-b1)^{p-1}}=\frac{(2c)^{p-2}(2Ac-Bb)}{(1-p)g^p(b-g+2cx)^{p-1}}$;

$\frac{a1^{p-m+1}.a2^{m-1}.C}{c^p}=\frac{(-1)^{p-m+1}(2Ac-Bb)}{2cg^p}$; $S=(2c)^{p-2}$

$$\left(\frac{1}{(2-p)(b-g+2cx)(b+g+2cx)^{p-2}}\right.$$
$$+\frac{1}{(2-p)(3-p)(b-g+2cx)^2(b+g+2cx)^{p-3}}$$
$$+\frac{1.2}{(2-p)\ldots(4-p)(b-g+2cx)^3(b+g+2cx)^{p-4}}+\ldots$$
$$\left.+\frac{1.2.3\ldots m-3}{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)(b-g+2cx)^{m-2}(b+g+2cx)^{p-m+1}}\right)$$

... (7); il numero de' termini $=m-2$; in guisa che si avrà $S=0$, quando $m=2$.

$$\text{E } S1=c^{p-1}\left(\frac{2^{p-2}}{g(p-2)(b+2cx+g)^{p-2}}\right.$$
$$+\frac{2^{p-3}}{g^2(p-3)(b+2cx+g)^{p-3}}+\frac{2^{p-4}}{g^3(p-4)(b+2cx+g)^{p-4}}+\ldots$$
$$\left.+\frac{1}{g^{p-1}}\log.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)\ldots(8),$$

il cui numero di termini è $=p-1$. Dunque l' integrale (2) diverrà

$$\int\frac{(A+Bx)dx}{(a+bx+cx^2)^p}=-\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}$$
$$-\frac{(-1)^p(2c)^{p-2}(2Ac-Bb)}{g^p(p-1)(b+2cx+g)^{p-1}}-\frac{(2c)^{p-2}(2Ac-Bb)}{g^p(p-1)(b+2cx-g)^{p-1}}$$
$$+(-1)$$

$$+\frac{(-1)^{p-m+1}(2Ac-Bb)}{2cg^p}\cdot\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-m+2)}{1.2.3\ldots.m-1}\cdot$$

$$\frac{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)}{1.2\ldots m-2}(S1-S)+\text{Coſt.}\ldots(9)$$ Prendendo ſempre $p-1$ volte queſt' ultimo termine nel modo già indicato.

IX. Riducendo allo ſteſſo denominatore il 2.° e 3.° termine dell' integrale precedente, e facendo attenzione che $(b+2cx+g)(b+2cx-g)=4c(a+bx+cx^2)$, ſi avrà la ſomma di queſti due termini $=\frac{2Ac-Bb}{c(1-p)(2g)^p}\cdot$

$$\frac{(-1)^p(b+2cx+g)^{p-1}+(b+2cx+g)^{p-1}}{(a+bx+cx^2)^{p-1}}$$

Sia per abbreviare $b+2cx=u$, ed il numeratore $(-1)^p(b+2cx-g)^{p-1}+(b+2cx+g)^{p-1}=S2=(-1)^p(u-g)^{p-1}+(u+g)^{p-1}$; p ſarà o un numero pari, o un numero diſpari; s'egli è pari ſi avrà $(-1)^p=1$; dunque $S2=(u-g)^{p-1}+(u+g)^{p-1}$; ma $(u-g)^{p-1}=u^{p-1}-Au^{p-2}g+Bu^{p-3}g^2-\ldots.-g^{p-1}$ E $(u+g)^{p-1}=u^{p-1}+Au^{p-2}g+Bu^{p-3}g^2+\ldots\ldots.+g^{p-1}$ A, B, C, ecc. eſſendo i coefficienti numerici del 2.°, 3.°, 4.°, ecc. termine del binomio di *Nevvton*; dunque ſommando queſte ſerie, poi dividendole per 2, come ancora il denominatore del fattore $\frac{2Ac-Bb}{2^pg^p(1-p)}$ che quindi diviene $\frac{2Ac-Bb}{2^{p-1}g^p(1-p)}$, ſi avrà, dopo aver meſſo per u il ſuo valore $b+2cx$, $S2=(b+2cx)^{p-1}+B(b+2cx^{p-3}g^2+D(b+2cx)^{p-5}g^4+F(b+2cx)^{p-7}g^6+\ldots..+A(b+2cx)g^{p-2},\ldots..(10)$ il cui numero di termini $=\frac{p}{2}$.

Se p è un numero diſpari, allora $(-1)^p=-1$, e ſi avrà

$$S2=-(u-g)^{p-1}+(u+g)^{p-1}=-u^{p-1}+Au^{p-2}g-Bu^{p-3}g^2+\ldots.-g^{p-1}$$
$$+u^{p-1}+Au^{p-2}g+Bu^{p-n}g^3+\ldots.+g^{p-1}$$

Dunque riducendo, dividendo per 2, e mettendo per u il ſuo valore ſi ha $S2=A(b+2cx)^{p-2}g+C(b+2cx)^{p-4}g^3+E$

$(b+2cx)^{p-6}g^5+\ldots+A(b+2cx)g^{p-2}\ldots(11)$ il cui numero di termini è $=\frac{p-1}{2}$

E $A=\frac{p-1}{1}$; $B=\frac{(p-1)(p-2)}{1.2}$; $C=\frac{(p-1)(p-2)(p-3)}{1.2.3}$; $D=\frac{(p-1)\ldots(p-4)}{1.2.3.4}$; ecc. Onde l' integrale (9) diviene dopo le riduzioni neceſſarie $\int\frac{(A+Bx)dx}{(a+bx+cx^2)^p}=$ Coſt.

$$-\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}+\frac{2Ac-Bb}{2cg^p}$$
$$\left(\frac{S2}{2^{p-2}(1-p)(a+bx+cx^2)^{p-1}}+(-1)^{p-m+1}.\frac{p(p-1)(p-2)\ldots p(-m+2}{1.2.3\ldots m-1}.\right.$$
$$\left.\frac{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)}{1.2\ldots m-2}(S1-S)\right)\ldots(12)$$

In luogo di $S2$ ſi porrà il ſuo valore (10) ovvero (11) ſecondo che p ſarà pari o diſpari; e ſi prenderà l'ultimo termine dell'integrale precedente tante volte quante unità $p-1$ contiene, ſoſtituendo ſucceſſivamente a m tutti i numeri naturali intieri dopo $m=2$ inſino a $m=p$.

Abbiamo di già oſſervato che nel caſo di $m=2$, ſi ha $S=0$; allora per il fattore $\frac{(2-p)(3-p)\ldots(m-p-1)}{1.2\ldots m-2}$ ſi metterà l'unità; perchè queſto fattore ſvaniſce in tal caſo, la formola (3) della prec. Mem. non dando alcuna riduzione per la formola $\int\frac{z^{m-1-p}dz}{(z-b1)^{m-1}}=\int\frac{dz}{(z-b1)z^{p-1}}$.

Il numero de' termini che compongono la ſerie S è $=m-2$; dunque quando $m=2, 3, 4,\ldots p$, ſi avrà queſta ſerie di termini $0, 1, 2, 3,\ldots p-2$, la cui ſomma $=\frac{(p-1)(p-2)}{2}$; aggiungendo a queſto numero il numero de i termini della ſerie $S1$ preſo $p-1$ volte, ſi avrà il numero totale de i termini del 3.° ovvero dell' ultimo termine dell'integrale (12), $=\frac{(p-1)(p-2)}{2}+(p-1)^2$

$=\frac{(p-1)(3p-4)}{2}$

Qualunque ſiano i fattori del trinomio $a+bx+cx^2$ la formola (12) dà per mezzo dell'oſſervazione del n.° 3 l'integrale cercato, libero da qualunque forma imaginaria.

X Applichiamo la formola (12) ad alcuni eſempj, che poſſono eſſere d'un uſo frequente nell'analiſi.

Sia dunque primieramente $p=2$; la formola (12) dà dopo le riduzioni neceſſarie $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^2}=$ Coſt.

$$-\frac{B}{2c(a+bx+cx^2)}-\frac{2Ac-Bb}{b^2-4ac}\left(\frac{b+2cx}{2c(a+bx+cx^2)}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{(b^2-4ac)}}\log.\frac{b+2cx-\sqrt{(b^2-4ac)}}{b+2cx+\sqrt{(b^2-4ac)}}\right)\ \ldots\ldots\ (13)$$

Sia in 2.° luogo $p=3$; ſi avrà, rappreſentando per $S1^3$ l'eſpreſſione (7) di S, quando vi ſi ſuppone $m=3$

$$\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+ex^2)^3}=\text{Coſt.}-\frac{B}{4c(a+bx+cx^2)^2}-\frac{2Ac-Bb}{2cg^3}$$
$$\left(-\frac{g(b+2cx)}{2(a+bx+cx^2)^2}+bS1-3S'^3\right).$$ Ma il valore (8) di $S1$ diviene $S1=\frac{2c^2}{g(b+2cx+g)}+\frac{c^2}{g^2}\log.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}$;

e quello di S'^3, $S'^3=\frac{-4c^2}{(b+2cx-g)(b+2cx+g)}$. Dunque

ſoſtituendo, e riducendo, ſi ha $\int\frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^3}=$ Coſt.

$$-\frac{B}{4c(a+bx-cx^2)^2}+\frac{2Ac-Bb}{2cg^3}\left(\frac{-g(b+2cx)}{2(a+bx+cx^2)^2}\right.$$
$$\left.+\frac{3c(b+2cx)}{g(a+bx+cx^2)}+\frac{bc^2}{g^2}\log.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)\ \ldots\ldots\ (14)$$

Se ſi riducono allo ſteſſo denominatore le frazioni

$\frac{-g(b+2cx)}{2(a+bx+cx^2)^2}$, $\frac{3c(b+2cx)}{g(a+bx+cx^2)}$ ſi avrà la loro ſomma

$$=\frac{10abc-b^3+4c(b^2+5ac)x+18c^2bx^2+12c^3x^3}{2g(a+bx+cx^2)^2}$$

Sia in 3.° luogo $p=4$, e S'^3, S'^4 i valori di S quando ſi fa ſucceſſivamente nella ſerie (7) $m=3$, $m=4$; ſi avrà

$$\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^4} = \text{Cost.} - \frac{B}{be(a+bx+cx^2)^3} + \frac{2Ac-Bb}{2cg^4}$$
$$\left(-\frac{(b+2cx)^3+3(b+2cx)g^2}{12(a+bx+cx^2)^3} - 20S1 + 12S'^3 + 4S'^4 \right)$$

Ma $S'^3 = \dfrac{-4c^3}{(b+2cx-g)(b+2cx+g)^2}$

$$S'^4 = \frac{-4c^3}{(b-g+2cx)(b+2cx+g)^2} + \frac{4c^3}{(b-g+2cx)^2(b+g+2cx)},$$

E $S1 = \dfrac{2c^3}{g(b+2cx+g)^2} + \dfrac{2c^3}{g^2(b+2cx+g)} + \dfrac{c^3}{g^3}\log.\dfrac{b+2cx-g}{b+2cx+g}$

Dunque sostituendo e riducendo allo stesso denominatore tutte le frazioni Algebraiche ch' entrano in S'^3, S'^4, $S1$, si avrà dopo aver fatto per abbreviare $\alpha - b(9ac-b^2)$; $\beta = 3c(b^2+bac)$, $\displaystyle\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^4} = \text{Cost.} - \frac{B}{bc(a+bx+cx^2)^3}$

$$-\frac{2Ac-Bb}{g^4}\left(\frac{b+2cx}{24c} \cdot \frac{3g^2+(b+2cx)^2}{(a+bx+cx^2)^3} \right.$$
$$\left. + \frac{\alpha+\beta x+15bc^2x^2+10c^3x^3}{g^2(a+bx+cx^2)^2} + \frac{10c^2}{g^3}\log.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g} \right) \ldots$$

(15) ecc.

XI. *Seconda Maniera*. Questo secondo metodo ci servirà di base, per la sua grande semplicità, alle integrazioni che daremo nel corso di questa Memoria.

Ripiglio l'equazione (2) ch'è $\displaystyle\int \frac{(A+Bx)\,dx}{(a+bx+cx^2)^p} =$

$$-\frac{B}{2c(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}} + \frac{C}{c^p}\int \frac{dy}{(y^2+D)^p}.$$ Si ha

$\dfrac{1}{(y^2+D)} = \dfrac{1}{(y+\sqrt{(-D)})(y-\sqrt{(-D)})}$; suppongo

$\dfrac{1}{(y+\sqrt{(-D)})(y-\sqrt{(-D)})} = \dfrac{u}{y+\sqrt{(-D)}}$; dunque

$u = \dfrac{1}{y-\sqrt{(-D)}}$; e $y = \dfrac{1+u\sqrt{(-D)}}{u}$, e $y+\sqrt{(-D)}$

$= \dfrac{1+b1u}{u}$, ponendo come sopra $2\sqrt{(-D)} = b1$; dunque

$dy = -\frac{du}{u^2}$; e $\frac{1}{(y^2+D)^p} = \frac{u^{2p}}{(1+b1u)^p}$; onde $\frac{dy}{(y^2+D)^p} = -\frac{u^{2(p-1)}du}{(1+b1u)^p}$. Sia $1+b1u=z$; si avrà $u=\frac{z-1}{b1}$; $du=\frac{dz}{b1}$; e $u^{2(p-1)} = \frac{(z-1)^{2(p-1)}}{b1^{2(p-1)}}$, dunque $-\frac{u^{2(p-1)}du}{(1+b1u)^p} = -\frac{1}{b1^{2p-1}}.\frac{(z-1)^{2(p-1)}dz}{z^p}$. Ma $(z-1)^{2(p-1)} = 1 + z^{2(p-1)}$

$$\pm \frac{(2p-2)(2p-3)(2p-4)\ldots(2p-n-1)}{1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots n} z^{2p-n-2}\ n+1$$

esprime il rango di ciaschedun termine; si prenderà il 3.° termine, che rappresento per T, del 2.° membro dell'equazione precedente tante volte quante unità contiene il numero $2p-3$, sostituendo successivamente a n questi valori 1, 2, 3, 4, ... $2p-3$, e si conserverà il segno $+$ ovvero il segno $-$; secondo che n sarà un numero pari ovvero un numero dispari; dunque $(z-1)^{2(p-1)}\frac{dz}{z^p} = \frac{dz}{z^p} + z^{p-2}dz \pm Tz^{p-n-1}$; ed in conseguenza $-\frac{1}{b1^{2p-1}}\int(z-1)^{2(p-1)}\frac{dz}{z^p} = \frac{1}{(p-1)b1^{2p-1}}\left(\frac{1}{z^{p-1}} - z^{p-1}\right) \mp \frac{Tz^{p-n-1}}{(p-n-1)b1^{2p-1}}$ Si prenderà nella maniera indicata l'ultimo termine di questo integrale in $-$ ovvero $+$ secondo che n sarà pari o dispari.

Ora $z = 1 + b1u = 1 + \frac{b1}{y-\surd(-D)}$; dunque $\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}$

$$= -\int\frac{u^{2(p-1)}du}{(1+b1u)^p} = -\frac{1}{b1^{2p-1}}\int(z-1)^{2(p-1)}\frac{dz}{z^p}$$

$$= \frac{1}{(p-1)b1^{2p-1}}\left(\frac{1}{z^{p-1}} - z^{p-1}\right) \mp \frac{Tz^{p-n-1}}{(p-n-1)b1^{2p-1}} = \frac{1}{b1^{2p-1}}$$

$$\left(\frac{(y-\surd(-D))^{2(p-1)} - (y+\surd(-D))^{2(p-1)}}{(p-1)(y^2+D)^{p-1}} \mp \frac{T}{p-n-1}\left(\frac{y+\surd(-D)}{y-\surd(-D)}\right)^{p-n-1}\right)$$

; sempre prendendo il termine ov'entra il fattore T nel modo accennato.

Sia a cagion di brevità $p-1=s$; e $\sqrt{(-D)}=P$; si ha $(y-P)^{2s}=y^{2s}-Ay^{2s-1}P+By^{2s-2}P^2-\ldots\ldots+P^{2s}$ ed $(y+P)^{2s}=y^{2s}+Ay^{2s-1}P+By^{2s-2}P^2+\ldots\ldots+P^{2s}$; dunque $(y-P)^{2s}-(y+P)^{2s}=-2y\sqrt{(-D)}(Ay^{2s-2}-(y^{2s-4}D+Ey^{2s-6}D^2-Gy^{2s-8}D^3+\ldots+A(-D)^{s-1})$. Ma $\sqrt{(-D)}=\frac{g}{2c}$, (n.° 7); dunque sostituendo a y il suo valore $\frac{2cx+b}{2c}$; e facendo per abbreviare $2cx+b=u$, e $(y-P)^{2s}-(y+P)^{2s}=S3$, si avrà dopo le riduzioni necessarie $S3=-\frac{gu}{2^{2p-3}c^{2(p-1)}}$ $(Au^{2p-4}+Cu^{2p-6}g^2+Eu^{2p-8}g^4+Gu^{2p-10}g^6+\ldots\ldots+Ag^{2(p-2)})\ldots(16)$
Il numero de i termini di questa serie è $=p-1$. A, B, C, ecc. sono, come si vede, i coefficienti del binomio di *Nevvton*, cioè $A=\frac{2(p-1)}{1}$, $B=\frac{(2p-2)(2p-3)}{1.\,2}$, $C=\frac{(2p-2)(2p-3)(2p-4)}{1.\,2.\,3}$ ecc. Dunque $\frac{C}{c^p}\int\frac{dy}{(y^2+D)^p}=\frac{2Ac-Bb}{2(b^2-4ac^{\frac{2p-1}{2}}}$

$$\left(\frac{c^{2p-3}S3}{(p-1)(a+bx+cx^2)^{p-1}}\pm\frac{Tc^{p-2}}{p-n-1}\left(\frac{b+2cx+\sqrt{(b^2-4ac)}}{b+2cx-\sqrt{(b^2-4ac)}}\right)^{p-n-1}\right)$$

Onde facendo per abbreviare $a+bx+cx^2=X$, si ottiene $\int\frac{(A+Bx)dx}{X^p}$

$$=-\frac{B}{2c(p-1)X^{p-1}}+\frac{2Ac-Bb}{2g^{2p-1}}\left(\frac{c^{2p-3}S3}{(p-1)X^{p-1}}\mp\frac{c^{p-2}}{p-n-1}\cdot\frac{(2p-2)(2p-3)\,2p-4)\ldots(2p-n-1)}{1.\,2.\,3\ldots\ldots n}\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^{p-n-1}\right)\ldots(17)$$

Si prenderà il 3.° cioè l' ultimo termine di questo integrale $2p-3$ volte sostituendo successivamente a n questi valori 1, 2, 3, ... $2p-3$, e si conserverà a ciascheduna di tali sostituzioni $-$ ovvero $+$, secondo che n sarà pari o dispari.

Ogni qual volta si avrà $p-n-1=0$, si porrà nell' integrale precedente invece del fattore $\frac{1}{p-n-1}\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^{p-n-1}$, la quantità log. $\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}$; poichè questo fattore era rap-

presentato da questo $\frac{1}{p-n-1} z^{p-n-1} = \int z^{p-n-2} dz$; ma quando $p-n-1=0$, allora $\int z^{p-n-2} dz = \log. z$; dunque ecc.

XII. La formola precedente (17) ci sembra degna di attenzione; essa è il più semplice risultato che abbiamo potuto trovare per l' integrale in quistione; crediamo dunque di non far dispiacere al lettore, se l' illustriamo brevemente con quei medesimi esempj che abbiam di sopra spiegati.

Sia dunque $p=2$, si avrà per il valore (16) di $S_3 = -\frac{g(2cx+b)}{c^2}$; dunque $\int \frac{(A+Bx)dx}{X^2} = -\frac{B}{2cX} + \frac{2Ac-Bb}{2g^3} \left(\frac{-g(2cx+b)}{cX} + 2\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)$ ch'è identicamente lo stesso che quello segnato (13)

Se $p=3$; si ha $\int \frac{(A+Bx)dx}{X^3} = -\frac{B}{4cX^2} + \frac{2Ac-Bb}{2g^5} \left(\frac{c^3}{2X^2} \cdot \frac{-g(2cx+b)}{2^2c^4}\left(4(b+2cx)^2+4g^2\right) + \frac{4c}{1} \cdot \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} - \frac{4.3.c}{1.2}\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} - \frac{4.3.2.c}{1.2.3} \cdot \frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right) = \frac{2Ac-Bb}{2g^5} \left(\frac{-g(b+2cx)\left(g^2+(b+2cx)^2\right)}{4cX^2} + \frac{16g(b+2cx)}{4X} - 6c\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right) - \frac{B}{4cX^2}$. Ma $-g(b+2cx)\left(g^2+(2cx+b)^2\right) + 16cgX(b+2cx) = 2g(b+2cx)(-g^2+6cX)$; dunque l'integrale precedente diviene $\int \frac{(A+Bx)dx}{X3} = -\frac{B}{4cx^2} + \frac{2Ac-Bb}{2g^5}\left(\frac{-g^3(b+2cx)}{2cX^2} + \frac{3g(b+2cx)}{X} - 6c\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)$

Integrale identico con quello segnato (14)

Sia $p=4$; si avrà $\int \frac{(A+Bx)dx}{X^4} = -\frac{B}{6cX^3} + \frac{2Ac+Bb}{2g^7} \left(\frac{c^5}{2X^3} \cdot \frac{-g(b+2cx)}{2^5c^6}\left(6(2cx+b)^4+20g^2(b+2cx)^2+6g^4\right) + \frac{c^2}{2} \cdot \frac{6}{1}\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2 - \frac{c^2}{1} \cdot \frac{6.5}{1.2} \cdot \frac{b+2cx+g}{b+2cx-g} + \frac{c^2}{1} \cdot\right.$

$$\frac{6.5.4}{1.2.3}\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}+\frac{c^2}{1}.\frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}.\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}-\frac{c^2}{2}.$$
$$\frac{6.5\ldots2}{1.2\ldots5}\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2\Big)=-\frac{B}{6cX^3}+\frac{2Ac-Bb}{2g^7}$$
$$\left(\frac{-g(b+2cx)(3g^4+10g^2(b+2cx)^2+3(b+2cx)^4)}{3.16cX^3}+3c^2\right.$$
$$\left(\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2-\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2\right)+15c^2\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right.$$
$$\left.-\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)+20c^2\log.\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\Big)$$

Si tratta di dimostrare che questo integrale è identicamente lo stesso che quello segnato (15); a questo oggetto pongo mente che $\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2-\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2$ $=\frac{(b+2cx+g)^4-(b+2cx-g)^4}{((b+2cx-g)(b+2cx+g))^2}$.

Sia per abbreviare $b+2cx=u$; si avrà $(u+g)^4-(u-g)^4$ $=8ug(u^2+g^2)=16ug(g^2+2cX)$; dunque $3c^2\left(\left(\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)^2\right.$ $\left.-\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right)^2\right)=\frac{3ug(g^2+2cX)}{X^2}$; e $15c^2\left(\frac{b+2cx-g}{b+2cx+g}\right.$ $\left.-\frac{b+2cx+g}{b+2cx-g}\right)=\frac{15cgu}{X}$; dunque $\int\frac{(A+Bx)dx}{X^4}=-\frac{B}{6cX^3}$ $+\frac{2Ac+Bb}{g^4}\left(\frac{-u(g^4+4cg^2X+3c^2X^2)}{2.3.cg^2X^3}+\frac{3u(g^2+2cX)}{2g^2X^2}\right.$ $\left.-\frac{15cu}{2g^2X}+\frac{10c^2}{g^3}\log.\frac{u+g}{u-g}\right)$. Riducendo allo stesso denominatore le tre prime frazioni del 2.° termine dell' integrale precedente si ha $\frac{-u(g^4+4g^2cX+3c^2X^2)+9cuX(g^2 2cX)-3.15c^2uX^2}{2.3.cg^2X^3}$ $=(1)$ per maggior brevità.

Ma le frazioni $\frac{-u(3g^2+u^2)}{24cX^3}-\frac{\alpha+\beta x+15bc^2x^2+10c^3x^3}{g^2X^2}$

dell' integrale (15) divengono $-\frac{u(3g^2+u^2)}{24cX^3}+\frac{u(g^2-5cX)}{g^2X^2}$

$=-g^2u$

$$= \frac{-g^2u(3g^2+u^2)+24cuX(g^2-5cX)}{24cX^3g^2}$$

$$= \frac{-g^2u(g^2+cX)+6cuX(g^2-5cX)}{bcg^2X^3} = (2)$$; fa dunque di meſtieri che l'equazione $(1) = (2)$ ſia identica, cioè

$$\frac{-u(g^4+4g^2cX+3c^2X^2)+9cuX(g^2+2cX)-45c^2uX^2}{6cg^2X^3}$$

$$= \frac{-g^2u(g^2+cX)+6cuX(g^2-5cX)}{6cg^2X^3}.$$ Infatti ſviluppando i numeratori dopo averli diviſi per u, ſi ha

$$\left.\begin{array}{l} -g^4-4cg^2X-3c^2X^2 \\ +g^4+9cg^2X+18c^2X^2 \\ \quad +cg^2X-45c^2X^2 \\ \quad -6cg^2X+30c^2X^2 \end{array}\right\} = 0$$

Integrazione in ſerie finita della formola $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2)^p}$

XIII. Primieramente conſidero il caſo di $+q$; e ſuppongo come lo richiede la generalità del problema $q > 2p$; allora q non può eſſere che della forma $q = \alpha p + \beta$; eſſendo α e β de' numeri interi poſitivi qualunque, purchè ſi abbia $\beta < p$, e che non ſi ponga mai $\alpha < 2$. Il caſo di $q = 2p$ è compreſo nondimeno nella forma $q = \alpha p + \beta$ in cui α diverrebbe $= 2$, e $\beta = 0$; ſe $q < 2p$, allora il problema non ha alcuna difficoltà ed è egualmente ſciolto da quel che ſegue.

E' quiſtione preſentemente di ridurre la frazione $\frac{x^q}{X^p}$, X eſſendo ſempre per abbreviare $= a + bx + cx^2$, in guiſa che la più alta potenza di x nel numeratore ſia minore di due unità della più alta potenza di x nel denominatore; per ottenere queſt'intento comincio a ſviluppare la potenza X^p, ed ho $X = c\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}x + x^2\right)$. Sia per brevità $\frac{a}{c} = a'$, $\frac{b}{c} = b'$; e $a' + b'x = Z$; ſi avrà $X = c(Z + x^2)$; e $(x^2 + Z)^p = x^{2p}$

$+\frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-n+1)}{1.2.3\ldots\ldots n}x^{2(p-n)}Z^n$; $n+1$ esprime il rango di ciaschedun termine; si prenderà l' ultimo termine del 2.° membro dell' equazione precedente p volte, sostituendo successivamente a n questi valori $1, 2, 3, \ldots p$. Ma $Z^n=(a'+b'x)^n=a'^n+\frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2\ldots\ldots m}a'^{n-m}b'^m x^m$; $m+1$ esprime il rango di ciaschedun termine; si prenderà n volte l'ultimo termine sostituendo successivamente a m questi valori $1, 2, 3, \ldots n$; dunque $(a'+b'x+x^2)^p=x^{2p}$

$$+\frac{p(p-1)\ldots(p-n+1)}{1.2\ldots\ldots n}a'^n x^{2(p-n)}+\frac{p(p-1)\ldots(p-n+1)}{1.2\ldots\ldots n}\left(\frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2\ldots\ldots m}a'^{n-m}b'^m x^{2(p-n)+m}\right)\ldots\ldots (18)$$

Si prenderà p volte il 2.° e 3.° termine sostituendo a n questi valori successivi $1, 2, 3, \ldots\ldots p$; e di più a ciascheduno valore particolare di n, si prenderà n volte il fattore dell' ultimo termine che giace entro i segni ( ), supponendo successivamente $m=1, 2, 3, 4\ldots\ldots n$.

In questa maniera si otterrà per via di semplici sostituzioni lo sviluppo d' una potenza intera qualunque d' un trinomio qualunque; forse ci occuperemo in altro tempo d'una materia tanto importante presa nella sua generalità; questo basti dunque per ora, tanto più che i Geometri conoscono altri metodi che conducono all' oggetto in quistione. Onde si avrà $(a'+b'x+x^2)^p=x^{2p}+a1x^{2p-1}+a2x^{2p-2}+a3x^{2p-3}+\ldots\ldots+a(2p-1)x+a(2p)$

XIV. Dividendo il numeratore per il denominatore della frazione $\frac{x^{\alpha p+\zeta}}{x^{2p}+a1x^{2p-1}+\ldots\ldots+a(2p)}$, estraggo la funzione intera di x che vi si trova; ho dunque $+x^{p(\alpha-2)+\zeta}$ per 1.° termine del quoto, ed $-a1x^{\alpha p+\zeta-1}-a2x^{\alpha p+\zeta-2}-\ldots\ldots-a(2p)x^{p(\alpha-2)+\zeta}$ per 1.° resto; il 2.° termine del quoto è $-a1x^{p(\alpha-2)+\zeta-1}$; avendo fatto la moltiplicazione e la sottrazione necessarie esprimo per $c1, c2, c3, \ldots c(2p-1), c(2p)$ i coefficienti sucessivi de i termini che formano il 2.° resto; ho per 3.° termine del quoto $+c1x^{p(\alpha-2)+\zeta-2}$; ed esprimo per $c(2p+1), c(2p+2), c(2p+3), \ldots\ldots c(4p-1), c(4p)$

i coefficienti presi negativamente del 3.° resto, dopo di che ho $-c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}$ per 4.° termine del quoto; prendo il 4.° resto, e ne esprimo per $c(4p+1)$, $c(4p+2)$, ... $c(6p-1)$, $c(6p)$ i coefficienti successivi, ciò che dà $+c(4p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-4}$ per 5.° termine del quoto; e così discorrendo.

Osservo che il coefficiente dell' ultimo termine del 4.° resto essendo $=c(6p)$, il coefficiente del 1.° termine del resto seguente sarà in virtù di questa *notazione*, $=c(6p+1)$, in modo che avrò per il 6.° termine del quoto $-c(6p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-5}$; dunque a misura che gli esponenti di x vanno diminuendo dopo il 4.° termine $-c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}$, ciascheduno d'un' unità, i coefficienti de' termini seguenti sono eguali al coefficiente di questo medesimo 4.° termine aumentato nella sua *notazione* del prodotto di $2p$ per il numero delle unità di cui le potenze di x, le quali si trovano in questi termini, sono diminuite successivamente; quindi rappresentando per $x^{p(\alpha-2)+\zeta-3-n}$ il termine generale del quoto numerato dal 5.° termine inclusivamente, il suo coefficiente sarà secondo questa *notazione* $c(1+2p+2pn)=c(1+2p(1+n))$ facendo per un momento astrazione dal segno che lo deve precedere.

Ma si dee spingere questa divisione insino al termine in cui l'esponente di x sia $=0$; dunque pongo $p(\alpha-2)+\zeta-3-n=0$; d'onde si trae $n=p(\alpha-2)+\zeta-3$; e poichè $n+4$ è il rango di ciaschedun termine n essendo contato dal 5.° termine inclusivamente, il numero totale de' termini della funzione razionale, di cui si tratta, sarà $n+4=p(\alpha-2)+\zeta+1$; ciò posto, ecco il prospetto di questa serie $\frac{x^{\alpha p+\zeta}}{x^p}=\frac{1}{c^p}$

$$\Big(x^{p(\alpha-2)+\zeta} - a1x^{p(\alpha-2)+\zeta-1} + c1x^{p(\alpha-2)+\zeta-2} - c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}$$

$$+c(4p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-4} - c(6p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-5} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\pm c\big(1+2p(1+n)\big)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3-n} \pm \ldots\ldots \pm c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)\Big)$$

$$\mp \frac{c\big(1+2p(n+2)x^{2p-1}+c(2+2p(n+2))x^{2p-2}+c(3+2p(n+2)x^{2p-3}+\ldots+a(2p)c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-\ldots}{X^p}$$

in cui il numero de' termini è $=p(\alpha-2)+\zeta+2$. Si prenderà l' ultimo termine della funzione razionale di x

positivamente o negativamente secondo che $n+3$ sarà un numero pari o un numero dispari, e ciò ch'è lo stesso, secondo che n sarà dispari o pari. Il segno della funzione frazionaria è contrario a quello dell'ultimo termine in quistione.

Si avranno i valori di $c1$, $c2$, $c3$, ... per mezzo delle seguenti equazioni.

$$a1^2-a2=c1 \qquad a1.c1-c2=c(2p+1)$$
$$a1.a2-a3=c2 \qquad c1.a2-c3=c(2p+2)$$
$$a1.a3-a4=c3 \qquad c1.a3-c4=c(2p+3)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$a1.a(2p-3)-a(2p-2)=c(2p-3) \qquad c1.a(2p-2)-c(2p-1)=c(2p-2)$$
$$a1.a(2p-2)-a(2p-1)=c(2p-2) \qquad c1.a(2p-1)-c(2p)=c(4p-1)$$
$$a1.a(2p-1)-a(2p)=c(2p-1) \qquad c1.a(2p)=c(4p)$$
$$a1.a(2p)=c(2p)$$

$$c(2p+1).a1-c(2p+2)=c(4p+1) \qquad c(4p+1).a1-c(4p+2)=c(6p+1)$$
$$c(2p+1).a2-c(2p+3)=c(4p+2) \qquad c(4p+1).a2-c(4p+3)=c(6p+2)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$c(2p+1).a(2p-1)-c(4p)=c(6p-1) \qquad c(4p+1)a(2p-1)-c(6p)=c(8p-1)$$
$$c(2p+1).a(2p)=c(6p) \qquad c(4p+1)a(2p)=c(8p)$$

E generalmente

$$c(mp+1)=a1.c\big(1+p(m-2)\big)-c\big(2+p(m-2)\big)$$
$$c(mp+2)=a2.c\big(1+p(m-2)\big)-c\big(3+p(m-2)\big)$$
$$c(mp+3)=a3.c\big(1+p(m-2)\big)-c\big(4+p(m-2)\big)$$
$$\vdots$$
$$c\big(p(m+2)-2\big)=a(2p-2).c\big(1+p(m-2)\big)-c(mp-1)$$
$$c\big(p(m+2)-1\big)=a(2p-1).c\big(1+p(m-2)\big)-c(mp)$$
$$c\big(p(m+2)\big)=a(2p).c\big(1+p(m-2)\big)$$

Il numero di questi sistemi di equazione è eguale al numero de' termini meno uno di cui è composta la funzione razionale di x, cioè $=p(\alpha-2)+\zeta$.

Dunque $\int \frac{x^q dx}{X^p} = \int \frac{x^{\alpha p+\zeta}dx}{X^p} = \frac{1}{c^p}\Big(\frac{x^{p(\alpha-2)+\zeta+1}}{p(\alpha-2)+\zeta+1}$
$-\frac{a1x^{p(\alpha-2)+\zeta}}{p(\alpha-2)+\zeta}+\frac{c1x^{p(\alpha-2)+\zeta-2}}{p(\alpha-2)+\zeta-1}-\frac{c(2p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}}{p(\alpha-2)+\zeta-2}$

$$+\frac{c(4p+1)x^{p(\alpha-2)+\zeta-3}}{p(\alpha-2)+\zeta-3}-\ldots\ldots\pm\frac{c\big(1+2p(1+n)\big)x^{p(\alpha-2)+\zeta-n-2}}{p(\alpha-2)+\zeta-n-2}\pm\ldots\ldots$$

$$\pm c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)x\mp\int dx\Big(c(1+2p(n+2))x^{2p-1}$$

$$+c\big(2p(n+2)+2\big)x^{2p-2}+c\big(3+2p(n+2)\big)x^{2p-3}+\ldots\ldots$$

$$+a(2p).c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)\Big):X^p+\text{Cost.},\ldots(19)$$

XV. Per integrare questa frazione, suppongo per abbreviare il suo numeratore $=M$, ed il suo denominatore $c^p\big(x^{2p}+a1x^{2p-1}+a2x^{2p-2}+\ldots+a(2p-1)x+a(2p)\big)=N$; e $\frac{Mdx}{N}=\frac{Mdx}{X^p}=dU$; si ha $dN=c^pdx\big(2px^{2p-1}+a1.(2p-1)x^{2p-2}+\ldots+a(2p-1)\big)$; sia per brevità $c\big(1+2p(n+2)\big)=c(1)$; dunque

$$\frac{c(1)dN}{2pc^pN}=\frac{dx}{N}\Big(c(1)x^{2p-1}+\frac{a1.c(1).(2p-1)x^{2p-2}}{2p}$$

$$+\frac{a2.c(1).(2p-2)x^{2p-3}}{2p}+\ldots+\frac{a(2p-1).c(1)}{2p}\Big)$$

Dunque $dU-\frac{c(1)dN}{2pc^pN}=\frac{dx}{N}\Big\{\Big(c\big(2+2p(n+2)\big)$

$$-\frac{a1.c(1).(2p-1)}{2p}\Big)x^{2p-2}+\Big(c\big(3+2p(n+2)\big)$$

$$-\frac{a2.c(1).(2p-2)}{2p}\Big)x^{2p-3}+\ldots+a(2p).c\big(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\big)$$

$$-\frac{a(2p-1.c(1)}{2p}\Big\}$$

Sia per maggiore semplicità

$$c\big(2+2p(n+2)\big)-\frac{a1.c(1).(2p-1)}{2p}=(1)$$

$$c\big(3+2p(n+2)\big)-\frac{a2.c(1).(2p-2)}{2p}=(2)$$

$$c\big(4+2p(n+2)\big)-\frac{a3.c(1).(2p-3)}{2p}=(3)$$

⋮

$$c\left(K+2p(n+2)\right)-\frac{a(K-1)\,.\,c(1)\,.\,(2p-K+1)}{2p}=(K-1)$$

$\vdots$

$$a(2p).c\left(1+2p(\zeta+p(\alpha-2)-2)\right)-\frac{a(2p-1)\,.\,c(1)}{2p}=(2p-1)$$

Dunque $U=\frac{c(1)}{2pc^p}$ log. N

$$+\int\frac{dx\left((1)x^{2p-2}+(2)x^{2p-3}+(3)x^{2p-4}+\ldots+(K-2)x_2^{p-K}+\ldots+(2p-1)\right)}{X^p}$$

$=\frac{c(1)}{2c^p}$ log. $X+(K-1)\int\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}$. Si prenderà $2p-1$ volte l' integrale di $\frac{(K-1)x^{2p-K}dx}{X^p}$, sostituendo successivamente a K i valori $2, 3, 4, 5, \ldots 2p$.

Sia la funzione razionale di x moltiplicata per c^p la quale entra nell' integrale (19) della formola $\frac{x^q dz}{X^p}$, $=X1$; si avrà $\int\frac{x^q dx}{X^p}=\int\frac{x^{2p+\zeta}dx}{X^p}=X1\mp\frac{c(1)}{2c^p}$ log. $X\mp(K-1)$ $\int\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}, \ldots$ (20) + Cost. Prendendo l'ultimo termine ch'è sotto il segno d' integrazione, come l' abbiam detto di sopra.

XVI. Cerco di presente l' integrale della frazione $\frac{x^{2p-K}dx}{X^p}$; prendo per quest' oggetto i due fattori di X diviso da c; essi sono $x+\frac{b-g}{2c}$, $x+\frac{b+g}{2c}$; essendo $g=\sqrt{(b^2-4ac)}$; suppongo per abbreviare $\frac{b+g}{2c}=g1$, e $\frac{b-g}{2c}=g2$; pongo $\frac{1}{(x+g1)(x+g2)}=\frac{u}{x+g1}$; dunque $u=\frac{1}{x+g2}$; e $x=\frac{1-ug2}{u}$; dunque $dx=-\frac{du}{u^2}$; e $x+g1=\frac{1+ug3}{u}$ aven-

do fatto per abbreviare $g1 - g2 = g3$; dunque $\frac{1}{(x+g1)(x+g2)}$ $= \frac{u^2}{1+ug3}$; e $\frac{x^{2p-K}dx}{X^p} = -\frac{(1-ug2)^{2p-K}u^{K-2}du}{c^p(1+ug3)^p}$.

Sia $2p - K = q'$; si avrà $(1-ug2)^{q'}$ $= \pm \frac{q'(q'-1)(q'-2)\ldots(q'-n+1)}{1.2.3\ldots\ldots n} u^n g2^n$; $n+1$ indica il rango di ciaschedun termine; e si prenderà il 2.° membro dell' equazione precedente $q'+1$ volte sostituendo successivamente a n i valori 0, 1, 2, 3, $4\ldots\ldots q'$; ponendo però l' unità invece del coefficiente $\pm\frac{q'(q'-1)\ldots\ldots}{1.2.\ldots\ldots}$ quando $n=0$: per gli altri valori di n si conserverà il segno superiore quando $n+1$ è un numero dispari, ed il segno inferiore quando $n+1$ è un numero pari; si ha dunque con queste condizioni $-\frac{u^{K-2}(1-ug2)^{q'}du}{(1+g3u)^p} = \mp\frac{q'(q'-1)\ldots\ldots(q'-n+1)}{1.2.\ldots\ldots n}$. $\frac{g2^n u^{K+n-2}du}{(1+ug3)^p}$ — ovvero $+$ secondo che n è un numero pari ovvero un numero dispari.

Sia $1+ug3 = z$; si avrà $du = \frac{dz}{g3}$; e $u = \frac{z-1}{g3}$; sia a cagione di brevità $K+n-2 = r$: si avrà $u^r = \frac{(z-1)^r}{g3^r}$; r sarà sempre un numero intero positivo; perchè i più piccoli valori di K e di n sono $K=2$ e $n=0$; dunque il minimo valore di r è $r=0$; dunque gli altri valori saranno de' numeri positivi.

Ma $(z-1)^r = z^r \pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2.\ldots\ldots m} z^{r-m}$; prendendo questo termine r volte, sostituendo successivamente a m questi valori 1, 2, 3, $\ldots r$; si riterrà $+$ ovvero $-$ secondo che m sarà un numero pari ovvero un numero dispari; $m+1$ esprime, com' è chiaro, il rango di ciaschedun termine.

Dunque $\frac{u^{K+n-2}du}{(1+ug3)^p} = \frac{(z-1)^r dz}{g3^{r+1}z^p} = \frac{1}{g3^{r+1}}\Big(z^{r-p}dz$

$\pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} z^{r-m-p}dz \Big)$. Ma $r-p \pm K+n$ $-p-2=r'$; dunque $\int \frac{u^{K+n-2}du}{(1+g3u)^p} = \frac{1}{g3^{r+1}} \int \frac{(z-1)^r dz}{z^p}$ $= \frac{1}{g3^{r+1}} \Big(\frac{1}{r'+1} z^{r'+1} \pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m}$. $\frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1} \Big)$; dunque $\int \frac{x^{2p-K}dx}{(a+bx+cx^2)^p} = -\frac{1}{c^p}$. $\int \frac{(1-ug2)^{q'} u^{K-2}du}{(1+ug3)^p} = \text{Cost.} \mp \frac{g2^n}{g3^{r+1}c^p}$. $\frac{q'(q'-1)(q'-2)\ldots(q'-n+1)}{1.2\ldots\ldots n} \Big(\frac{1}{r'+1} z^{r'+1}$

$$\pm \frac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} \cdot \frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1} \Big) \ldots\ldots (21)$$

Integrale che deve essere preso colle seguenti regole.

1.° Si prenderà l'anzidetto integrale (21) $q'+1$ volte sostituendo successivamente a n questi valori $0, 1, 2, 3, \ldots q'$; quando $n=0$, si porrà per lo coefficiente $\frac{q'(q'-1)\ldots}{1.2\ldots}$ l'unità; e si riterrà $-$ ovvero $+$ secondo che $n+1$ sarà dispari o pari.

2.° Per ciascheduno valore particolare di n si prenderà r volte il termine $\pm \frac{r(r-1)\ldots(r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m}$. $\frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1}$, sostituendo successivamente a m i valori $1, 2, 3, \ldots\ldots r$; si conserverà il segno $+$ ovvero il segno $-$ secondo che m sarà un numero pari o dispari.

3.° Finalmente tutte le volte che si avrà $r'+1=0$, e $r'-m+1=0$, si metterà log. z invece di $\frac{1}{r'+1} z^{r'+1}$, e di $\frac{1}{r'-m+1} z^{r'-m+1}$.

Vi saranno $2p-1$ integrali (21) a prendere; ciò che non dimanda che delle semplici sostituzioni; in questa guisa si otterrà il valore *actu* sviluppato dell'integrale (20).

Aggiungo

Aggiungo qui i valori delle quantità ch'entrano nell' integrale precedente, perchè se ne possa fare un uso facile e pronto quando il richiegga il caso; eccoli $g = \sqrt{(b^2 - 4ac)}$, $g1 = \frac{b+g}{2c}$, $g2 = \frac{b-g}{2c}$, $g3 = \frac{g}{c}$, $q' = 2p - K$, $r = K + n - 2$, $r' = K + n - p - 2$, $z = \frac{2cx + b + g}{2cx + b - g}$.

XVII. Dalla soluzione del caso di $q = \alpha p + \zeta > 2p$ segue facilmente quella de' casi in cui $q = 2p$, e $q < 2p$; se $q = 2p$, si ha $\zeta = 0$; e $\alpha = 2$; ed il numero de i termini della funzione razionale di x ch'entra nell'equazione (19) è $n + 4 = p(\alpha - 2) + \zeta + 1 = 1$; ed il numero de i sistemi di equazioni atti a dare il valore delle quantità c^1, c^2, ecc. è $= p(\alpha - 2) + \zeta = 0$; dunque $X1 = \frac{x}{c^p}$; ed il numeratore della frazione ch' entra nell' integrale (19) è $= -\left(a1x^{2p-1} + a2x^{2p-2} + \alpha(2p)\right)$; dunque $c(1) = -a1$; dunque i valori (1), (2), ecc. divengono

$$(1) = -a2 + \frac{a1^2 . (2p-1)}{2p}, \quad (2) = -a3 + \frac{a1 . a2 . (2p-2)}{2p}$$

:

:

$$(K-1) = -aK + \frac{a1 . a(K-1) . (2p - K + 1)}{2p} \text{ ecc.}$$

Se $q < 2p$, allora $\alpha = 1$; e ζ sarà un numero qualunque intero positivo $< p$; e si avrà $\int \frac{x^q dx}{X^p} = \int \frac{x^{p+\zeta} dx}{X^p}$. Sia dunque $p + \zeta = 2p - K$, allora $K = p - \zeta$; se K è un numero qualunque > 1, l'integrale della proposta frazione è dato immediatamente dalla formola (21); se $K = 1$, si ridurrà la frazione $\frac{x^{p+\zeta} dx}{X^p}$ a questa $\frac{x^{2p-K'} dx}{X}$ in cui il più piccolo valore di K' sia $= 2$; come appunto abbiam fatto di sopra; ed il problema sarà sciolto.

XVIII. Vengo al 2.° caso in cui q è un numero qualunque negativo intero; la frazione che si deve integrare è

questa $\frac{dx}{x^q X^p}$; la riduzione del n°. 16 dà $\frac{dx}{x^q X^p}$
$= -\frac{u^{2(p-1)+q}du}{c^p(1-g2u)^q(1+ug3)^p}$; q essendo $= K - 2p$; sia come sopra $1 + ug3 = z$; si avrà $u^{2(p-1)+q} = \frac{(z-1)^{2(p-1)+q}}{g3^{2(p-1)+q}}$; ed in conseguenza $-\frac{u^{2(p-1)+q}du}{c^p(1-ug2)^q(1+ug3)^p} = -\frac{g3^q}{c^p g3^{2(p-1)+q+1}} \cdot \frac{dz(z-1)^{2(p-1)+q}}{z^p(g4-g2z)^q} = -\frac{1}{c^p g3^{2p-1}} \cdot \frac{dz(z-1)^{2(p-1)+q}}{z^p(g4-g2z)^q}$; poichè $1-ug2 = \frac{g4-g2z}{g3}$, essendo $g3+g2=g4$.

Sia per abbreviare $2(p-1)+q = r''$; si avrà $(z-1)^{r''} = \pm \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} z^{r''-m}$, prendendo questo termine $r''+1$ volte, sostituendo successivamente a m questi valori 0, 1, 2, 3, ... r''; e quando $m=0$, si porrà $+1$ per il coefficiente $\pm\frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.2\ldots m}$; e si conserverà per gli altri valori di m $+$ ovvero $-$, secondo che m sarà un numero pari, ovvero un numero dispari. Dunque

$$-\frac{1}{c^p g3^{2p-1}}(z-1)^{2(p-1)+q} \cdot \frac{dz}{z^p(g4-g2z)^q} = \mp\frac{1}{c^p g3^{2p-1}} \cdot \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.2\ldots\ldots m} z^{r''-m-p} \cdot \frac{dz}{(g4-g2z)^q}$$

prendendo questo termine $r''+1$ volte nel modo già prescritto, positivamente o negativamente secondo che m sarà un numero dispari o un numero pari.

Sia $r''-m-p = p+q-2-m = r'''$; e $g4-zg2 = s$; si avrà $g2z = g4-s$; e $z = -\frac{1}{g2}(s-g4)$; dunque $dz = -\frac{ds}{g2}$; dunque $\frac{z^{r'''}dz}{(g4-g2z)^q} = \left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \cdot \frac{(s-g4)^{p+q-2-m}ds}{s^q}$.

Ma $r''' = p+q-m-2$ non sarà un numero intero negativo dopo il valore di $m=0$ insino a quello che darà $r''' = 0 = p+q-m-2$, cioè insino a $m = p+q-2$; si

avrà dunque $(s-g4)^{r'''} = s^{r'''} \pm \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots\mu} s^{r'''-\mu} g4^{\mu}$;

$\mu+1$ esprime il rango di ciascchedun termine; si prenderà r'' volte l'ultimo termine ponendo successivamente, invece di μ, questi valori $1, 2, 3, \ldots r'''$; $+$ ovvero $-$ secondo che μ sarà pari ovvero dispari; e r''' sarà contenuto fra i limiti 0, e $p+q-2$.

Dunque $\int \frac{z^{r'''}dz}{(g4-g2z)^q} = \left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \int \frac{(s-g4)^{r'''}ds}{s^q}$

$$=\left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \int \left(s^{r'''-q}ds \pm \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots\mu} g4^{\mu} s^{r'''-\mu-q}\, ds\right)$$

$$=\left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \left(\frac{1}{r'''-q+1} s^{r'''-q+1} \pm \frac{g4^{\mu}}{r'''-q-\mu+1} \cdot \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots\mu} s^{r'''-\mu-q+1}\right) + \text{Cost.}$$

Dunque $\int \frac{dx}{x^q X^p} = -\frac{1}{c^p} \int \frac{u^{2(p-1)+q}du}{(1-ug2)^q(1+ug3)^p} = \mp \frac{1}{c^p g3^{2p-1}} \cdot$

$$\frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots m} \int \frac{z^{r'''}dz}{(g4-g2z)^q} = \mp \left(-\frac{1}{g2}\right)^{r'''+1} \cdot$$

$$\frac{1}{c^p g3^{2p-1}} \cdot \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots m} \left(\frac{1}{r'''-q+1} s^{r'''-q+1} \pm \frac{g4^{\mu}}{r'''-q-\mu+1} \cdot \frac{r'''(r'''-1)\ldots(r'''-\mu+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots\mu} s^{r'''-\mu-q+1}\right) + X2 + \text{Cost.} \ldots (22).$$

Ho rappresentato per $X2$ la 2.ª parte di questo integrale, cioè la funzione di x che dipende da i valori di m i quali seguono immediatamente quello cui ci siamo fermati, ch'era $m = p+q-2$.

La 1.ª parte dell'integrale precedente dev'essere presa colle seguenti regole.

1.° Si prenderà questa 1.ª parte $p+q-1$ volte, sostituendo successivamente a m i valori $0, 1, 2, 3, \ldots\ldots p+q-2$; quando $m=0$, si porrà -1 per il coefficiente $\pm \frac{r''(r''-1)\ldots}{1.\ 2.\ldots\ldots}$; e si riterrà per gli altri valori di m il segno $-$ ovvero il segno $+$ secondo che m sarà pari ovvero dispari.

2.° Per ciascheduno valore di m si prenderà r'' volte l'ultimo termine di questa 1.ª parte, il quale rinchiude μ, mettendo successivamente per μ questi valori 0, 1, 2, 3, ... r'''; r''' essendo contenuto fra i limiti 0, e $p+q-2$; si conserverà $+$ ovvero $-$, secondo che μ sarà pari o dispari.

3.° Ogni volta che si avrà $r'''-q+1=0$, e $r'''-\mu-q+1=0$; si metterà log. s invece di $\frac{1}{r'''-q+1}s^{r'''-q+1}$ e di $\frac{1}{r'''-q-\mu+1}s^{r'''-\mu-q+1}$.

Ciò posto si sostituiranno da ultimo nell' integrale trovato i valori di $g4$, r'', r''' e s che sono $g4=\frac{b+g}{2c}$; $r''=2(p-1)+q$; $r'''=p+q-m-2$; ed $s=\frac{2gx}{b+2xc-g}$.

XIX. Fa d'uopo al presente di determinare la funzione integrale $X2$; richiamiamoci a memoria per quest' oggetto che dovevamo prendere l' integrale $\mp\frac{1}{c^p g3^{2p-1}}$. $\frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\ 2.\ \ldots m}\cdot\int\frac{z^{r''-m-p}dz}{(g4-g2z)^q}$, $r''+1=2(p-1)+q+1$ volte; noi l'abbiam già preso ossia prescritto di prenderlo col metodo precedente $p+q-1$; resta dunque a calcolarlo p volte; ed in conseguenza si sostituiranno a m questi valori successivi $m=p+q-1$, $p+q$, $p+q+1$, $p+q+2$, ...$2(p-1)+q$; in guisa che r''' diverrà successivamente $r'''=p+q-2-m=-1, -2, -3, -4, -\ldots\ldots-p$; dunque bisogna integrare la frazione $\mp\frac{1}{c^p g3^{2p-1}}\cdot\frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\ 2.\ \ldots.\ m}\int\frac{dz}{z^K(g4-g2z)^q}=X2$; essendo successivamente $K=1, 2, 3, \ldots p$.

Paragonando la frazione $\frac{dz}{z^K(g4-g2z)^q}$ colla formola trascritta al n.° 7, rappresento per $S4$ la serie de i $q-1$ termini algebraici che vi entrano, ed ottengo $x=z$; $c=-g2$;

$b = g4$; $p = q$; $m = -K$; $n = 1$; dunque $\int \frac{dz}{z^K(g4 - g2z)^q}$ $= -\frac{(2-q-K)(3-q-K)(4-q-K)\ldots(-K)}{1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots(q-1)(-g2)^{q-1}}\left(S4 - \int\frac{z^{1-q-K}dz}{g4-g2z}\right)$

E $S4 = \frac{z^{2-q-K}}{(2-q-K)(g4-g2z)} + \frac{1.\ (-g2)z^{3-q-K}}{(2-q-K)(3-q-K)(g4-g2z)^2}$ $+ \frac{1.\ 2.\ (-g2)^2 z^{4-q-K}}{(2-q-K)(3-q-K)(4-q-K)(g4-g2z)^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ $+ \frac{1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots(q-2)(-g2)^{q-2}z^{-K}}{(2-q-K)(3-q-K)\ldots(-K)(g4-g2z)^{q-1}}$, ... (23). In cui il numero de' termini è $= q - 1$.

Ma $\int\frac{dz}{z^{K+q-1}(g4-g2z)} = \frac{1}{g4(2-q-K)z^{q+K-2}}$ $+ \frac{g2}{g4^2(3-q-K)z^{q-K-3}} + \frac{g2^2}{g4^3(4-q-K)z^{q+K-4}} + \ldots\ldots$ $+ \frac{g2^{K+q-2}}{g4^{K+q-1}}\log.\frac{z}{g4-g2z}$, ... (24). Il cui numero de' termini è $= K + q - 1$.

XX. Dunque $X2 = \mp\frac{1}{c^p\, g3^{2p-1}} \cdot \frac{r''(r''-1)\ldots(r''-m+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots m.}$ $\cdot \frac{(2-q-K)(3-q-K)\ldots(-K)}{1.\ 2.\ldots\ldots(q-1)(-g2)^{q-1}}\left(-S4 + \int\frac{dz}{(g4-g2z)z^{q+K-1}}\right)$ ... (25). Le funzioni $S4$, $\int\frac{dz}{(g4-g2z)z^{q+K-1}}$, ſono date ciaſcheduna in una ſerie finita di termini finiti per le formole (23) e (24).

Si prenderà p volte queſt' integrale ſoſtituendo ſucceſſivamente a K i valori $K = 1, 2, 3, \ldots p$; ed a ciaſcheduno de i valori di K ſi farà corriſpondere ciaſcheduno de i valori ſeguenti di $m = p + q - 1$, $p + q$, $p + q - 1$, $p + q - 2$, ... $2(p-1) + q$; e ſi conſerverà il ſegno $-$ ovvero il ſegno $+$, ſecondo che m ſarà pari ovvero diſpari.

XXI. Si avrebbe ottenuto l' integrale di $\frac{dx}{x^q X^p}$ in queſt'

altra maniera, ſupponendo $x = \frac{1}{y}$; d'onde riſulta dopo le ſoſtituzioni, e riduzioni neceſſarie $\int \frac{dx}{x^q X^p}$

$= -\int \frac{y^{2(p-1)+q} dy}{(ay^2+by^2+c)^p}$, frazione ch'è della forma $\frac{x^q dx}{X^p}$.

XXII. Se i fattori del denominatore ſono immaginarj, è ſempre quiſtione d'integrare la frazione $\frac{x^{2p-K} dx}{X^p}$; le funzioni $X1$ e log. X ch'entrano nell'integrale (20) non contenendo alcuna eſpreſſione immaginaria; allora invece di $X = a + bx + cx^2$ prendo $X = a^2 - 2abx \cos\phi + b^2x^2$; e pongo $x = z + \frac{a \cos\phi}{b}$; ho, ſoſtituendo queſto valore di x, $X = (a \sin\phi)^2 + b^2z^2$; ſia $\frac{b}{a \cos\phi} = D$; e $2p - K = q'$; ſi avrà $x^{q'} = \frac{1}{Pq'}(1 + Pz)^{q'} = P^{n-q'}$. $\frac{q'(q'-1)\ldots(q'-n+1)}{1.\ 2.\ldots.\ n} z^n$; $n+1$ indica il rango di ciaſchedun termine del *binomio*; ſi prenderà il termine precedente $q'+1$ volte, ſoſtituendo ſucceſſivamente a n i valori $0, 1, 2, 3, \ldots q'$; quando $n = 0$, ſi porrà l'unità in luogo del coefficiente $\frac{q'(q'-1)\ldots}{1.\ 2.\ldots}$; onde ſi avrà con queſte condizioni

$$\int \frac{x^{2p-K} dx}{X^p} = P^{n-q'}. \frac{q'(q'-1)\ldots(q'-n+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots n} \int \frac{z^n dz}{(a^2 \sin^2\phi + b^2z^2)^p}.$$

Per ottenere queſt' integrale ricorro alla formola del n.° 7, ed ho, paragonando, $x = z$; $m = n$; $b = (a \sin\phi)^2$; $c = b^2$; $n = 2$; quindi $\int \frac{z^2 dz}{(a^2 \sin^2\phi + b^2z^2)^p}$

$$= -\frac{(n-2p+3)(n-2p+5)(n-2p+7)\ldots(n-1)}{1.\ 2.\ 3.\ldots(p-1)(2b^2)^{p-1}}$$

$$\left(\frac{z^{n-2p+3}}{(n-2p+3)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)} + \frac{1.\ (2b^2)z^{n-2p+5}}{(n-2p+3)(n-2p+5)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^2}\right.$$

$$+ \frac{1.\ 2.\ (2b^2)^2 z^{n-2p+7}}{(n-2p+3)\ldots(n-2p+7)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^3} + \ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1.2.3\ldots(p-2)(2b^2)^{p-2}z^{n-1}}{(n-2p+3)(n-2p+5)\ldots(n-1)(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)^{p-1}}$$

$-\int\frac{z^{n-2(p-1)}dz}{a^2\sin^2\phi+b^2z^2}\Big)$, ... (26). Il cui numero di termini è $=p$.

Il più grande valore di n è quello di $n=q'=2p-K$; dunque in tal caso $n-2(p-1)=2-K$; ma il minimo valore di K è $K=2$; dunque $n-2(p-1)$ sarà o zero o sempre un numero negativo; sia dunque $2(p-1)-n=p'$; si avrà $\int\frac{z^{n-2(p-1)}dz}{(a\sin\phi)^2+b^2z^2}=\int\frac{dz}{(a^2\sin^2\phi+b^2z^2)z^{p'}}$.

Ora il valore di quest' integrale è dato per la formola (6) (a) della precedente Memoria, formola di cui si dee leggere l'ultimo termine nella maniera indicata da principio; ma avanti di andar oltra, noi le daremo una forma più facile e insieme più vantaggiosa per la ricerca degl' integrali che ne dipendono.

Quando p' è pari, il termine $\left(\frac{-1\pm1}{2}\right)\frac{b^{p'-1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$ log. u della mentovata serie svanisce, ed i termini $\frac{+du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}$ divengono $\frac{-2du\sqrt{(-D)}}{b^2u^2+D}$; onde

$$-\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\left(\frac{+du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)=\frac{b^{p'}}{(-D)^{\frac{p'}{2}}}$$

$\int\frac{du}{b^2u^2+D}=\pm\frac{b^{p'-1}}{D^{\frac{p'+1}{2}}}$ Arc. tan. $\frac{bu}{\sqrt{D}}$. + ovvero − secondo che $\frac{p'}{2}$ è un numero pari ovvero dispari.

Se p' è un numero dispari, si avrà $-\frac{b^{p'}}{2(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$

(a) V. Mem. della Soc. It. 4.° Vol. pag. 577.

$$\int\left(\frac{-du}{bu+\sqrt{(-D)}}-\frac{du}{bu-\sqrt{(-D)}}\right)=+\frac{b^{p+1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$$

$\int\frac{udu}{D+b^2u^2}$. Ma il differenziale del termine $\left(\frac{-1\pm1}{2}\right)$ $\frac{b^{p'-1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$ log. u diviene in questa ipotesi $=-\frac{b^{p'-1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}$. $\frac{du}{u}$. Dunque $\frac{b^{p'+1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\frac{udu}{b^2u^2+D}-\frac{b^{p'-1}}{(-D)^{\frac{p'+1}{2}}}\int\frac{du}{u}$

$$=\frac{b^{p'-1}}{(-D)^{\frac{p'-1}{2}}}\int\frac{du}{u(D+b^2u^2)}=\pm\frac{b^{p'-1}}{D^{\frac{p'+1}{2}}}\log.\frac{u}{\sqrt{(D+b^2u^2)}}$$

$+$ ovvero $-$ secondo che $\frac{p'-1}{2}$ è pari ovvero dispari.

Dunque facendo nella serie mentovata (6) queste sostituzioni, si ha

1.° Quando p' è un numero pari $p'=2p''$

$$\int\frac{du}{(D+b^2u^2)u^{2p''}}=-\frac{1}{(2p''-1)Du^{2p''-1}}+\frac{b^2}{(2p''-3)D^2u^{2p''-3}}$$
$$-\frac{b^4}{(2p''-5)D^3u^{2p''-5}}+\ldots\ldots\pm\frac{b^{2(p''-1)}}{D^{p''}u}\pm\frac{b^{2p''-1}}{D^{\frac{2p''+1}{2}}}$$

Arc. tan. $\frac{bu}{\sqrt{(D)}}$, ... (27). Il numero de' termini è $=p''+1$; si riterrà il segno superiore quando p'' sarà pari, ed il segno inferiore quando p'' sarà dispari.

2.° Se p' è un numero dispari $p'=2p''+1$, si ha

$$\int\frac{du}{(D+b^2u^2)u^{2p''+1}}=-\frac{1}{2p''Du^{2p''}}+\frac{b^2}{2(p''-1)D^2u^{2(p''-1)}}$$
$$-\frac{b^4}{2(p''-2)D^3u^{2(p''-2)}}+\ldots\ldots\pm\frac{b^2p''}{Dp''+1}\log.\frac{u}{\sqrt{(D+b^2u^2)}};$$

.... (28). Il numero de' termini è $=p''+1$; $+$ ovvero $-$ secondo che p'' è pari ovvero dispari.

Dunque quando $p'=2(p-1)-n$ è un numero pari $=2p''$, sostituendo per D, $D+b^2u^2$, $u=z$, $du=dz$, i

loro

loro valori $a^2 \sin^2\phi$, X, $\frac{bx - a\cos\phi}{b}$, dx, e riducendo, si ha

$$b\int \frac{dx}{X(bx+a\cos\phi)^{2p''}} = -\frac{1}{(2p''-1)(a\sin\phi)^2(bx-a\cos\phi)^{2p''-1}}$$

$$+\frac{1}{(2p''-3)(a\sin\phi)^4(bx-a\cos\phi)^{2p''-3}}$$

$$-\frac{1}{(2p''-5)(a\sin\phi)^6(bx-a\cos\phi)^{2p''-5}}+\ldots\ldots\ldots$$

$$\pm\frac{1}{(a\sin\phi)^{2p''}(bx-a\cos\phi)}\pm\frac{1}{(a\sin\phi)^{2p''+1}}\ \text{Arc. tan.}\ \frac{bx-a\cos\phi}{a\sin\phi}\ldots(29).$$

Il numero de' termini è $=p''+1$; il segno superiore quando p'' è pari, l'inferiore quando p'' è dispari.

Se p' è dispari $p'=2(p-1)-n=2p''+1$, si ha

$$b\int \frac{dx}{X(bx-a\cos\phi)^{2p''+1}} = -\frac{1}{2p''(a\sin\phi)^2(bx-a\cos\phi)^{2p''}}$$

$$+\frac{1}{2(p''-1)(a\sin\phi)^4(bx-a\cos\phi)^{2(p''-1)}}$$

$$-\frac{1}{2(p''-2)(a\sin\phi)^6(bx-a\cos\phi)^{2(p''-2)}}+\ldots\ldots\ldots$$

$\pm\frac{1}{(a\sin\phi)^{2(p''+1)}}\log.\frac{bx-a\cos\phi}{b\sqrt{X}}$, ... (30). Il numero de' termini $=p''+1$; si prenderà $+$ ovvero $-$ secondo che p'' sarà pari ovvero dispari.

Dunque facendo le sostituzioni necessarie si ha finalmente

$$\int\frac{x^{2p-K}dx}{X^p} = -\frac{(a\cos\phi)^{q'-n}}{2^{p-1}b^{q'+1}}\cdot\frac{q'(q'-1)\ldots(q'-n+1)}{1.2.\ldots\ldots n}\cdot$$

$$\frac{(n-2p+3)(n-2p+5)(n-2p+7)\ldots(n-1)}{1.\ 2.\ 3.\ \ldots\ldots(p-1)}$$

$$\left(\frac{(bx-a\cos\phi)^{n-2p+3}}{(n-2p+3)X}+\frac{1.(2)(bx-a\cos\phi)^{n-2p+5}}{(n-2p+3)(n-2p+5)X^2}\right.$$

$$+\frac{1.2.(2)^2(bx-a\cos\phi)^{n-2p+7}}{(n-2p+3)\ldots(n-2p+7)X^3}+\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{1.2.3\ldots\ldots(p-2)(2)^{p-2}(bx-a\cos\phi)^{n-1}}{(n-2p+3)(n-2p+5)\ldots(n-1)X^{p-1}}$$

$$-b\int\frac{dx}{X(bx-a\cos\phi)^{p'}}\Big),\ \ldots(31).$$ Il numero de' termini è $=p$.

Si prenderà $q'+1$ volte questo integrale, sostituendo successivamente a n i valori $0, 1, 2, 3, \ldots q'$; essendo $q'=2p-K$, e K mai <2; quando $n=0$, si porrà l'unità in luogo del coefficiente $\frac{q'(q'-1)\ldots}{1.2\ldots}$; e quando $n=1$, invece della serie ch' esprime l'integrale di $\frac{z^n dz}{(a^2 sin^2\phi+b^2z^2)^p} = \frac{(bx-a\cos\phi)dx}{bX^p}$ si metterà l'integrale $\frac{1}{2b^2(1-p)X^{p-1}}$ ch'è dato immediatamente per la regola d'integrazione, cioè la formola (31) diverrà nel caso di $n=1$, $=\frac{q'(a\cos\phi)q'^{-1}}{2b^{q'+1}(1-p)X^{p-1}}$.

L'integrale di $b\int\frac{dx}{X(bx-a\cos\phi)^{p'}}$ è dato per la formola (29) o per la formola (30) secondo che $p'=2(p-1)-n$ è pari o dispari, ma nessuna delle precedenti formole contiene degli imaginarj; dunque il problema è sciolto.

XXIII. Se fosse d'uopo d'integrare nella stessa ipotesi la formola $\frac{dx}{x^q X^p}$, X essendo $=a^2-2abx\cos\phi+b^2x^2$, si farebbe $x=\frac{1}{y}$, e si avrebbe dopo le sostituzioni e riduzioni necessarie $\int\frac{dx}{x^qX^p}=-\int\frac{y^{2(p-1)+q}dy}{(a^2y^2-2aby\cos\phi+b^2)^p}$ ch' è della forma $\int\frac{x^q dx}{X^p}$; ciò che non ha in conseguenza alcuna difficoltà.

Integrazione in serie finita della formola $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$.

XXIV. Considero primieramente per maggiore semplicità la formola $\frac{(A+Bx+Cx^2)dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p}$. Sia $a+bx+cx^2+fx^3=X$; suppongo $x=y-\frac{c}{3f}$ affine di distruggere il 2.° termine di X; onde si avrà dopo aver posto per abbreviare $\frac{b}{f}-\frac{c^2}{3f^2}=a1$; $\frac{a}{f}-\frac{bc}{3f^2}+\frac{2c^3}{27f^3}=b1$; $\frac{a}{f}+\frac{b}{f}x+\frac{c}{f}x^2+x^3=b1+a1y+y^3$; ed il numeratore della proposta diviene nella stessa ipotesi $=(A1+B1y+cy^2)dy$; $A1$ e $B1$ essendo date per mezzo delle equazioni $A1=A-\frac{Bc}{3f}+\frac{Cc^2}{9f^2}$, e $B1=B-\frac{2Cc}{3f}$; onde la funzione che bisogna integrare sarà $\frac{(A1+B1y+Cy^2)dy}{Y^p}$, essendo $Y=f(b1+a1y+y^3)$.

XXV. Sviluppiamo brevemente il caso di $p=1$; si avranno i tre fattori dell' espressione $y^3+a1y+b1$, moltiplicando i termini del trinomio $y-\sqrt[3]{(-\frac{b1}{2}+\sqrt{(\frac{b1^2}{4}+\frac{a1^3}{27})})}$ $-\sqrt[3]{(\frac{b1}{2}-\sqrt{(\frac{b1^2}{4}+\frac{a1^3}{27})})}$ primieramente per l' unità, poi il 2.° termine per $\alpha=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, ed il 3.° per $\beta=\frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2}$, in seguito il 2.° termine per β ed il 3.° per α; 1, α, e β essendo, com'è noto, le radici cubiche dell' unità, o dell' equazione $y^3-1=0$.

Siano $r1$, $r2$, $r3$ le parti conosciute e rispettive de i fattori in quistione, e pongasi per maggiore brevità $-\frac{b1}{2}$

$= P$; $\frac{b1^2}{4} + \frac{a1^3}{27} = \mathfrak{Q}$; si avrà $r1 = \sqrt[3]{(P + \sqrt{\mathfrak{Q}})} + \sqrt[3]{(P - \sqrt{\mathfrak{Q}})}$, $r2 = \alpha\sqrt[3]{(P + \sqrt{\mathfrak{Q}})} + \beta\sqrt[3]{(P - \sqrt{\mathfrak{Q}})}$, $r3 = \beta\sqrt[3]{(P + \sqrt{\mathfrak{Q}})} + \alpha\sqrt[3]{(P - \sqrt{\mathfrak{Q}})}$. Dunque $y^3 + a1y + b1 = (y - r1)(y - r2)(y - r3 = (y - r1)$ $(y^2 - (r2 + r3)y + r2r3)$; sia per abbreviare $r2 + r3 = r4$; $r2r3 = r5$; si troverà $r4 = -\sqrt[3]{(P + \sqrt{\mathfrak{Q}})} - \sqrt[3]{(P - \sqrt{\mathfrak{Q}})}$; e $r5 = \sqrt[3]{(P + \sqrt{\mathfrak{Q}})^2} + \sqrt[3]{(P - \sqrt{\mathfrak{Q}})^2} + \frac{a1}{3}$. Suppongo

$$\frac{A1 + B1y + Cy^2}{y^3 + a1y + b1} = \frac{A'}{y - r1} + \frac{B' + C'y}{y^2 - r4y + r5}$$; si troverà

$$A' = \frac{r1(r1C + B1) + A1}{r5 - r1(r4 - r1)},\ B' = \frac{A1(r4 - r1) + r5(B1 + r1C)}{r5 - r1(r4 - r1)},$$

$$C' = \frac{c(r5 - r1r4) - A1 - B1r1}{r5 - r1(r4 - r1)}.$$ Dunque

$$\int \frac{(A1 + B1y + Cy^2)\,dy}{y^3 + a1y + b1} = \text{Cost.} + A'\log.(y - r1) + \frac{c'}{2}\log.(y^2 - r4y + r5) + \frac{2B' + r4c'}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}\ \text{Ar. tan.}\ \frac{2y - r4}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}.$$ Sostituendo in questo integrale il valore di $y = x + \frac{c}{3f}$ si avrà

$$\int \frac{(A + Bx + (x^2)\,dx}{a + bx + cx^2 + fx^3} = \text{Cost.} + \log.\left(x - r1 + \frac{c}{3f}\right)^{\frac{A'}{f}}.$$

$$\left(x^2 + x\left(\frac{2c}{3f} - r4\right) + \frac{c}{3f}\left(\frac{c}{3f} - r4\right) + r5\right)^{\frac{c'}{2f}} + \frac{2B' + r4C'}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}$$

$$\text{Arc. tan.}\ \frac{2x - r4 + \frac{2c}{3f}}{\sqrt{(4r5 - r4^2)}}, \ \ldots\ (32).$$

Qualunque sia la natura de' fattori $r1$, $r2$, $r3$, l' integrale precedente non presenta alcuna difficoltà in virtù delle riflessioni già fatte, e del prodotto sempre reale di due de' detti fattori presi nel debito modo.

XXVI. Ritorno al caso generale, e pongo

$$\frac{1}{(y - r1)(y^2 - r4y + r5)} = \frac{u}{y^2 - r4y + r5}$$; dunque $u = \frac{1}{y - r1}$; $y = \frac{1 + ur1}{u}$; $dy = -\frac{du}{u^2}$; e $y^2 - r4y + r5 = \frac{1 + r6u + r7u^2}{u^2}$,

facendo per maggiore brevità $r6 = 2r1 - r4$; $r7 = r5 + r1(r1 - r4)$; dunque $\frac{1}{(y - r1)(y^2 - r4y + r5)} = \frac{u^3}{1 + r6u + u^2r7}$; dunque $\frac{1}{(y^3 + a1y + b1)^p} = \frac{u^{3p}}{(1 + r6u + u^2r7)^p}$. Ora $A1 + B1y + Cy^2 = \frac{C + B2u + A2u^2}{u^2}$, avendo supposto per abbreviare $A2 = A1 + r1(B1 + Cr1)$; e $B2 = B1 + 2Cr1$. Dunque $\frac{(A1 + B1y + Cy^2)\,dy}{(y^3 + a1y + b1)^p} = -\frac{(A2u^2 + B2u + C)\,u^{3p-4}du}{(1 + rbu + u^2r7)^p}$, ch'è la frazione che fa d'uopo integrare.

XXVII. Ma osservo avanti di andar oltra, che in virtù del metodo ossia dell'artifizio che adopro nella ricerca di questi integrali, non è più difficile l'integrare $\frac{(A + Bx + (x^2)dx}{X^p}$ che quest'altra di gran lunga più generale $\frac{x^q dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3)^q}$; q essendo un numero qualunque intero positivo (scioglierò in appresso il caso in cui q è un numero qualunque intero negativo); perciò cercherò qui l'integrale di quest'ultima frazione, da cui si potrà dedurre come un caso particolare quello della prima; e in questa maniera verrò a riempiere l'oggetto che mi sono proposto.

Si ha $\frac{dx}{X^p} = \frac{dy}{Y^p} = -\frac{u^{3p-2}du}{f^p(1 + r6u + u^2r7)^p}$; ma $x = y - \frac{c}{3f} = \frac{1 + f1u}{u}$, ponendo per abbreviare $f1 = r1 - \frac{c}{3f}$; dunque

$\frac{x^q dx}{X^p} = \frac{(y - \frac{c}{3f})^q dy}{Y^p} = -\frac{(1 + f1u)^q u^{3p-p-2}du}{f^p(1 + r6u + r7u^2)^p}$. Ora $(1 + f1u)^q = \frac{q(q-1)\ldots(q = n' + 1)}{1.2\ldots n'} f1^{n'}u^{n'}$, prendendo questo termine $q + 1$ volte, sostituendo a n' i valori successivi 0, 1, 2, 3, ... q; si porrà l'unità invece del coefficiente $\frac{q(q-1)\ldots}{1.2\ldots}$ quando n' sarà $= 0$.

Onde la frazione che si deve integrare è questa $\frac{q(q-1)\ldots(q-n'+1)}{1.2\ldots.n'} \cdot \frac{f1^{n'}}{f^p} \cdot \frac{u^{3p+n'-q-2}du}{(1+r6u+r7u^2)^p}$. Il numero $3p+n'-q-2$ sarà o positivo o negativo, lo rappresento dunque in generale per $\pm K'$; dunque $\int \frac{x^q dx}{(a+bx+cx^2+fx^3)^p} = -\frac{f1^{n'}}{f^p} \cdot \frac{q(q-1)\ldots(q-n'+1)}{1.2\ldots\ldots n'}$ $\int \frac{u^{\pm K'}du}{(1+r6u+r7u^2)^p}$, ... (33). Ma l' integrale del 2.° membro dell' equazione precedente il quale dev' essere preso $q+1$ volte sostituendo successivamente a n' i valori 0, 1, 2, 3, ... q, è dato per le formole (20) e (21) ovvero (22) e (25) secondo che K' sarà positivo ovvero negativo; dunque il problema è sciolto.

Paragonando fra di loro i denominatori $a+bx+cx^2$, $1+r6u+u^2r7$, si ha $x=u$; $a=1$; $b=r6$; $c=r7$; $g=\sqrt{(r6^2-4r7)}$; $g1=\frac{r6+g}{2r7}$; $g2=\frac{r6-g}{2r7}$; $g3=\frac{g}{r7}$; $z=\frac{2r7u+r6+g}{2r7u+r6-g}$; $s=\frac{2gu}{2r7u+r6-g}$; ma $u=\frac{1}{xf1}$; $f1=r1-\frac{c}{3f}$; dunque $z=\frac{2r7+(r6+g)(x-f1)}{2r7+(r6-g)(x-f1)}$; e $s=\frac{2g}{2r7+(r6-g)(x-f1)}$; e $rs=\frac{a1}{3}+\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})^2}+\sqrt[3]{(P-\sqrt{Q})^2}$; $r6=3\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})}+3\sqrt[3]{(P-\sqrt{Q})}$; $r7=3\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})^2}+3\sqrt[3]{(P-\sqrt{Q})^2}-a1$.

XXVIII. Per integrare la formola $\frac{dx}{x^q X^p}$; q, p e X esprimendo sempre le medesime quantità, considero la riduzione del n.° 24, che dà $\frac{dx}{x^q X^p} = -\frac{u^{3p+q-2}du}{f^p(1+r6u+u^2r7)^p(1+f1u)^q}$; suppongo $1+f1u=s'$; si avrà $u=\frac{s'-1}{f1}$; $du=\frac{ds'}{f1}$; e $1+r6u+u^2r7=\frac{r8+r9s'+r7s'^2}{f1^2}$ avendo fatto per maggiore brevità $r8=r7+f1(f1-r6)$; e $r9=r6f1-2r7$;

Dunque $\frac{u^{3p+q-2}du}{f^p(1+f1u)^q(1+r6u+r7u^2)^p}=\frac{(-1)^{3p+q-2}}{f^p f1^{p+q-1}}$. $\frac{(1-s')^{3p+q-2}ds'}{s'^q(r8+r9s'+r7s'^2)^p}$. Sia per maggiore semplicità $3p+q-2=K''$; si avrà $(1-s')^{K'''}$ $=\pm\frac{K''(K''-1)\ldots(K''-n''+1)}{1.2\ldots\ldots n''}s'^{n''}$. Si prenderà questo termine $K''+1$ volte sostituendo successivamente a n'' i valori $0, 1, 2, 3, \ldots K''$; quando $n''=0$, si porrà $+1$ invece del coefficiente $\pm\frac{K''(K''-1)\ldots}{1.2\ldots}$; per gli altri valori di n'' si conserverà $+$ ovvero $-$, secondo che n'' sarà pari ovvero dispari. Dunque $\int\frac{dx}{x^q(\alpha+bx+cx^2+fx^3)^p}$ $=\mp\frac{(-1)^{K''}}{f^p f1^{p+q-1}}\cdot\frac{K''(K''-1)\ldots(K''-n''-1)}{1.2\ldots\ldots n''}$ $\int\frac{s'^{n''-q}ds'}{(r8+r9s'+r7s'^2)^p}, \ldots\ldots$ (34). Si cercherà il valore di questo integrale per mezzo delle formole (20) e (21) ovvero (22) e (25) secondo che $n''-q$ sarà un numero positivo ovvero negativo, e si prenderà $K''+1$ volte mettendo successivamente per n'' questi valori $0, 1, 2, 3, \ldots K''$; e si conserverà il segno $-$ ovvero il segno $+$ secondo che n'' sarà pari o dispari; nel caso di $n''=0$, si porrà -1 in luogo del coefficiente $\mp\frac{K''(K''-1)\ldots}{1.2\ldots\ldots}$.

Paragonando fra di loro i denominatori $a+bx+cx^2$, $r8+r9s'+r7s'^2$ si avrà $x=s'$; $a=r8$; $b=r9$; $c=r7$, e $z=\frac{2r7s'+r9+g}{2r7s'+r9-g}$. Ma $s'=1+f1u=\frac{x}{x-f1}$; dunque $z=\frac{x(2r7+g+r9)-f1(g+r9)}{x(2r8+r9-g)-f1(r9-g)}$; e $s=\frac{2gs'}{r9+2r7s'-g}$ $=\frac{2gx}{x(2r7+r9-g)-f1(r9-g)}$; $r8=r7+f1(f1-r6)$; e $r9=r6f1-2r7$.

E' inutile di osservare che per $r1$ abbiamo inteso di esprimere il fattore reale che ha necessariamente il trinomio $y^3 + a1y + b1$; d' altronde si può ancora avvertire di ciò *a posteriori*, poichè denotando per $r1$, $r2$, $r3$ le espressioni cardaniche come abbiam fatto, si sa che ciascheduna di esse indifferentemente presa è atta a rappresentare una qualunque delle tre radici dell'equazione del 3.° grado $y^3+a1y+b1=0$. (a)

Si sarebbe ottenuto il medesimo intento ponendo $x=\frac{1}{y}$, ed allora la formola da integrare sarebbe divenuta della formola $\frac{x^q dx}{X^p}$ che abbiam di già sviluppata. Se i trinomj $1+r6u + r7u^2$, $r8 + r9s' + r7s'^2$ hanno i loro fattori immaginarj, allora si ritornerà alla formola (31).

Integrazione in serie finita della formola

$$\frac{x^{\pm q}dx}{(a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4)^p}.$$

XXIX. Sia $x=y-\frac{f}{4h}$; si avrà $\frac{a}{h} + \frac{b}{h}x + \frac{c}{h}x^2 + \frac{f}{h}x^3 + x^4 = b^3 + b2y + b1y^2 + y^4$, dopo aver fatto per abbreviare $\frac{1}{h}\left(a + \frac{f}{4h}\left(-b + \frac{cf}{4h} - \frac{3f^3}{4^3h^2}\right)\right) = b3$; $\frac{1}{h}\left(b + \frac{f}{2h}\left(-c + \frac{f^3}{4h}\right)\right) = b2$, $\frac{1}{h}\left(c - \frac{3f^2}{8h}\right) = b1$.

Suppongo conformemente a i principj della risoluzione delle equazioni del 4. grado, che il *quadrinomio* $y^4 + b1y^2 + b2y + b3$ sia eguale al prodotto di questi due trinomj $y^2 + \delta y + \beta$, $y^2 - \delta y + \gamma$; si ha, com'è noto in questa ipotesi $\delta^6 + 2b1\delta^4 + (b1^2 - 4b3)\delta^2 - b3 = 0$, equazione riduttibile al 3.° grado, ponendo $\delta^2 = D$; le quantità γ e β sono date

(a) Veggasi intorno a ciò una bell' opera del Sig. *Canterzani*, che ha per titolo: *Osservazioni del Sig.* Canterzani *sul valor cardanico esposte in una lettera diretta al Nobil Uomo Sig. Canonico* Girolamo Saladini, ecc. In Bologna 1787. nella Stamperia dell' istituto delle Scienze.

date per mezzo delle seguenti equazioni $\gamma = \frac{b1 + \delta^2}{2} + \frac{b2}{2\delta}$;

$\beta = \frac{b1 + \delta^2}{2} - \frac{b2}{2\delta}$; ciò posto, i fattori del quadrinomio $y^4 + b1y^2 + b2y + b3$ sono:

$$y - \frac{\delta}{2} - V\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b1 + \frac{b2}{\delta}\right)\right)$$

$$y - \frac{\delta}{2} + V\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b1 + \frac{b2}{\delta}\right)\right)$$

$$y + \frac{\delta}{2} - V\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b1 - \frac{b2}{\delta}\right)\right)$$

$$y + \frac{\delta}{2} + V\left(-\frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{2}\left(b1 - \frac{b2}{\delta}\right)\right)$$

Se si mette in ciascheduno de' fattori precedenti il valore $x + \frac{f}{4h}$ di y, e che si rappresentino successivamente per $r1'$, $r2'$, $r3'$, $r4'$ i termini conosciuti di questi fattori, si avrà $(x + r1')(x + r2')(x + r3')(x + r4') = \frac{a}{h} + \frac{b}{h}x + \frac{c}{h}x^2 + \frac{f}{h}x^3 + x^4$.

XXX. Sviluppiamo primieramente il caso di $p = 1$, prendendo per numeratore la quantità $A + Bx + Cx^2 + Dx^3$; e supponghiamo i quattro fattori ineguali fra di loro; i trinomj $y^2 + \delta y + \beta$, $y^2 - dy + \gamma$ divengono in forza della sostituzione di $x + \frac{f}{4h}$ ad y, $x^2 + \delta 1 x + \beta 1$, $x^2 + \delta 1 x + \gamma 1$, dopo aver fatto per abbreviare $\beta + \frac{f}{4h}\left(\delta + \frac{f}{4h}\right) = \beta 1$; $\frac{f}{2h} + \delta = \delta 1$; $\gamma + \frac{f}{4h}\left(\frac{f}{4h} - \delta\right) = \gamma 1$; $\frac{f}{2h} - \delta = \delta 2$; sia

$$\frac{A + Bx + Cx^2 + Dx^3}{a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4} = \frac{1}{h}\left(\frac{A' + B'x}{x^2 + \delta x 1 + \beta 1} + \frac{C' + D'x}{x^2 + \delta 2 x + \gamma 1}\right)$$

Si avrà, confrontando le quantità omogenee: $A'\gamma 1 + C'\beta 1 = A$,

$B'+D'=D$, $\delta_2 A'+\gamma_1 B'+\delta_1 C'+\beta_1 D'=B$, $A'+B'\delta_2+C'+D'\delta_1=C$.

Da cui si deduce

$$A'=\frac{\beta_1\big((\beta_1)C-B(\delta_1-\delta_2)+D(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)\big)+A(\gamma_1-\beta_1+\delta_1(\delta_1-\delta_2))}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

$$B'=\frac{A(\delta_1-\delta_2)+B(\gamma_1-\beta_1)-C(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)+D\big(\delta_1(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)+\beta_1(\beta_1-\gamma_1)}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

$$C'=\frac{A\big(\beta_1-\gamma_1-\delta_2(\delta_1-\delta_2)\big)+B\gamma_1(\delta_1-\delta_2)-\gamma_1 C(\beta-\gamma')+\gamma_1 D(\beta'\gamma_1\delta_2-\gamma_1\delta_1}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

$$D'=\frac{A(\delta_2-\delta_1)+C(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)+B(\beta_1-\gamma')+D\big(\gamma_1(\gamma_1-\beta_1)-\delta_2(\gamma_1\delta_1-\beta_1\delta_2)\big)}{(\beta_1-\gamma_1)^2+(\delta_1-\delta_2)(\gamma_1\delta_1-\delta_2\beta_1)}$$

Si avrà dunque nel caso de i 4 fattori ineguali del denominatore $\int\frac{(A+Bx+Cx^2+Dx^3)dx}{a+bx+cx^2+fx^3+hx^4}=\frac{1}{h}\int\frac{(A'+B'x)dx}{x^2+\delta_1 x+\beta_1}$ $+\frac{1}{h}\int\frac{(C'+D'x)}{x^2+\delta_2 x+\gamma_1}$, ... (35). Integrali che non presentano veruna difficoltà, e che sono dati al n.° (5).

XXXI. Se due de i quattro fattori del denominatore diviso da h fossero eguali fra di loro, per es., se $r_1'=r_2'$, non si farebbe allora altro cambiamento nelle determinazioni precedenti che di porvi $2r_1'$ invece di δ_2, e $r_1'^2$ per γ_1; e γ sarebbe $=\frac{\delta^2}{4}$, δ essendo dato immediatamente da questa equazione del 3.° grado $\delta^3+2b_1\delta+2b_2=0$, e le frazioni da integrare sarebbono $\frac{1}{h}\int\frac{(A'+B'x)dx}{x^2+\delta_1 x+\beta_1}+\frac{1}{h}$ $\int\frac{(C'+D'x)dx}{(x+r_1')^2}$.

Se tre de i quattro fattori del denominatore sempre diviso per h fossero eguali fra di loro, se, per esempio, $r_1'=r_2'=r_3'$, si avrebbe $\int\frac{(A+Bx+Cx^2+Dx^3)dx}{a+bx+cx^2+fx^3+hx^4}$ $=\frac{1}{h}\int\frac{(A'+Bx+C'x^2)dx}{(x+r_1')^3}+\frac{1}{h}\int\frac{D'dx}{x+r_4'}$.

E le seguenti equazioni darebbero il valore di A', B', C' e D',
$A'r_4'+r_1'^3 D'=A$, $A'+B'r_4'+3r_1'^2 D'=B$,
$3r_1'D'+C'r_4'+B'=C$, $C'+D'=D$, cioè

$$A'=\frac{r4'r1'^3(r4'D-C)+r1'^3B+A\left(r4'(3r1'-r4')-3r1'^2\right)}{r4'^2(3r1'-r4')-r1'^2(3r4'-r1')}$$

$$B'=\frac{r1'^2(3r4'-r1')(r4'D-C)-(3r1'-r4')(A-r4'B)}{r4'^2(3r1'-r4')-r1'^2(3r4'-r1')}$$

$$C'=\frac{r1'D\left(3r4'^2-r1'(3r4'-r1')\right)+r4'(B-r4'C)-A}{r4'^2(3r1'-r4')-r1'^2(3r4'-r1')}$$

$$D'=\frac{A-r4'\left(B+r4'(r4'D-C)\right)}{r4'^2(3r1'-r4')-r1'^2(3r4'-r1')}.$$

Il resto non ha nessuna difficoltà.

XXXII. Vengo al caso generale, e suppongo che i fattori del quinomio $\frac{1}{h}(a+bx+cx^2+fx^3+x^4)$ siano reali ed ineguali fra di loro. Si ha $\frac{1}{a+bx+cx^2+fx^3+hx^4}$ $=\frac{1}{h(x+r1')(x^3+r5'x^2+r6'x+r7')}$ dopo di aver fatto per abbreviare $r2'+r3'+r4'=r5'$; $r2'r3'+r2'r4'+r3'r4'=r6'$; e $r2'r3'r4'=r7'$.
Sia $\frac{1}{(x+r1')(x^3+r5'x^2+r6'x+r7')}=\frac{u}{x^3+r5'x^2+r6'x+r7'}$; si ha $u=\frac{1}{x+r1'}$; $x=\frac{1-ur1'}{u}$; $dx=-\frac{du}{u^2}$; e $x^3+r5'x^2+r6'x+r7'$ $=\frac{1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3}{u^3}$, dopo aver posto sempre a cagione di maggiore semplicità $r5'-3r1'=r8'$, $r1'(3r1'-2r5')+r6'=r9'$, $r7'+r1'\left(-r6'+r1'(r5'-r1')\right)=r10'$.

Dunque $\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}=-\frac{1}{h^p}.$ $\frac{u^{4p\mp q-2}(1-r1'u)^{\pm q}du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$. Considero in primo luogo il caso di $+q$; la frazione che si dovrà integrare sarà $-\frac{1}{h}\int\frac{u^{4p-2-q}(1-r1'u)^q du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$; ma $(1-r1'u)^q$ $=\pm\frac{q(q-1)\ldots(q-n'''+1)}{1.2\ldots\ldots n'''}r1'^{n'''}u^{n'''}$, prendendo $q+1$ volte questo termine, sostituendo successivamente per n''' questi va-

lori o, 1, 2, ... q; quando $n'''=0$, si porrà $+1$ per il coefficiente $\frac{q(q-1)\ldots}{1.2\ldots}$, e per gli altri valori di n''' si conserverà il segno superiore, ovvero il segno inferiore, secondo che n''' sarà pari ovvero dispari.

Onde la frazione precedente diverrà $\mp\frac{r1'^{n'''}}{h^p}$. $\frac{q(q-1)\ldots(q-n'''+1)}{1.2.\ldots\ldots n'''}\int\frac{u^{4p+n'''-q-2}du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$. Sia per maggiore brevità $4p+n'''-q-2=K'''$, si avrà

$$\int\frac{x^q dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p}=\mp\frac{r1'^{n'''}}{h^p}\cdot\frac{q(q-1)\ldots(q-n'''+1)}{1.2.\ldots\ldots n'''}\int\frac{u^{K'''}du}{(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p},\ \ldots\ (36).$$

Si prenderà $q+1$ volte questo integrale ch'è dato per le formole (27) o (28) secondo che K''' è positivo o negativo, sostituendo successivamente per n''' i valori o, 1, 2, 3, ... q; ponendo mente di mettere -1 invece del coefficiente $\mp\frac{q(q-1)\ldots}{1.2\ldots}$ quando $n'''=0$; il segno superiore quando n''' è pari; e l'inferiore quando n''' è dispari.

XXXIII. Se q è un numero negativo, si ha $\int\frac{dx}{x^q X^p}$ $=-\frac{1}{h^p}\int\frac{u^{2(2p-1)+q}du}{(1-r1'u)^q(1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3)^p}$. Sia $1-r1'u=s''$, si avrà $u=\frac{1-s''}{r1'}$, e $1+r8'u+r9'u^2+r10'u^3$ $=\frac{r11-r12s''+r13s''^2-r10's''^3}{r1'^3}$ dopo di aver fatto per abbreviare $r1'(r9'+r1'(r8'+r1'))+r10'=r11$; $r1'(2r9'+r1'r8')+3r10'=r12$; e $r1'r9'+8r10'=r13$. Dunque

$$\int\frac{dx}{x^q X^p}=\frac{1}{h^p r1'^{p+q-1}}\int\frac{(1-s'')^{2(2p-1)+q}ds''}{s''^q(r11-r12s''+r13s''^2-r10's''^3)^p}.$$

Sia $2(2p-1)+q=K^{IV}$ si avrà nel modo più volte accennato $(1-s'')^{K^{IV}}=\pm\frac{K^{IV}(K^{IV}-1)\ldots(K^{IV}-n^{IV}+1)}{1.2.\ldots\ldots\ldots n^{IV}}s''^{n^{IV}}$. Dunque

$$\int \frac{dx}{x^q(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p} = \pm \frac{1}{h^p r1^{p-q-1}} \cdot$$

$$\frac{K^{IV}(K^{IV}-1)\ldots(K^{IV}-n^{IV}+1)}{1.2.\ldots\ldots n^{IV}} \int \frac{s''^{K^V}\, ds''}{r11-r12s''+r13s''^2-r10's''^3)^p}$$

.... (37), essendo $K^V = n^{IV} - q$.

Si prenderà $K^{IV} + 1$ volte questo integrale per mezzo delle formole (27), ovvero (28), secondo che K^V sarà positivo ovvero negativo, sostituendo successivamente a n^{IV} i valori 0, 1, 2, ... K^{IV}; si conserverà il segno superiore, ovvero il segno inferiore, secondo che n^{IV} sarà pari ovvero dispari, e quando $n^{IV} = 0$ si porrà $+1$ in luogo del coefficiente $\frac{K^{IV}(K^{IV}-1)\ldots}{1.2\ldots}$.

XXXIV. Egli è evidente che le formole (36) e (37) possono ancora fornire in virtù delle formole antecedenti, da cui esse dipendono, la soluzione del caso in cui due de' quattro fattori del *quinomio* $a+bx+cx^2+fx^3+hx^4$ sono reali, gli altri due immaginarj.

Se si fosse posto $x = \frac{1}{y}$, l'integrale di $\frac{dx}{x^q X^p}$ sarebbe divenuto quello di una frazione di questa forma $\frac{x^q dx}{X^p}$, come abbiamo di già osservato.

XXXV. Resta a dare la soluzione del caso, in cui i quattro fattori del mentovato quinomio sono immaginarj; noi conseguiremo questo scopo coll'analisi seguente, la quale abbraccia ancora l'ipotesi di due reali, e di due immaginarj de' fattori in quistione.

Abbiamo di già rappresentato il quinomio $a+bx+cx^2+fx^3+hx^4$ per lo prodotto di due fattori del 2.° grado; se i fattori *semplici* di uno di questi fattori *doppj* sono immaginarj, si sa ch'essi hanno necessariamente questa forma $x-l-i\sqrt{-1}$, $x-l+i\sqrt{-1}$, in modo che il loro prodotto divenga una quantità reale $= x^2-2lx+l^2+i^2$; ed il prodotto degli altri due fattori semplici reali sarà $= x^2+bx+a$; se poi questi fossero ancora immaginarj, ciascheduno di loro avrebbe similmente questa forma $x-l'$

$+i'\sqrt{-1}$, $x-l'-i'\sqrt{-1}$, essendo il loro prodotto una quantità reale $= x^2 - 2l'x + l'^2 + i'^2$. Supponendo dunque $a + bx + cx^2 + fx^3 + hx^4 = h(x^2 + ix + i2)(x^2 + i3x + i4)$, ciascheduno de' trinomj $x^2 + ix + i2$, $x^2 + i3x + i4$ potrà rappresentare il prodotto de i quattro fattori semplici, reali o immaginarj, presi però due a due come si conviene. Si ha dunque nel caso di due fattori semplici reali, e di due immaginarj, ovvero di tutti i quattro fattori immaginarj

$$\frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p} = \frac{x^{\pm q}dx}{h^p\big((x^2+ix+i2)\,(x^2+i3x+i4)\big)^p}.$$

Egli è quistione di trovare le frazioni parziali, che hanno per denominatore ciascheduno de' fattori precedenti; ma giova proporsi un problema ancor più generale di questo, cioè di determinare le frazioni parziali, che nascono da questa $\frac{1}{(x^2+ix+i2)^q\,(x^2+i3x+i4)^s}$; essendo q e s de' numeri qualunque interi, pongo $s > q$, in guisa che $x^2 + i3x + i4$ sia la formola del 2.° grado alzata a una potenza maggiore di q; ipotesi che non limita in alcun modo la generalità del problema, dalla cui soluzione trarrò poi quella di $s = q = p$, la quale forma propriamente il nostro caso.

Si ha $(x^2+ix+i2)^q = x^{2q} + q1x^{2q-1} + q2x^{2q-2} + q3x^{2q-3} + \ldots\ldots + q(2q-1)x + q(2q)$. Il numero de' termini è $= 2q+1$, ed i coefficienti $q1$, $q2$, $q3$, ecc. sono dati per le leggi conosciute della potenza q sviluppata del trinomio $x^2 + ix + i2$; alla stessa maniera $(x^2 + i3x + i4)^s = x^{2s} + s1x^{2s-1} + s2x^{2s-2} + s3x^{2s+3} + \ldots\ldots + s(2s-1)x + s(2s)$; essendo il numero de' termini $= 2s+1$, e $s1$, $s2$, $s3$, ecc. i coefficienti della potenza s sviluppata del trinomio $x^2 + i3x + i4$.

Fingo $\frac{1}{(x^2+ix+i2)^q\,(x^2+i3x+i4)^s}$

$$= \frac{c(2q)+c(2q-1)x+c(2q-2)x^2+\ldots+c4x^{2q-4}+c3x^{2q-3}+c2x^{2q-2}+c1x^{2q-1}}{q(2q)+q(2q-1)x+\ldots\ldots\ldots+q2x^{2q-2}+q1x^{2q-1}+x^{2q}}$$
$$+ \frac{f(2s)+f(2s-1)x+f(2s-2)x^2+\ldots+f4x^{2s-4}+f3x^{2s-3}+f2x^{2s-2}+f1x^{2s-1}}{s(2s)+s(2s-1)x+\ldots\ldots\ldots\ldots+s2x^{2s-2}+s1x^{2s-1}+x^{2s}}$$

essendo $c1$, $c2$, $c3$, ecc; $f1$, $f2$, $f3$, ecc. delle indeterminate, che troveremo fra poco.

Nell' ipoteſi ſempre di $s > q$ moltiplico il denominatore della 2.ª frazione per il denominatore della prima, e ne diſpongo il prodotto come ſegue.

$$c(2q)s(2s)+c(2q-1)s(2s-1)x+c(2q)s(2s-2)x^2+\ldots+c(2q)x^{2s}+c(2q-1)x^{2s+1}+\ldots+c1x^{2(s+q)-1}$$
$$+c(2q-1)s(2s)x+c(2q-1)s(2s-1)x^2+\ldots+c(2q-1)s1x^{2s}+\ldots$$
$$c(2q-2)s(2s)x^2+\ldots\ldots+c(2q-2)s2x^{2s}+\ldots\ldots$$
ecc. ecc.

Abbiamo moltiplicato $2s+1$ termini per $2q$ termini, vediamo dunque come nel noſtro prodotto ſi contengono $2q(2s+1)$ termini; il numero de' termini della prima ſerie orizzontale è $= 2(q+s)$, quello della 2.ª ſerie orizzontale è $= 2(s+q)-2$, quello della 3.ª ſerie orizzontale è $= 2(s+q)-4$, e così del reſto; ma vi ſono $2q$ ſerie, dunque il numero de' termini dell' ultima ſerie orizzontale è $2(s-q+1)$; dunque il numero totale de' termini è $=2q(2s+1)$ $=$ al numero neceſſario.

Se ſi conſiderano attentamente i coefficienti de' termini omogenei, che formano delle ſerie verticali nel prodotto precedente, ſi vedrà che il coefficiente di x^K, prendendo K da $K=0$ inſino a $K=2q-1$, è $= c(2q)s(2s-K)+c(2q-1)s(2s-K+1)+c(2q-2)s(2s-K+2)+\ldots\ldots c(2q-K)s(2s)$; il cui numero de' termini è evidentemente $= K+1$.

Similmente ſi troverà che il coefficiente di $x^{2q+K'}$, prendendo K' da $K'=0$ inſino a $K'=2s-2q$, è $=c(2q)s(2s-2q-K')+c(2q-1)s(2s-2q-K'+1)+c(2q-2)s(2s-2q-K'+2)+\ldots+c1s(2s-K'-1)$; il cui numero di termini è $=2q$.

Si troverà nella ſteſſa maniera che il coefficiente di $x^{2s+K''}$, prendendo K'' da $K''=0$ inſino a $K''=2q-1$, è $=c(2q-K''+c(2q-K''-1)s1+c(2q-K''-2)s2+\ldots\ldots+c1s(2q-K''-1)$, il cui numero di termini è $=2q-K''$.
Moltiplicando ora il numeratore della 2.ª frazione per il denominatore della 1.ª ne deſcrivo il prodotto come ſegue:

$$q(2q)f(2s)+q(2q)f(2s-1)xq(2q)f(2s-2)x^2+\ldots+q(2q)f1x^{2s-1}+q(2q-1)f1x^{2s}+\ldots+f1x^{2(q+s)-1}$$
$$q(2q-1)f(2s)x+q(2q-1)f(2s-1)x^2+\ldots+q(2q-1)f2x^{2s-1}+\ldots\ldots$$
$$+q(2q-2)f(2s)x^2+\ldots+q(2q-2)f3x^{2s-1}+\ldots$$
ecc. ecc.

Abbiamo moltiplicato $2s$ termini per $2q-1$ termini; vediamo ſe il noſtro prodotto contiene $2s(2q+1)$ termini; il numero de i termini della 1.ª, 2.ª, 3.ª, ecc. ſerie oriz-

zontale è rispettivamente $= 2(q+s)$, $2(q+s)-2$, $2(q+s)-4$, ecc. ma vi sono $2q+1$ serie orizzontali; dunque l'ultima contiene $2(s-q)$ termini; dunque il numero totale de i termini è $= 2s(2q+1) =$ al numero necessario.

Se si pon mente a i coefficienti de' termini omogenei che giacciono in colonne verticali nel prodotto precedente si troverà facilmente, 1.° che il coefficiente di x^K, prendendo K da $K=0$ insino a $K=2q$, è $= q(2q)f(2s-K)+q(2q-1)f(2s-K+1) + q(2q-2)f(2s-K+2)+\ldots+q(2q-K)f(2s)$, il cui numero de' termini $= K+1$; 2.° che il coefficiente di $x^{2q+K'}$, prendendo K' da $K'=1$ insino a $K'=2(s-q)-1$, è $= q(2q)f(2s-2q-K')+q(2q-1)f(2s-2q-K'+1) + q(2q-2)f(2s-2q-K'+2)+\ldots+f(2s-K')$, il cui numero de' termini è $= 2q+1$; 3.° che il coefficiente di $x^{2s+K''}$, prendendo K'' da $K''=0$ insino a K'' $2q-1$, è $= q(2q-K''-1)f1+q(2q-K''-2)f2+q(2q-K''-3)f3 +\ldots+f(2q-K'')$, il cui numero de' termini è $= 2q-K''$.

XXXVI. Paragonando finalmente i coefficienti trovati delle medesime potenze di x, si ha questa serie di equazioni.

COEFFICIENTE di x^0.

$$(38)\ldots,\quad c(2q)s(2s)-q(2q)f(12s)=.$$

COEFFICIENTE di x^K

prendendo K da $K=1$ insino a $K=2q-1$; il numero de' termini positivi è eguale a quello de' termini negativi $= K+1$.

$$(39)\ldots\quad \begin{matrix} c(2q)s(2s-K)+c(2q-1)s(2s-K+1)+c(2q-2)s(2s-K+2)+\ldots+c(2q-K)s(2s) \\ -q(2q)f(2s-K)-q(2q-1)f(2s-K+1)-q(2q-2)f(2s-K+2)+\ldots-q(2q-K)f(2s) \end{matrix} = 0$$

COEFFICIENTE di x^{2q}

il numero de' termini positivi è $= 2q$; il numero de' termini negativi $= 2q+1$.

c(2q)s

$$(40)\ldots\quad c(2q)s(2s-2q)+c(2q-1)s(2s-2q+1)+c(2q-2)s(2s-2q+2)+\ldots+c1s(2s-1) -q(2q)f(2s-2q)-q(2q-1)f(2s-2q+1)-q(2q-2)f(2s-2q+2)-\ldots-f(2s)=0$$

COEFFICIENTE di $x^{2q+K'}$

prendendo K' da $K'=1$ insino a $K'=2s-2q-1$, il numero de' termini positivi è $=2q$; quello de' termini negativi è $=2q+1$.

$$(41)\ldots\quad c(2q)s(2s-2q-K')+c(2q-1)s(2s-2q-K'+1)+c(2q-2)s(2s-2q-K+2)+\ldots+c1s(2s-K'-1) -q(2q)f(2s-2q-K')-q(2q-1)f(2s-2q-K'+1)-q(2q-2)f(2s-2q-K'+2)-\ldots-f(2s-K')=0$$

COEFFICIENTE di x^{2s}

il numero de' termini positivi è eguale a quello de i termini negativi, $=2q$.

$$(42)\ldots\quad c(2q)+c(2q-1)s1+c(2q-2)s2+c(2q-3)s3+\ldots+c1s(2q-1) -q(2q-1)f1-q(2q-2)f2-q(2q-3)f3-\ldots-f(2q)=0$$

COEFFICIENTE di $x^{2s+K''}$

prendendo K'' da $K''=1$ insino a $K''=2q-1$; il numero de' termini positivi è eguale al numero de' termini negativi, $=2q-K''$.

$$(43)\ldots\quad c(2q-K'')+c(2q-K''-1)s1+c(2q-K''-2)s2+\ldots+c1s(2q-K''-1) -q(2q-K''-1)f1-q(2q-K''-2)f2-q(2q-K''-3)f3-\ldots-f(2q-K'')=0$$

Abbiamo $2(s+q)$ incognite a determinare; ma i sistemi di equazioni (38), (39), (40), (41), (42) e (43) danno rispettivamente 1, $2q-1$, 1, $2s-2q-1$, 1, $2q-1$, cioè $2(s+q)$ equazioni; dunque il numero di queste è eguale al numero delle incognite.

XXXVII. Egli è facile di trarre dalla ſoluzione precedente quella del problema in quiſtione. Sia dunque $s = q = p$; ſuppongo $(x^2 + ix + i2)^p = x^{2p} + q1x^{2p-1} + q2x^{2p-2} + \ldots + q(2p-1)x + q(2p)$; e $(x^2 + i3x + i4)^p = x^{2p} + p1x^{2p-1} + p2x^{2p-2} + \ldots + p(2p-1)x + p(2p)$; e la frazione $\frac{1}{((x^2 + ix + i2)(x^2 + i3x + i4))^p}$

$$= \frac{c(2p) + c(2p-1)x + c(2p-2)x^2 + \ldots + c2x^{2p-2} + c1x^{2p-1}}{q(2p) + q(2p-1)x + \ldots\ldots + q1x^{2p-1} + x^{2p}}$$

$$+ \frac{f(2p) + f(2p-1)x + f(2p-2)x^2 + \ldots + f2x^{2p-2} + f1x^{2p-1}}{p(2p) + p(2p-1)x + \ldots + p1x^{2p-1} + x^{2p}}.$$

Dunque ponendo, come conviene di fare, nelle equazioni precedenti p invece di s, e di q, ſi avrà queſta ſerie di equazioni.

COEFFICIENTE di x^0.

$$(44) \ldots\; c(2p)p(2p) - q(2p)f(2p) = 1.$$

COEFFICIENTE di x^K

prendendo K da $K = 1$ inſino a $K = 2p - 1$, il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de' negativi $= K + 1$.

$$(45) \ldots \begin{array}{l} c(2p)p(2p\text{-}K) + c(2p\text{-}1)p(2p\text{-}K+1) + p(2p\text{-}K+2)c(2p\text{-}2) + \ldots + c(2p\text{-}K)p(2p) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = 0 \\ -q(2p)f(2p\text{-}K) - q(2p\text{-}1)f(2p\text{-}K+1) - f(2p\text{-}K+2)q(2p\text{-}2) - \ldots - q(2p\text{-}K)f(2p) \end{array}$$

COEFFICIENTE di x^{2p}

il numero de' termini poſitivi è eguale a quello de' termini negativi $= 2p$.

$$(46) \ldots \begin{array}{l} c(2p) + c(2p-1)p1 + c(2p-2)p2 + \ldots + c1p(2p-1) \\ -q(2p-1)f1 - q(2p-2)f2 - q(2p-3)f3 - \ldots - f(2p) \end{array} = 0$$

COEFFICIENTE di $x^{2p+K'}$.

prendendo K' da $K'=1$ insino a $K'=2p-1$, il numero de' termini positivi è eguale a quello de' negativi $=2p-K'$.

$$\begin{array}{l} c(2p-K')+c(2p-K'-1)p1+c(2p-K'-2)p2+\ldots+c1p(2p-K'-1) \\ (47)\ldots\quad = 0 \\ -q(2p-K'-1)f1-q(2p-K'-2)f2-q(2p-K'-3)f3-\ldots-f(2p-K') \end{array}$$

I sistemi di equazioni (44) e (45) sono dedotti da i sistemi di equazioni (38) e (39); e i sistemi (46) e (47) da i sistemi (42) e (43). Egli è evidente, che allora i sistemi (40) e (41) divengono nulli, o eguali a zero.

Si hanno dunque $4p$ equazioni, per mezzo delle quali si troveranno i valori delle $4p$ incognite; ma il procedere dell' eliminazione, da cui dipende questa ricerca, è lungo d'assai, e capace a presentare sovente de' grandi ostacoli, malgrado gli artifizj insigni usati per sormontargli da i più celebri Geometri del nostro secolo; ciò non ostante si può con diritto affermare aver noi conseguito l'intento proposto, per aver ridotto l'unico lavoro che resta da eseguirvi a delle pure operazioni di Algebra finita, le quali in generale sono sempre possibili. Si ha dunque nel caso di due, o di quattro fattori immaginarj della quantità $a+bx+cx^2+fx^3+hx^4$, $\int \frac{x^{\pm q}dx}{(a+bx+cx^2+fx^3+hx^4)^p} = \text{Cost.}$

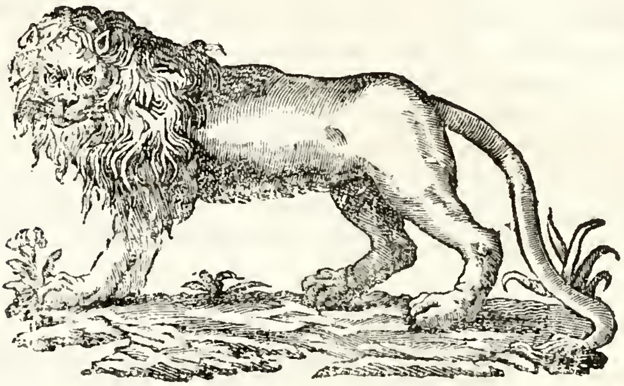
$$+\frac{c(2p-t)}{h^p}\int\frac{x^{t\pm q}dx}{(x^2+ix+i2)^p}+\frac{f(2p-t)}{h^p}\int\frac{x^{t\pm q}dx}{(x^2+i3x+i4)^p},$$

$\ldots\ldots (48)$.

Si sostituiranno successivamente in questi integrali, che sono dati per le formole precedenti, a t i valori $0, 1, 2, 3, \ldots 2p-1$.

XXXVIII. Da questi principj si potrebbe prendere argomento di alzarsi ad una maggiore generalità, tentando l'integrazione delle formole, i cui denominatori fossero potenze qualunque di formole superiori al 4.° grado; ora esso

fiſſando a' dì noſtri il termine della riſoluzione delle equazioni, i noſtri riſultati ſarebbero propriamente ipotetici. Ma oltre a che i metodi di approſſimazione per ottenere le radici delle equazioni ſono moltiplici, e perfezionati di molto, una ſimile conſiderazione non c' impedirà mai di occuparci ulteriormente di queſta maniera, ben ſapendo, come ha ricordato più volte l' immortale Eulero, che il calcolo integrale giungerebbe ad un grado altiſſimo di perfezione, ſe ſi poteſſero ridurre le difficoltà a quelle, che la ſola Algebra finita ci preſenta.



OSSERVAZIONI

SULLA NUOVA TEORIA, E NOMENCLATURA CHIMICA COME INAMMISSIBILE IN MINERALOGIA

Del P. D. Ermenegildo Pini.

I. LA Mineralogia è tanto conneſſa colla Chimica; che quella non può eſſere indifferente alle novità, che in queſta vanno intervenendo. Il Mineralogiſta raccoglie i prodotti minerali, e li claſſifica, fiſſandone poche proprietà, ma caratteriſtiche, e diſtinte. Il Chimico gli analizza, e dalle analiſi riſulta una più compiuta notizia dei medeſimi, anzi ſpeſſo dipende la loro claſſificazione, e denominazione. Ma la valutazione dei riſultati analitici per lo più dipende dalle Teorie; e queſte generalmente non hanno quel fondamento che vi ſuppongono i loro Autori. In mezzo pertanto alla rivoluzione, che recentemente fu introdotta non ſolo nella Teoria, ma anche nella Nomenclatura Chimica, la Mineralogia non può rimaner tranquilla. Se la mutazione fu un miglioramento, il Mineralogiſta lo deve ſeguire; ſe fu un peggioramento, ſarà del ſuo ufficio l'eſcluderla.

II. Le circoſtanze, che accompagnano la prima comparſa di queſta Teoria eſpoſta nel libro intitolato *Methode de Nomenclature Chimique propoſée par M. M. de Morveau, Lavoiſier, Bertholet, & de Fourcroy* ſono del tutto atte a formare ſeguaci ſenza ulteriori eſami. Il riſpettabile nome di uno ſolo di queſti inſigni Chimici poteva baſtare per dare credito alla propoſta Teoria; e l' eſſere tutti e quattro concorſi a formarla ſembra dare alla medeſima una deciſa certezza. Le eſperienze, che vi ſi eſpongono, ſono delle più eſatte ed ingegnoſe. I precetti per formare una Teoria ed una Nomenclatura ſono i più ſaggi, e prudenti. La confidenza, che eſſi moſtrano nelle coſe da eſſi propoſte, raſſicurano il

lettore da ogni timore di errare, ficchè a loro parere niffuno può ricufare di ammetterle fe non chi ne fia ritenuto dall'attacco alle vecchie opinioni. Ma chiunque confidera che l'amore di novità è un veicolo di nuove falfità più di quel che l'attacco alle precedenti opinioni fia oftacolo a nuove verità, non fi lafcerà facilmente forprendere da belle apparenze di una nuova Teoria. Se inoltre confidererà che i più grandi travagliatori in Chimica non fogliono effere i più atti compofitori di teorie, troverà un altro motivo per non lafciarfi fedurre da que' rifpettabili nomi. Se finalmente faprà che nelle accennate efperienze operarono anche mani più delicate delle virili, non fi maraviglierà come in quelle fieno intervenuti tanti operatori, e fieno ftate valutate oltre al dovere.

III. Le recenti fcoperte furono dai loro Autori dirette ad efcludere la dottrina Sthaliana del Flogifto. Quefta febbene abbia dato il fondamento a molte denominazioni mineralogiche, ed a molte offervazioni metallurgiche, pure a me non mai fembrò abbaftanza chiara; nè io feci ufo di tal vocabolo fe non perchè era comodo a fpiegare molte variazioni intervenienti nei corpi. Per lo che fe la nuova Teoria foftituiffe al flogifto qualche principio più chiaro, o almeno più comodo, effa non troverebbe in me l' oftacolo di preoccupata opinione. Ma troppo è lontana dall'avere fatto quefto paffo. La nuova Teoria, come affumo di provare, introduce elementi [illegible]ici, e non riconofcibili, nè effa difcende dalle belle [illegible]ze che fi producono; e la Nomenclatura non è coerente alle fagge maffime che effi hanno premeffe; epperò nè quefta nè quella può effere introdotta in Mineralogia. Su di che io qui foggiugnerò che avendo effi mutati i principj, ed i nomi ufati nella Chimica conviene pure mutare il nome alla fcienza da effi fondata; la quale poichè confifte in femplici aftrazioni, io per brevità chiamerò *Metachimica*, come già da Fifica fi derivò il nome di *Metafifica*, che è la fcienza delle cofe aftratte.

CAPO I.

Sui principj fondamentali della nuova Teoria derivati dalla immaginata composizione dell' acqua.

IV. Tre sono le sostanze, che da' Metachimici si assumono come indecomposte, ossia come elementi, in quanto che coll'arte non si possono risolvere in altre, e sono il *Calorico*, l'*Oxigene*, e l'*Idrogene*, alle quali alcuni aggiungono la quarta, cioè la *Luce*. Nel fissare l'idea del calorico non sono meno indeterminati di quel che fossero i Stahliani nel determinare il flogisto. In ogni modo sembra che ordinariamente intendano la materia del calore, o anche del suoco, la quale secondo essi o è fissa nei corpi, o libera. Col nome di *Oxigene* intendono una sostanza generatrice degli acidi, e con quello d'*Idrogene* una sostanza generatrice dell'acqua. Da questi elementi derivano la composizione di molte altre sostanze e la spiegazione di varj fenomeni chimici introducendo certe loro arbitrarie affinità. Così dalla composizione del calorico coll' oxigene dicono, che risulta quel fluido aeriforme, o gasso, che già era noto sotto il nome di aria deflogisticata, o vitale, e che essi chiamano *gasso oxigeneo*. Dalla combinazione del calorico stesso coll' idrogene derivano quell'altro fluido aeriforme, che agli Antichi pure era noto, e che solevasi chiamare aria infiammabile, ed a questo hanno dato il nome di *gasso idrogeneo*. Finalmente dalla combinazione dell'oxigene, e dell'idrogene pretendono essere composta l' acqua, la quale perciò essi non riguardano come un elemento. In questa esposizione è da ritenere che l' oxigene è una sostanza assai diversa dal *gasso oxigeneo*, e che l'idrogene è pure assai diverso dal *gasso idrogeneo*; sebbene però gl' Inventori di tali nomi non possano precisare in che consista la diversità, sì perchè il calorico, che assumesi come un componente dei due gassi, è indeterminato, e sì anche perchè ignorasi che cosa sia ciascuno degli altri loro componenti cioè l' oxigene, e l' idrogene.

V. Le esperienze fondamentali di tutto questo sistema sono due. La prima è, che mischiando 85 grani d' aria vitale, o gasso oxigeneo, con 15 grani di aria infiammabile,

o gasso idrogeneo, ed infiammando tale mischianza in vase chiuso, si trovano dopo la combustione 100 grani di acqua, cioè un peso eguale a quello della somma dei due gassi. Che dalla combustione di questi risultasse acqua, già erasi trovato dall'esimio *Cavendish*, il quale però non pensò a quelle conseguenze che i Metachimici ne deducono. Vogliono essi, che per l' infiammazione i due gassi abbiano perduto il loro calorico, e che sieno rimaste le loro basi, cioè l' oxigene, e l'idrogene, dalla combinazione delle quali sia risultata l' acqua; e con ciò stimano provata la composizione dell' acqua per sintesi. Passano quindi a confermarla per analisi colla seguente esperienza, in cui stimano di essere giunti a risolvere l'acqua nei due immaginati componenti. In un atto apparato si faccia passare goccia a goccia dell' acqua per un tubo di ferro, che sia mantenuto rovente, e si raccolga ciò che si sviluppa nell'operazione. Si otterrà una certa quantità di gasso idrogeneo ossia di aria infiammabile, ed inoltre una porzione del ferro si troverà calcinata, ed aumentata di peso, e questo aumento di peso unito al peso del gasso idrogeneo sarà una somma eguale al peso dell' acqua impiegata nell' operazione. Da che conchiudono, che l'acqua fu risoluta in *idrogene*, che si unì col calorico, e formò il gasso idrogeneo, ed in *oxigene*, che si unì colla sostanza metallica aumentandone il peso. Il raziocinio da essi tenuto per venire a tali conseguenze è il seguente messo nel suo più chiaro lume. Quasi tutti i corpi secondo la maggiore quantità di calorico, con cui si combinano, passano dalla solidità a quello di fluidità, e da questa allo stato di gasso. I due gassi pertanto idrogeneo, ed oxigeneo devono essere due sostanze combinate con molto calorico. Questi altronde sono molto diversi di qualità, e tale diversità non può intendersi, quando si assuma che ambedue i gassi sieno una combinazione di calorico con una stessa sostanza, per esempio con acqua. Conviene dunque assumere che la diversità dei due gassi provenga da due diverse sostanze. Ora queste devono essere due componenti dell'acqua: giacchè nella prima esperienza dai due gassi, che per la combustione perdono il calorico, si ritrae acqua, e nella seconda, in cui si ha una combinazione del calorico coi componenti dell'acqua, si ottiene l'idrogene unito col calorico nel gasso idrogeneo,

geneo,

geneo, e l' oxigene unito col ferro. Altronde in ambe le esperienze il peso dell' acqua trovasi eguale alla somma dei pesi dei due gassi, o anzi dell' oxigene, e dell' idrogene: onde devesi ammettere, che l'acqua sia composta di queste due sostanze.

VI. In tali deduzioni da essi fatte su queste ed altre simili esperienze hanno tanta confidenza, che alla pagina 297 della Nomenclatura Chimica così si esprimono: *Rien n' est supposé dans ces explications: tout est prouvè le poids, & la mesure à la main*. Se tale esultazione da altri venisse, che da uomini di quel merito, che in essi ognuno riconosce, potrebbesi essa paragonare a quella di colui, che si gloriasse di avere suonato un bel concerto perchè aveva la zampogna in mano, e vi soffiò dentro. La bilancia, e la misura in questa esperienza che dicono? Non altro al più se non che il peso dell'acqua fu uguale a quello dei due gassi. Ma per determinare la natura dei corpi, ciò che risulta dalle loro composizioni, e risoluzioni, e la cagione, per cui da certe operazioni si hanno certi risultati, basta egli il solo peso? La cosa non è certamente così: giacchè è manifesto che un dato peso può risultare da corpi di qualità diversissima. E quando pure così fosse, dovrebbero dalla prima esperienza dedurre, che i due gassi nell' infiammazione niente abbiano perduto della loro sostanza, giacchè dopo di quella essi trovano ancora in acqua lo stesso peso. In ogni modo dicono, che per l' infiammazione i due gassi hanno perduto almeno una certa quantità della loro sostanza, cioè di calorico, ed a questa perdita attribuiscono tutta la variazione dei due gassi in acqua. Qual fondamento può dunque avere la loro teoria nella bilancia, e nella misura, se queste non fanno conoscere la sottrazione del calorico, ossia la principal cagione da essi immaginata di tutta la mutazione intervenuta? Il dire pertanto che la composizione dell'acqua, e la teoria su quella fondata è dedotta immediatamente da quelle esperienze senza che v' intervengano supposizioni, è lo stesso che presentare l' ombra in vece del corpo. L' esperienza prima non altro dice immediatamente se non che dall' infiammazione dei due accennati gassi risulta acqua, e poichè questo risultato è un fatto, nissuno ne dubita. Nell' apparato esperimentale inter-

vengono almeno tre cose, cioè i due gassi, e l'infiammazione loro. La conseguenza immediata dovrebbe essere al più, che l'acqua è composta di gasso oxigeneo, ed idrogeneo, e non di oxigene, ed idrogene: giacchè il composto in Chimica si deriva da quelle sostanze note, e già riconosciute per diverse che immediatamente si fanno entrare nella composizione. Così il tartaro vitriolato dicesi composto di acido vitriolico, e di alkali fisso in quanto che quello risulta immediatamente dalla combinazione di questi due sali. Rimarrà quindi a determinare che cosa sieno i due gassi oxigeneo, ed idrogeneo, come altri potrebbe cercare che cosa sia l'acido vitriolico, e l'alkali fisso. Ma benchè si trovassero certi componenti di questi due sali, sempre però il tartaro vitriuolato si riguarderebbe come composto di acido vitriuolico, e di alkali fisso, e nello stesso modo l'acqua, stando alla sola esperienza, dovrà riguardarsi al più come composta di que' due gassi ridotti allo stato concreto, come nel tartaro vitriolato sono ridotti concreti l'acido vitriolico, e l'alkali fisso che si fecero entrare liquidi nella composizione. Dico al più, perchè se ognuno di essi non fosse che una modificazione di acqua, allora il risultato acqueo dell'esperienza non sarebbe una composizione, ma una restituzione dell'acqua nel primiero suo stato; cioè a dire l'acqua sarebbe una sostanza non prodotta nell'esperienza, ma soltanto estratta, o edotta. In ogni modo siccome i due supposti componenti, cioè l'oxigene, e l'idrogene, non mai si vedono nell'apparato esperimentale, nè in altro modo sono separatamente riconoscibili per proprietà sensibili, perciò questi non si potrebbero riguardare come sostanze immediatamente dedotte dall'esperienza neppure quando si provasse altronde che realmente da quelle risulta acqua. Ma secondo la realtà esse non si possono introdurre se non in virtù di congetture, quali sono le sopraccennate (§. 5.), le quali sono appoggiate ad una serie di false, o arbitrarie ipotesi, che a suo luogo verrò partitamente esponendo.

VII. In questo luogo solo intendo a mostrare come la composizione, e risoluzione dell'acqua è dedotta contro tutte le regole logiche non che chimiche. Quanto alla composizione, la cosa è abbastanza provata dalle poc' anzi esposte

osservazioni, dalle quali risulta, che essi asseriscono la composizione dell'acqua senza avere date le pruove per assicurare che questa sia anzi un estratto (*eductum*) che un prodotto (*productum*); e le stesse riflessioni sono applicabili anche alla risoluzione. In fatti nell'apparato dell'esperienza diretta a provare tal risoluzione interviene calorico, acqua, e ferro. Il risultato dell'azione del calorico è gasso infiammabile, o idrogeneo, e ferro calcinato con aumento di peso. Come dunque si può dire dedotta immediatamente dall'esperienza la risoluzione dell'acqua in oxigene, ed idrogene, se i risultati immediati non sono nè oxigene, nè idrogene? Ma, dicono essi, l'oxigene si è unito col ferro, e l'idrogene col calorico; e la pruova è che l' aumento del peso del ferro unitamente al peso del gasso idrogeneo è per l'appunto eguale al peso dell' acqua consunta. Io non credo, che dal peso siasi mai dedotta una più leggera conseguenza. Poniamo per vera questa eguaglianza. Chi non vede, che in molte maniere, e da diversissime sostanze si può ottenere un dato peso? Assumiamo per esempio, che il ferro nell' operazione perda qualche sostanza, nel mentre che ne acquista un'altra, e che la sostanza perduta sia una certa qualità di calorico infiammabile, che sarà dichiarata al *§. 39*, e che io chiamo *Flogico*. Poniamo inoltre che questo flogico vada ad unirsi con una porzione dell'acqua, e formi il gasso idrogeneo, o infiammabile; come pure che la sostanza acquistata dal ferro sia una porzione di acqua. In tal caso il peso del gasso infiammabile, e l' aumento del peso risultante dal ferro sarebbe tutto proveniente da acqua, e la somma del peso di quelli potrebbe essere eguale al peso dell' acqua consunta senza che perciò si potesse inferire l' esistenza nè dell' oxigene, nè dell' idrogene. Per dedurre adunque da quella eguaglianza di pesi ciò che essi vogliono, dovrebbero secondo le regole chimiche avere provato esperimentalmente, che il ferro non abbia dimessa veruna sostanza, e che l' aumento del suo peso non sia provenuto da combinazione con acqua: il che nè fecero, nè possono fare. Sonovi anzi molti esperimenti, dai quali si può congetturare primamente, che alla formazione del gasso infiammabile nell' accennato esperimento concorra una sostanza propria del ferro, e diversa dall' acqua, e da

ciascuno degli immaginati componenti della medesima. Se il tubo rovente, per cui si fa passare l'acqua, non è di ferro, ma di varie altre sostanze, per esempio di rame, allora non più si ha gasso insiammabile: il che indica che alla formazione del gasso medesimo concorre non solo l' acqua, ed il calorico, come suppongono i Metachimici, ma anche l'altro corpo, che si mette in esperienza, cioè il tubo, e che anche dalla diversità della materia del tubo stesso dipende il risultato. Questa osservazione deve avere tutta la forza contro di essi, giacchè una simile obiezione fanno al *Kirvan* i Sigg. *Lavoisier*, e *la Place* per mostrare che il gasso insiammabile non può essere fornito dal ferro (*Kirvan* sur le Phlogistique pag. 197. 199.); oppongono cioè, che se fosse così, dovrebbe aversi gasso insiammabile anche quando il ferro si scioglie con acido nitroso: il che però non si ottiene. Questa loro opposizione è appoggiata sul principio, che quando il gasso infiammabile fosse somministrato dal ferro, quello dovrebbe ottenersi, qualunque fosse il solvente di tal metallo. Ora un simile principio io assumo, quando dico che se il gasso idrogeneo fosse formato dal solo idrogene combinato col calorico, quello dovrebbe ottenersi, qualunque fosse la materia del tubo rovente, per cui passa l' acqua. Per altro quantunque valesse contro il *Kirvan* l' accennata loro obiezione, pure non avrebbe veruna forza contro la mia spiegazione: perciocchè io non dico, che il gasso infiammabile sia fornito dal ferro, com'egli opina, ma solo asserisco, che il ferro con una sostanza sua propria, cioè col *Flogico*, concorre a ridurre l'acqua nello stato di un gasso infiammabile. Ora è chiaro che per più motivi può intervenire, che il ferro sciolto in acido di nitro somministri non un gasso infiammabile, ma un gasso nitroso. Primamente il flogico, che viene dimesso dal ferro, può essere diversamente modificato secondo la diversità del solvente da cui viene sciolto, e calcinato. Di ciò si ha una pruova nel vedere, che le calci di ferro non sono tutte della stessa qualità. Alcune per esempio non sono sensibili alla forza magnetica, altre lo sono più o meno: da alcune si può trarre o aria fissa, ovvero aria deflogisticata, come si ottiene dalle rugini di ferro che si formano in aria libera; da altre finalmente non si separa nissu-

na ſpecie di aria o di gaſſo, come ſono quelle, che ſi formano gettando un poco di acqua ſu una grande quantità di limatura di ferro. In ſecondo luogo quand' anco foſſe della ſteſſa qualità il flogico, che ſi ſviluppa dal ferro sì per l'acido nitroſo, che pel vitriuolico, pure dopo eſſerſi combinato coll'acqua divenuta gaſſoſa può eſſere modificato da qualche ſoſtanza ſomminiſtrata dall'acido nitroſo, a motivo della quale il gaſſo allora riſultante, che è nitroſo, non ſia più infiammabile. Di ciò può eſſer pruova il vedere che in queſta ſoluzione l'acido di nitro ſi ſcompone (*Kirvan* pag. 199.): onde è del tutto veriſimile, che da eſſo ſi ſepari l'accennata ſoſtanza, e vada ad unirſi nel gaſſo nitroſo, che ne riſulta.

VIII. Tutto ciò viene confermato anche dalle due ſeguenti oſſervazioni. Noi ſappiamo che tra le ſoſtanze minerali il ferro ed il zinco ſono le principali, che ſomminiſtrano aria infiammabile quando ſi ſciolgono in acido vitriuolico diluito. Queſti due metalli ſono quei ſoli, in cui ha luogo l'azione della forza magnetica, e queſta proprietà eſſi perdono allorachè ſono calcinati ad un certo ſegno. Queſto indica, che la proprietà ſteſſa ſia relativa a qualche particolare ſoſtanza in eſſi eſiſtente, la quale forſe o ſi ſepara per unirſi nel gaſſo infiammabile, o vi produce altra particolare modificazione, allorachè quelle ſoſtanze metalliche ſi calcinano. L'altra oſſervazione è, che il ferro ridotto in acciajo, e percoſſo contro un ſelce produce ſcintille ignee, che conſiſtono in parti ferree infuocate, le quali ſtaccanſi dal ferro, e trovanſi mutate in una calce ſcorificata. Tali ſcintille ſi formano anche nel vuoto pneumatico, ove certamente non eſiſte il ſuppoſto oxigene. Quindi appare primamente, che la calcinazione del ferro interviene anche ſenza che vi ſi combini il ſuppoſto oxigene. Onde di paſſaggio ſi noterà la falſità di un altro principio generale della nuova Teoria, in cui ſi ſtabiliſce, che tutte le calci metalliche ſono una combinazione del metallo coll'oxigene. Inoltre ſiccome tal calcinazione è accompagnata da materia ignea, che è molto analoga alla ſoſtanza infiammabile già da me chiamata flogico, è del tutto veriſimile, che queſta venga almeno in parte ſomminiſtrata dal ferro ſteſſo, e che per la ſot-

trazione di tale ſoſtanza infiammabile eſſo venga a perdere la ſua forma metallica ; e poichè nel vuoto non eſiſte neppure acqua che poſſa combinarſi col ferro calcinato, ſi ha quindi una pruova di ciò che già aſſerii, cioè che non tutte le calci di ferro ſono della ſteſſa qualità, e che alcune ſi formano per ſola ſottrazione di ſoſtanza infiammabile, altre anche per combinazione con acqua. Da che viene ſempre più conſermato, che alla formazione del gaſſo infiammabile nella decantata eſperienza concorra una ſoſtanza propria del ferro, cioè quel flogico, il quale nel vuoto ſi diſperde, ma coll' acqua ſi combina riducendola in gaſſo infiammabile.

IX. Non mi è ignoto che ottienſi aria infiammabile anche da altre ſoſtanze metalliche, come dalla manganeſe per mezzo dell' acido vitriuolico diluito, e dallo ſtagno ſciolto nell' acido marino. Queſto però non ſi oppone a ciò che io ho eſpoſto: giacchè io non contendo, che il ſolo ferro, e zinco contengano una ſoſtanza atta a ridurre l'acqua in gaſſo infiammabile, nè che la ſoſtanza atta a ridurre l' acqua in gaſſo infiammabile ſia ſempre della ſteſſa qualità; ma ſolo intendo di provare, che alla formazione dell' aria infiammabile della ſuccennata eſperienza concorre una ſoſtanza propria eſiſtente nel ferro, e che da eſſo ſi ſviluppa, la quale può averſi anche da altri corpi o del tutto ſimile a quella del ferro, o diverſamente modificata.

X. Comunque ſiaſi, è certo, che pochi ſono i corpi, i quali eſſendo roventi, e tocchi da acqua, producano gaſſo infiammabile (V. Mem. Acad. R. an. 1781.). Per lo che il voler dedurre da pochi caſi particolari la propoſizione generale aſſerente, che col ſolo calorico ſi ſcompone l' acqua, come vedeſi fatto da *Briſon* (Traité de Phyſique §. 882.), e nella Tavola di Nomenclatura, ſarà ſempre da riguardarſi come una deduzione del tutto antilogica. Laddove ſe io dico, che il gaſſo infiammabile ritratto dalla ſoluzione del ferro, e del zinco in acido vitriuolico proviene almeno in parte da una ſoſtanza dimeſſa da que' metalli, ciò non è appoggiato al ſolo caſo dell' acido vitriuolico: giacchè lo ſteſſo riſultato ſi ottiene dagli ſteſſi metalli ſciolti o in acido marino, o negli acidi vegetali dell' aceto, e del tartaro, ed anche in aria fiſſa, oſſia in acido carbonico.

XI. I Metachimici ſtimano di eludere l'enunciata difficoltà dicendo, che ſe col rame, e con molti altri corpi l'acqua per mezzo del calorico non ſi ſcompone, nè forniſce gaſſo idrogeneo, ciò procede, perchè queſti corpi hanno coll' oxigene un' affinità minore di quella, che l'oxigene ſteſſo ha coll' idrogene (*Briſon* §. 827., *Lavoiſier* Mem. Acad. R. an. 1781.), lo ſteſſo dicono per dare il motivo, per cui il ferro, e non il rame ſciolto nell' acido vitriuolico diluito dia gaſſo infiammabile. Con queſto però altro non fanno che introdurre una nuova ipoteſi, cioè l'immaginata affinità, e porſi in contraddizione. Eſſi vogliono, che le calci metalliche ſieno il metallo oxidato, cioè combinato con oxigene: onde per eſempio anche la calce di rame, che rimane dalla ſoluzione nell' acido vitriuolico, deve da eſſi riguardarſi come combinata coll' oxigene; e queſto, ſecondo eſſi, è ſomminiſtrato dall' acqua miſta coll' acido vitriuolico, che ſciolſe il rame. Dunque in tale ſoluzione del rame, l'acqua deve eſſere ſtata ſcompoſta per la ſeparazione dell' oxigene dall' idrogene. E perchè dunque non ſi formò in queſta ſoluzione il gaſſo idrogeneo, come avviene col ferro, e col zinco? Di più, come poſſono dire, che il rame non abbia tanta affinità coll' oxigene da potere ſcomporre l'acqua ſteſſa, ſe veramente, ſecondo eſſi, ſi combinò coll' oxigene dell'acqua?

XII. E' dunque immaginario l'accennato loro rapporto d'affinità, nè eſſo può divenir reale per l'eſperimento, che in pruova ne adducono, e che da altri è anche aſſunto come una confermazione della compoſizione dell' acqua. L'eſperimento è il ſeguente: Se in un apparato ſi pone la calce di rame inſieme con gaſſo idrogeneo, e vi ſi fa agire il fuoco di uno ſpecchio uſtorio, viene aſſorbito il gaſſo idrogeneo; la calce ſi riduce in rame, e formaſi una certa quantità di acqua. L'oxigene, dicono eſſi, avendo coll' idrogene più affinità che col rame, abbandona la calce di rame per unirſi coll' idrogene del gaſſo infiammabile, e da queſta combinazione riſulta acqua (*Briſon* §. 829.). Così dunque la pruova conſiſte ad aſſumere come certo quello che vogliono, e devono provare. Che riſulti acqua, e che la calce di rame ſi reſtituiſca, è un fatto. Ma ciò, che era unito nella calce di rame, poteva eſſere tutt' altro che oxigene; anzi ſic-

come essi dicono, che il rame non poteva scomporre l'acqua nel convertirsi in calce (§. XI.), ed altronde si aumentò nel rame calcinato il peso, dovrebbero ammettere, che nella calce stessa fosse combinata acqua; e posta tale combinazione avrebbero facilmente il motivo, per cui sia risultata acqua nell'esperimento senza ricorrere ad immaginarie affinità. Ma del risultato acqueo in tali esperienze si dirà nel Capo seguente. Qui solo è da notare, che essi suppongono che l'idrogene del gasso idrogeneo sia rimasto senza calorico, il che essi non provano. Inoltre essi suppongono, che nissuna parte del gasso idrogeneo siasi combinata colla calce di rame per restituirla alla metallica: il che parimenti non è da essi provato, e sarebbe anzi falso quando, come sopra accennai, il gasso infiammabile contenesse alcuna sostanza fornita da qualche metallo, cioè il da me chiamato flogico, il quale è atto a ricombinarsi colle sostanze metalliche.

CAPO II.

Come le esperienze, da cui deducesi la composizione, e la risoluzione dell'acqua, si spieghino, ritenendo l'acqua come semplice sostanza.

XIII. Molte sono le maniere, con cui può spiegarsi il risultato acqueo, che rimane nell'apparato esperimentale dalla combustione del misto di gasso idrogeneo, ed oxigeneo. Quella assunta dai Metachimici è la più strana, siccome quella, che introduce due nuove ed ignote sostanze, cioè l'oxigene, e l'idrogene, che non esistono se non nella loro mente, quando che il tutto si può assai più facilmente spiegare per mezzo di sostanze già note, e diversamente modificate. La spiegazione dipende dal vedere che cosa sieno il gasso idrogeneo, ossia l'aria infiammabile, ed il gasso oxigeneo, ossia aria vitale. A questa quistione i nomi, e le loro derivazioni sono indifferenti, cosicchè il primo può chiamarsi *A*, il secondo *B*. Ambidue devonsi riguardare come esperimentalmente noti, giacchè ognuno di essi si può ottenere separatamente; ed il primo distinguesi per la sua maggiore leggerezza, e per la facoltà che ha d'infiammarsi in certe circostanze,

costanze, ed il secondo per la proprietà che ha di essere più atto alla respirazione degli animali. Ma queste ed altre proprietà esperimentali non bastano per decidere che cosa essi siano. In ogni modo i Metachimici ne determinano la natura appoggiati alle congetture sopraesposte. Da queste appare, che l' oggetto principale è diretto ad assegnare la cagione, per cui i due gassi vitale ed infiammabile sieno tra loro diversi di qualità. A tal fine essi suppongono, che il calorico sia tutto della stessa qualità, e che nel combinarsi coi corpi agisca solo in proporzione della sua quantità, e quindi derivano la diversità dei due gassi da due sostanze diverse di qualità, cioè dall' oxigene, e dall' idrogene, la prima delle quali dicono essere combinata col calorico nel gasso oxigeneo o vitale, e la seconda combinata col calorico stesso nel gasso idrogeneo o infiammabile. Ma l' ipotesi che il calorico sia tutto dell' istessa qualità, e non agisca che in virtù della sua quantità, è del tutto arbitraria (V. Capo IV.); e quand' anco fosse vera, pure potrebbe ancora intendersi come una diversa quantità di calorico possa con una stessa sostanza, per esempio con acqua, combinarsi in modo che ne risultino due o più composti gassosi, i quali abbiano proprietà tanto diverse quanto lo sono quelle, per cui i due accennati gassi esperimentalmente distinguonsi tra di loro. Vedesi pertanto, che in diversi modi si può spiegare come i due gassi sieno tra loro diversi, senza supporre nell' acqua due diversi componenti. Io ora eleggerò il primo, ed assumerò, che esistano diverse qualità di calorici, due delle quali io nomino, l' una *flogico*, e l' altra *termio* (§. 39.); ed allora io dirò, che il gasso infiammabile è acqua combinata col flogico, e che il gasso vitale è acqua combinata con termio. Così dunque in tale ipotesi la sostanza comune ai due gassi sarebbe l' acqua; e la loro diversità deriverebbe dalla diversa qualità dei due calorici flogico e termio, come nell' ipotesi de' Metachimici la sostanza comune è il calorico supposto costante nella qualità; e la diversità dei gassi si fa dipendere dalla diversa qualità o natura del supposto idrogene, ed oxigene.

XIV. Questa mia ipotesi certamente spiegherebbe in genere la diversità esperimentale dei due gassi. Essa inoltre

soddisfa al risultato delle due esperienze sopraccennate anche per riguardo all' eguaglianza, che dicesi trovata tra il peso dell'acqua, e quello dei due gassi. Perciocchè il calorico anche secondo i moderni non ha un sensibile peso; altronde il flogico, ed il termio si assumono da me come semplici modificazioni di calorico (V. il §. 39,), e perciò anche essi possono essere senza un sensibile peso: onde il peso di ciascuno dei due gassi può corrispondere al solo peso dell'acqua in essi contenuta, e così il peso dell'acqua risultata nella combustione dei due gassi può essere eguale al peso dei medesimi.

XV. Il determinare quale delle due ipotesi sia da preferire dipenderà dall'esame di ciascuna. Quella da me assunta è certamente più conforme alle regole Chimiche. Queste richiedono, che non s'introducano nuove sostanze elementari se non quando la necessità lo richieda, e che esse inoltre sieno esperimentalmente riconoscibili. L'oxigene, e l'idrogene sono sostanze supposte elementari, ed esperimentalmente ignote (V. Capo III.); laddove l'acqua, che io assumo per un componente di ambidue i gassi, è già abbastanza nota, ed il flogico, così come il termio non è che una modificazione di calore, o del calorico, che parimenti è noto per molti effetti esperimentali; e come questo esista con diverse modificazioni sarà provato nel Capo IV. Così dunque non assumendo io veruna nuova sostanza, ma solo due diverse modificazioni, e queste riconoscibili in natura, è la mia ipotesi più conforme alle regole Chimiche.

XVI. Essa inoltre non può essere contraddetta da chi suppone che i due immaginati componenti dell'acqua secondo la quantità del calorico sieno ora solidi, ora liquidi, ed ora gassosi, ed anche infiammabili almeno per la loro mischianza. Perciocchè se due sostanze come sono l'oxigene, e l'idrogene possono pel calorico prendere quei tre diversi stati, e perchè non potrà una sola, cioè l'acqua considerata come non composta essere ridotta ai medesimi stati, ed anche a quello di gasso infiammabile? Che anzi se secondo il loro principio un corpo pel calorico non fa che *mutare stato*, e perchè dunque essi vogliono che l'acqua pel calorico non solo muti stato, ma anche natura, cioè che si scomponga in due sostanze idrogene, ed oxigene? Se un certo

calorico può combinarsi con una sostanza chiamata idrogene, e renderla gassosa, ed infiammabile, e perchè un cert'altro calore nominato flogico non potrà combinarsi con un'altra sostanza chiamata acqua, e renderla parimenti gassosa, ed infiammabile? Forse che i nomi inventati da' Metachimici influiscono nella mutazione di stato dei corpi più di quel che possano fare quelli da altri usati? Ovvero si è egli forse nell'acqua riguardata come elementare riconosciuta qualche proprietà, per cui non possa unirsi con un calorico infiammabile? Oppure si è egli provato che l'acqua non possa infiammarsi senza scomporsi? Noi anzi abbiamo un'esperienza abbastanza nota, dalla quale conosciamo una decisa maniera di unione dell' acqua col calorico, o più in genere con una sostanza infiammabile, per cui l'acqua stessa si rarefaccia, ed abbia ad infiammarsi, lasciando dopo l'infiammazione un residuo acqueo senza che intervenga, nè si possa sospettare veruna scomposizione dell'acqua stessa. Si prepari in un catino un'acqua saponata. In questa s'immerga l'estremità d'un tubo, e vi si inspiri aria infiammabile, ossia gasso idrogeneo. Si formerà alla superficie dell'acqua una spuma, ossia un cumulo di bolle ripiene di aria infiammabile. Se si applica in qualche sito di questa spuma una fiamma, quella s'infiammerà, e le bolle rapidamente scoppieranno, rimanendo l'acqua che formava la pellicola, o superficie delle bolle stesse. In questo esempio vedesi in grande, e sensibilmente, come con acqua certamente non scomposta si formi un corpo spumoso, e conseguentemente più raro dell' acqua stessa, le bolle del quale sono unite con aria infiammabile, ossia con una sostanza combinata con flogico, e come questo corpo spumoso si accenda, e scoppj in virtù della materia infiammabile contenuta nella capacità delle bolle stesse. Supponiamo ora che la pellicola saponacea delle bolle sia semplice acqua: ed all'aria infiammabile in esse contenuta sostituiamo un semplice calorico, cioè il flogico. Immaginiamoci inoltre, che le grandi bolle saponacee ripiene d'aria infiammabile sieno ridotte in bollicine acquee ripiene di flogico; e che da tali bollicine risulti un fluido aeriforme permanente, ossia un gasso. Noi avremo così l'idea dell' aria infiammabile, ossia del gasso idrogeneo. Che se da que-

ſto eſempio vorremo formarci l'idea anche dell'aria vitale, oſſia del gaſſo oxigeneo, baſterà ſupporre, che queſte bollicine ſieno ripiene non di flogico, ma di termio, e che l'acqua, d'onde ſono compoſte, ſia meno rarefatta, giacchè il gaſſo vitale è più denſo dell' infiammabile.

XVII. Queſte ſuppoſizioni, che ho fatte, per formare dall'acqua i due accennati gaſſi, non ſono ſenza fondamento eſperimentale. L'eſperienza primamente ci fa ſapere, che l'acqua per l'azione del calorico può ſenza eſſere ſcompoſta ridurſi ad un fluido anche più raro dello ſteſſo gaſſo infiammabile. L'acqua, quando è in vapore, è riguardata anche dai Metachimici come non ſcompoſta. Ora il vapore acqueo può divenire quaſi quattordici mila volte più raro dell'acqua ſteſſa (*Briſon* §. 1066.); laddove il gaſſo infiammabile più puro, che è il più raro dei gaſſi conoſciuti, è appena diecimila volte più raro della medeſima (*Briſon* §. 836.).

XVIII. Nell'addotto eſperimento l'acqua fu bensì ridotta in bolle per iſpirazione dell'aria, ma ben può per altri mezzi ancora aſſumere tale forma, come per eſempio per la ſola agitazione. Che inoltre l'acqua anche comune ſpeſſo maſſime coll'intervento di calore ſi riduca in bollicine piene di un fluido aſſai più raro dell'acqua ſteſſa, niſſuno potrà dubitarne dopo le belle oſſervazioni dell'eſimio Fiſico il Sig. *de Sauſſure* ſui vapori veſſicolari eſpoſte nel Capo II. *Eſſais ſur l'Hygrométrie*. Come finalmente poſſano tali bollicine eſſere ridotte anche allo ſtato non ſolo di vapore, ma anche di gaſſo permanente, s'intenderà facilmente riducendo la coſa alle ſole forze meccaniche combinate colle fiſiche. Un gaſſo acqueo ſuole dirſi permanente, quando per la ſola diminuzione di un certo grado di temperatura non ſi riduce nuovamente in acqua. Laddove l'acqua ſi riguarda come vaporoſa, quando per la diminuzione della temperatura ſi riduce nuovamente alla ſua ordinaria liquidità. Ora aſſumendo che pel calorico l'acqua ſia ridotta in piccoliſſime bollicine, ſi può con queſte intendere, come talora divenga gaſſoſa, e talora ſoltanto vaporoſa. A tal fine conviene diſtinguere la loro pellicola e ſuperficie, che ſupponeſi formata di acqua, e lo ſpazio contenuto dentro di eſſa, oſſia la loro capacità, che ſupponeſi occupata da un calorico, per eſem-

pio dal flogico. La pellicola essendo essa pure formata di varie particelle, può essere unita con più o meno calorico indipendentemente da quello ch'è contenuto nella capacità delle bollicine; come pure può il calorico combinato colle particelle della pellicola essere di qualità diversa da quello, che è contenuto nella loro capacità. Ciò si renderà sensibile, se si avrà presente il corpo spumoso sopraccennato, il quale rappresenta in bolle grandi quello che io dico di piccolissime. L'acqua di queste grandi bolle può essere per esempio ad una temperatura diversa da quella, a cui è l'aria infiammabile contenuta nella loro capacità; ed inoltre il calorico contenuto nelle parti della pellicola può essere tale, che per l'applicazione della fiamma non si accenda, come si accende quello che è contenuto nella capacità delle bolle: nel qual caso è chiaro, che il calorico contenuto nelle parti delle pellicole sarebbe diverso da quello, che è racchiuso nella capacità delle bolle. Vedesi di più, che nell'accennato esperimento il corpo spumoso di acqua saponata intanto sussiste in quanto che l'aria infiammabile vi fu inspirata con una certa forza, la quale se fosse stata tanto grande da superare la resistenza proveniente dalla tenacità, e coesione delle parti dell'acqua saponata, avrebbe diradate le bolle in modo, che sarebbero scoppiate prima di giugnere ad uno stato permanente, quale è quello che presentano le bolle stesse. Da che comprendesi, che per avere una certa permanenza nelle bolle saponacee richiedesi una certa proporzione tra la forza, con cui si formano, e sussistono, e la resistenza, che la loro pellicola può opporre alla forza stessa: la qual resistenza dipende dalla reciproca attrazione, e tenacità delle loro parti; e questa è relativa anche al calorico unito, o che in diverse circostanze va unendosi colle parti medesime. Due condizioni pertanto bastano per intendere come l'acqua ridotta dal calorico in bollicine possa prendere lo stato di gasso, e conservarlo senza essere scomposta. La prima è che l'elasticità, o in genere la forza del calorico, che va ad occupare la capacità loro, non sia superiore alla resistenza, che vi oppone la loro pellicola che si va formando. La seconda è che il tessuto della pellicola sia tale, che non ostante la diversa temperatura sopravveniente, ed i conseguenti cangia-

menti possa ritenere tanta coesione da resistere allo sforzo del calorico contenuto nella loro capacità.

XIX. A norma di questa formazione di gassi acquei spiegasi a maraviglia come per la combustione del gasso infiammabile misto col vitale questi perdono la loro forma gassosa, e ritornino alla liquidità acquea. Il gasso infiammabile o idrogeneo è acqua ridotta in bollicine ripiene di flogico, il gasso vitale o oxigeneo è pure acqua ridotta in bollicine ripiene di termio. Fintantochè questi due calorici il flogico, ed il termio non ostante una diversa temperatura sopravveniente ai gassi esercitano una certa forza inferiore alla resistenza delle pellicole acquee, dentro cui sono contenuti, i gassi rimangono nel loro stato, e solo divengono più o meno rari a misura della più o meno calda temperatura. Ma tosto che per l'applicazione di fiamma s'accendono, essi esercitano una elasticità o forza maggiore delle resistenze che vi opponevano le pellicole delle bollicine acquee, e perciò queste scoppiano anche con detonazione, come interviene nelle sopraccennate bolle saponacee all'accendersi della materia infiammabile in esse contenuta; e dopo lo scoppio essendo mutata la posizione delle loro parti, e non essendo più impiegate le loro forze attrattive a contrabbilanciare l'elasticità del calorico, le parti stesse si dispongono in quella forma che è consentanea alla mutua, e comune attrazione delle parti acquee, cioè tornano allo stato di acqua liquida.

XX. Coll'assumere che i due gassi vitale, ed infiammabile non altro sieno che due diverse modificazioni di acqua, cioè che essi consistano in bollicine acquee ripiene di una diversa qualità di calorico unito colle condizioni sopraccennate, io non intendo di dire, che tutti i gassi sieno così formati, ovvero che quella sia l'unica maniera atta a ridurre l'acqua in forma gassosa: ma solo di averne accennata una delle più verisimili, e visibilmente riconoscibile nell'addotto esempio di acqua spumosa ripiena di materia infiammabile. Che se altri opponesse, che tal esempio non vale a dichiarare la cosa, in quanto che ciò, che s'infiamma, non è l'acqua, ma bensì la materia, che nelle bolle acquee è contenuta; egli dovrebbe avvertire, che in un corpo spumoso composto di grandi, e sensibili bolle, e dall'arte formato

in una data, e nota maniera ſi può bensì diſtinguere dall' acqua la materia, che s' infiamma, ma tale diſtinzione non è più riconoſcibile in un fluido compoſto di bollicine inſenſibili, nelle quali non ſi può ſenſibilmente diſtinguere la maniera, con cui il calorico vi è unito. Per lo che quando nel gaſſo acqueo s' infiamma una delle ſoſtanze, che vi è unita, come è il calorico, a ragione ſi può dire, e ſi dice, che il gaſſo ſteſſo, o ſe così piace anche l' acqua s' infiamma, come ſi può dire, ed ognuno dice, che l' accennato corpo ſpumoſo è infiammabile. Se altri opponeſſe, che queſto corpo ſpumoſo non vale a dare l' idea di un gaſſo acqueo permanente, in quanto che queſto non dura ſe non un certo tempo; ſarebbe facile a riſpondergli, che la durazione delle bolle acquee dipende dalla forza dell' attrazione, o della coeſione delle loro minime parti in confronto dell' ampiezza delle bolle ſteſſe, coſicchè in parità di altre circoſtanze tanto più le minime parti tendono a conſervare nel totale la figura di bolle, quanto più queſte ſono piccole. Per lo che ritenuta la proporzione delle forze relative alla diverſa grandezza delle bolle, ben poſſono le grandi, quantunque non durevoli per lunghiſſimo tempo, dare idea della permanenza delle piccoliſſime, e quaſi infiniteſime dei gaſſi.

XXI. Poſto che la coſa ſucceda nel modo da me diviſato, il quale certamente non può eſſer ſoggetto a veruna difficoltà, è manifeſto che l' acqua ritratta nel decantato eſperimento della ſua compoſizione non deve riguardarſi come un prodotto, ma come un edotto. In Chimica ciò, che ottienſi da diverſe ſoſtanze ſottopoſte a certi agenti, chiamaſi in generale *riſultato*; e queſto riguardaſi come un *prodotto* quando ſia riconoſciuto che quello non entrava in neſſuna delle ſoſtanze intervenienti nell' eſperimento. Ma ſe il riſultato preſenta una ſoſtanza, che già era contenuta in alcuna delle materie intervenute nell' eſperimento, allora chiamaſi un *edotto*, o almeno rimane in grande dubbio, ſe ſia un prodotto; e conviene con altri mezzi riſolvere il dubbio. Ora ſe l' acqua già entrava come componente dei due gaſſi infiammabile e vitale, non è da dubitare, che l' acqua riſultata dalla loro combuſtione ſia anzi un edotto, che un prodotto; e ciò, come ſopra accennai, avrebbe luogo, ab-

benchè ſi ammetteſſe come certo ciò, che richiede ulteriori confermazioni, cioè che il peſo dell' acqua ritratta nella combuſtione ſia eguale al peſo dei due gaſſi. (§. 14.)

XXII. Quindi la mia ſpiegazione ſarebbe anche più coerente alle regole chimiche, le quali richiedono che la ſpiegazione dei riſultati ſi faccia introducendo il minimo di mutazioni. I Metachimici per iſpiegare come l'acqua riſultata ſia un prodotto, devono ammettere due riſoluzioni, cioè una in ciaſcun gaſſo, per intendere la ſeparazione del calorico dai medeſimi, ed una compoſizione, cioè la combinazione dell' idrogene coll'oxigene per comporre l'acqua. Laddove io introduco ſoltanto la riſoluzione de' due gaſſi, dalla quale ne ſegue la reſtituzione dell'acqua nel primiero ſuo ſtato.

XXIII. Vediamo ora come dalle idee ſopraeſpoſte ſi poſſa ſpiegare la ſeconda eſperienza (§. 5.), che fu diretta dagli Autori di eſſa a provare per analiſi la compoſizione dell' acqua. Tale ſpiegazione già appare in quello, che al §. 7. e ſegg. eſpoſi per moſtrare che dall' eſperienza ſteſſa non poteva dedurſi la riſoluzione dell'acqua, ſe non urtando contro le regole logiche. In queſto luogo pertanto aggiugnerò ſolo ciò, che concorre a provare, che la mia ſpiegazione è del tutto conforme alle regole, ed oſſervazioni chimiche. Il riſultato reale e ſenſibile di quella eſperienza è aria infiammabile, o gaſſo idrogeneo, ed aumento di peſo nel ferro, per cui paſsò l'acqua, mentre quello era rovente. Ma nell'eſperienza non appare, che la ſoſtanza, per cui ſi aumentò il peſo del ferro, ſia oxigene; e neppure appare che dall'acqua ſiaſi ſeparato idrogene, per unirſi col calorico a formare il gaſſo idrogeneo. Invece pertanto d'introdurre queſte due nuove ed arbitrarie ſoſtanze, cioè l'oxigene, e l'idrogene, aſſumiamo, che il ferro per l'azione del fuoco perda qualche ſua ſoſtanza, e venga diſpoſto ad acquiſtarne un'altra; e ſia *flogico* la ſoſtanza che perde, *acqua* la ſoſtanza che acquiſta. Ciò poſto, ſi può dire, che diverſe parti dell' acqua pel calore del ferro infuocato ſubiſcono una diverſa mutazione, cioè una porzione di eſſe ſi uniſce col flogico, e forma aria infiammabile, o gaſſo idrogeneo; l'altra ſi uniſce col reſiduo del ferro, e forma con queſto la calce di

ferro

ferro aumentato di peso. Trovasi egli, che il peso dell' acqua consunta nell' esperienza è eguale al peso dell' aria infiammabile ritrattasi unito all' aumento di peso intervenuto nel ferro? Ciò avviene, perchè una porzione dell' acqua si è unita col ferro, e l' altra si è unita col flogico, il quale non ha un peso sensibile. Ecco dunque spiegata l' esperienza senza necessità d' introdurre una risoluzione nell' acqua, ed assumendo principj del tutto ammissibili. Infatti i metalli considerati in forma metallica sono riguardati come sostanze composte, o certamente non sono dimostrati semplici. Per lo che possono perdere alcuno dei loro componenti, dei quali uno può essere materia infiammabile, cioè quella che io chiamo flogico; e ciò nel ferro non solo è possibile, ma è anche verisimile; giacchè il ferro per l' applicazione di fuoco arde con una sostanza sua propria. Possono inoltre i metalli mutare la loro forma metallica, e nella mutazione combinarsi con acqua o sola, o unita con altre sostanze. Tale combinazione dell' acqua colle sostanze metalliche, allorachè si calcinano, è ammessa dal *Cavendish* almeno nei metalli imperfetti, e dal *Kirvan* anche nei perfetti, come è il ferro (vedi *Kirvan sur le Phlogistique* pag. 6, e 205). Questi due esimj Chimici appoggiano la loro opinione ad esperienze. Anzi da una esperienza stessa del Sig. *Lavoisier* (*Opuscules phys.* t. I. pag. 270) appare, che talora l' acqua è anche almeno in parte separabile, giacchè riuscì a fare tal separazione da una calce di piombo, cioè dal minio. L' opinione stessa può essere confermata anche coi principj ammessi dai Metachimici. L' acqua è riducibile a diversi stati per la combinazione con altre sostanze, per esempio col calorico senza che possa intervenire neppure il sospetto di scomposizione della medesima; e per comuni esperienze vedesi, che essa si consolida non solo da se stessa, come interviene nel ghiaccio, ma anche per la combinazione con altre sostanze, come sono le terree, talora è molto rapida come avviene nel gesso calcinato. I metalli per la calcinazione acquistano molti rapporti colle terre. Per lo che è da dire, che l' acqua si combini colle calci metalliche, massime se essa sia precedentemente ridotta allo stato di vapore, o di gasso. La maniera, con cui i Metachimici si esprimono, non lascia abbastanza intendere, se quello che

ſi combina col ferro nell'eſperienza ſia l' oxigene, o il gaſſo oxigeneo. Ma qualunque delle due immaginate ſoſtanze ſia quella, che, ſecondo eſſi, entra in tal combinazione, è facile a comprenderſi da ciò, che diſſi al §. 16, che la ſteſſa combinazione ſi può aſcrivere all'acqua o vaporoſa, o gaſſoſa. E qui vuolſi notare, che l'acqua nel combinarſi colle ſoſtanze metalliche può anche avere lo ſtato gaſſoſo, ed eſſere già in forma di gaſſo vitale. L'acqua o altra qualunque ſoſtanza divenendo gaſſoſa per l'unione con una certa qualità, e quantità di calorico, forma un fluido aeriforme permanente fintantochè eſſa è libera. Ma ſe ſopravvenga qualche altro corpo che a ſe l'attragga, e la combini colla propria ſoſtanza, ceſſa nell'acqua combinata lo ſtato aeriforme, ſebbene eſſa ritenga ancora col calorico quella unione per cui divenne gaſſoſa. Un ſimile effetto interviene al calorico ſteſſo, il quale, quantunque per ſe ſia molto mobile ed elaſtico, pure ſpeſſe volte ſi fiſſa nei corpi, come da ognuno ſi concede.

XXIV. La maniera pertanto, che io ho aſſunta per iſpiegare l' eſperienza, è in ogni ſua parte provata da altre eſperienze, e dagli ſteſſi principj che ſono ammeſſi dagli introduttori di nuove ſoſtanze; epperò è da preferirſi ad ogni arbitraria ipoteſi. Aſſumendo l' accennata maniera di ſpiegazione, l'operazione ſarebbe ſucceduta per una riſoluzione del ferro proveniente dalla ſeparazione del flogico, e per due compoſizioni conſiſtenti nella combinazione dell' acqua con ferro per formare la calce di ferro, e nella combinazione dell' acqua con flogico per formare l'aria infiammabile. Un ſimile numero di operazioni introduceſi anche dai Metachimici, ma in diverſe ſoſtanze, cioè una riſoluzione dell' acqua, e due compoſizioni, l'una dell'idrogene col calorico, e l'altra dell'oxigene col ferro. Che ſe ammetteſi, che col ferro ſiaſi combinato gaſſo oxigeneo oſſia aria vitale, allora s' introdurrà una quarta operazione, cioè un'altra compoſizione, la quale ſecondo i Metachimici conſiſterà nella combinazione dell'oxigene col calorico, e ſecondo me nell'unione dell'acqua col termio. In ogni modo la ſpiegazione da me addotta è ſempre più conforme alle regole chimiche, ſiccome quella che preſcinde da ogni nuova ſoſtanza, e non aſſume che diverſe modificazioni di ſoſtanze già note.

XXV. Se altri cercasse da me la ragione, per cui soltanto una porzione dell'istessa acqua si muti in gasso infiammabile, e l'altra si combini col ferro, essa può assegnarsi senza introdurre arbitrarj rapporti di affinità. Allorachè si fa sgocciolare l' acqua sul tubo di ferro, questo è già rovente, ossia sopraccaricato di calorico, e le sue parti sono rammollite, e disposte a mutarsi, ed anche a scomporsi. Al momento che l'acqua tocca il ferro rovente, deve intervenire una mutazione sì nell'acqua come nel ferro, giacchè nelle mutue azioni dei corpi tra loro i cangiamenti sono sempre reciproci. Il ferro allora perde una porzione del suo calorico, il quale o interamente, o in parte è quello, che ho chiamato flogico, e combinandosi questo con una porzione dell' acqua va a formare il gasso infiammabile. L'altra porzione dell' acqua si combina con quella porzione di ferro che successivamente va perdendo il suo flogico, e forma così la calce di ferro. Queste variazioni intervengono con una certa successione, e rapidità, come avviene anche nella combustione ordinaria dei corpi, attesochè non possono quelle intervenire se non a misura che le minime parti del ferro entrano in contatto con quelle dell'acqua. Quindi nel mentre che alcune parti ferree dimettono il loro flogico, altre, che già lo hanno perduto, si combinano rapidamente con una certa porzione di parti acquee: onde è che per esempio di cento particelle acquee quindici soltanto possono divenire aria infiammabile, ed ottantacinque si fissano nella calce residua di ferro. Su tale spiegazione non possono i Metachimici opporre difficoltà: giacchè lo stesso dicono avvenire nel calorico del gasso oxigeneo allorachè vi si abbrugia carbone; del quale calorico una porzione dicono che viene dimesso dal gasso medesimo durante la combustione, e l' altra porzione vogliono che rimanga nel gasso residuo, che è aria fissa.

XXVI. Le cose da me finora esposte sui decantati esperimenti sono dirette unicamente a mostrare una maniera di spiegazione assai più plausibile di quella immaginata dai Metachimici, ed esse potrebbero facilmente combinarsi con una teoria generale. Ma questo non è ora mio oggetto, intendendo io soltanto ad escludere la nuova Metachimica: al qual fine sebbene possano essere sufficienti le osservazioni finora es-

poste, pure stimo di doverne altre soggiugnere analizzando le parti principali della medesima.

CAPO III.

Sull' Oxigene, ed Idrogene.

XXVII. Fu già da me accennato, che le due nuove sostanze elementari indicate col nome di oxigene, e d'idrogene sono del tutto ignote, ed arbitrarie, il che vuolsi ora maggiormente dichiarare. Ogni corpo, che si presenta ai nostri sensi, è sempre composto di più corpi, i quali sono diversi o soltanto di numero, o anche di qualità. In ogni modo un corpo si riguarda come uno quanto al numero, allorachè è localmente distinto da altri, e tal distinzione da noi si riconosce per indicazione. Un corpo localmente distinto può, e suole avere qualche altra proprietà sensibile indipendente dal locale, per cui esso si distingue da altri; e tal proprietà in un corpo localmente distinto si riconosce coi sensi o immediatamente o per mezzo dell' azione di altro corpo già separatamente conosciuto per qualche carattere distintivo. Se in vasi distinti raccogliesi quel fluido elastico, che si sviluppa dalla soluzione di ferro con acido vitriuolico, e quello che si ha dal minio sottoposto all' azione del fuoco, si avranno due fluidi localmente distinti, che si distingueranno per indicazione, indicando per esempio i due vasi colle lettere *A*, *B* applicate ai medesimi. Ma per riconoscere esperimentalmente se essi sieno diversi non solo per la località, ma anche nella qualità si potrà far servire immediatamente alcuno dei nostri sensi, come l' odorato; e se il fluido *A* avrà un odore suo particolare che non sentasi nel fluido *B*, tale proprietà servirà a distinguere coll' uso immediato dei sensi un fluido dall' altro. Se inoltre si prenderà un' egual porzione di essi, e si farà respirare in ciascuna separatamente un animale della stessa specie, e si osserverà che nel fluido *B* vive più lungamente che nel fluido *A*, si avrà una proprietà distintiva riconosciuta mediatamente coi sensi; se finalmente in altre due porzioni eguali di quei fluidi si mischierà un egual porzione di aria comune, e si vedrà che applicandovi la

ſiamma il fluido *A* ſi accende, e l' altro no, ſi avrà un' altra proprietà riconoſciuta coi ſenſi per mezzo di due altri corpi, cioè dell'aria comune, e del fuoco. Dopo tali ricognizioni il fluido *A* ſi potrà chiamare aria o gaſſo infiammabile, ed il ſecondo *B* aria, o gaſſo vitale; e preſcindendo dalla derivazione ipotetica dei nomi, potrà anche chiamarſi il primo gaſſo idrogeneo, il ſecondo gaſſo oxigeneo. Così dunque queſti due gaſſi ſi poſſono aſſumere come ſoſtanze chimiche, e reali, giacchè ſi poſſono avere ſeparatamente, e riconoſcere coi ſenſi alcune loro differenze. Ma l' oxigene, così come l' idrogene, è una ſoſtanza, la quale anche ſecondo i nuovi Nomenclatori non mai eſiſte ſola, nè mai ſi ottiene localmente diſtinta da altre; epperò eſperimentalmente, oſſia coi ſenſi, non mai ſi può aſſegnare una differenza tra eſſa ed altre ſoſtanze. L' oxigene dunque, e l' idrogene eſſendo due nomi, ai quali corriſponde un eſſere nè localmente diſtinto, nè riconoſcibile per veruna proprietà ſenſibile, non poſſono in Fiſica rappreſentare ſoſtanze reali, nè chimiche, ma voglionſi riguardare come nomi vuoti di ſenſo, e rappreſentanti due ſoſtanze immaginarie, o Metachimiche.

XXVIII. Ma diranno, che ſe non ſono note per proprietà riconoſciute coi ſenſi, ſono però note per definizione: giacchè per oxigene, ed idrogene deveſi intendere ciò che reſta del gaſſo oxigeneo, ed idrogeneo dopo eſſerne partito il calorico. Queſta definizione però primamente è appoggiata a molte arbitrarie ipoteſi; e quand' anco non foſſe così, eſſa certamente non baſta a farci diſtinguere le due indicate ſoſtanze. E veramente la ſola diverſa quantità del calorico, ſecondo eſſi, influiſce nel mutare i gaſſi, ed altre ſoſtanze. Ora quando una definizione dipende dalla quantità, conviene che queſta ſia determinata negli eſſeri che ſi definiſcono. Quindi per definire per eſempio l' oxigene dipendentemente dalla quantità del calorico converrebbe ſapere la quantità di quello che era nel gaſſo oxigeneo, e di poi determinare quella per la cui ſottrazione il gaſſo ſi mutò in oxigene. Vengano pertanto colla bilancia, e colla miſura alla mano a dirci quanto ſia il calorico del gaſſo oxigeneo, quanto quello del gaſſo idrogeneo, e quanto ne abbia perduto diſtintamente ognuno di queſti gaſſi per divenire l'uno oxigene, e l'al-

tro idrogene, e così formare l'acqua; ed allora dalla definizione cominceremo ad aver qualche idea dei due componenti di questo fluido. Ma quand'anco colle loro bilance, e misure giugnessero a tanto, le definizioni svanirebbero al momento che l'acqua si converta in ghiaccio. Nel ghiaccio certamente concedono, che rimanga ancora l'oxigene coll'idrogene. Ma la quantità del calorico nel ghiaccio è ben minore di quella che è nell'acqua fluida. Per lo che la quantità del calorico, che essi troveranno, o anzi supporranno sottratta ai due gassi per divenire oxigene, ed idrogene, non sarà quella, per cui possa sussistere la loro definizione: giacchè l'oxigene, e l'idrogene possono sussistere nel ghiaccio anche con calorico minore di quello che ad essi si ascrive per farne i componenti dell'acqua. Al più dunque ci possono presentare l'oxigene, e l'idrogene sotto l'idea di una sostanza che contiene più o meno calorico. Ma in tal modo la definizione è vaga ed indeterminata. Che se ognuna di quelle due sostanze si potesse precisare almeno per indicazione sensibile, allora la diversità del calorico servirebbe ad intendere una stessa sostanza diversamente modificata: ma non essendo sensibilmente riconoscibile nè l'una nè l'altra, ed altronde essendo vaga la definizione, questa non serve per formarne una sufficiente idea, potendo essa applicarsi ad un'altra sostanza qualunque: giacchè molte sono le sostanze che possono essere combinate con quella quantità di calorico che essi assegneranno a quelle da essi chiamate con quei due arbitrarj nomi. Tra tali sostanze può essere anche l'acqua riguardata non come composta, ma come semplice, ed omogenea; e come quell'aumento di calorico, per cui il ghiaccio diviene acqua, non altera l'oxigene, e l'idrogene nell'ipotesi che questi sieno i componenti sì del ghiaccio come dell'acqua; così a ragione si può dire, che l'ulteriore aumento di calorico o semplice, o diversamente modificato, per cui l'acqua diviene gassosa, non muta la sua natura, ossia non la risolve in diversi componenti; il che come abbia luogo fu già da me dichiarato nel Capo II. L'oxigene dunque, e l'idrogene sono sostanze immaginarie, che nella Chimica non possono avere nissun uso. Queste altronde, come già provai, sono introdotte senza veruna necessità, e, come sotto apparirà, ven-

gono anche malamente applicate alla ſpiegazione dei fenomeni chimici.

XXIX. E qui non è da ommettere un'oſſervazione che ſi preſenta a chi ſcorſe la Tavola dataci dai Nomenclatori. Tra le molte ſoſtanze, che vi ſono annoverate, una grande quantità ſi ſuppone combinata con oxigene. Tali ſono tutti gli acidi, e le calci metalliche. Ma in tre ſole trovaſi la combinazione coll'idrogene, cioè nell'acqua, nel gaſſo idrogeneo, e nel gaſſo idrogeneo fosforato. Ora non pare veriſimile che ſe l' oxigene, e l' idrogene foſſero realmente due delle ſoſtanze più elementari, una di eſſe, cioè l'idrogene, entri in combinazione con sì poche ſoſtanze.

CAPO IV.

Del Calorico.

XXX. Il calorico è quello, che i Metachimici fanno maſſimamente giuocare per iſtabilire la loro Teoria. Ma ſe cerchiamo che coſa eſſi intendano con queſto nome, li troviamo così indeterminati, che ci farà maraviglia a vedere, come abbiano tentato di formare una Teoria con un elemento da eſſi pure riconoſciuto per ignoto. Il Sig. *de Morveau* alla pag. 30. della Nomenclatura così ſi eſprime: *La lumiere & la chaleur paroiſſent en quelques circoſtances produire les memes effets; mais nos conoiſſances n'etant pas aſſez avancées pour pouvoir affirmer leur identité, ou leur difference, nous leurs avons conſervé à chacune leur denomination propre: nous avons ſeulement penſé qu'il falloit diſtinguer la chaleur, qui s' entend ordinairement d' une ſenſation, du principe materiel qui en eſt la cauſe, & nous avons deſigné ce dernier par le mot de calorique. Ainſi nous dirons que le calorique produit la chaleur, que le calorique a paſſé d' une combinaiſon dans une autre ſans produire une chaleur ſenſible.* Con tali eſpreſſioni il calorico viene rappreſentato come un principio materiale, che paſſa da una combinazione all'altra, cioè come una materia diſtinta da altre, con cui ſi combina. E veramente nella Tavola anneſſa alla Nomenclatura il calorico ſi dichiara come *chaleur latente*, *ou matiere de la chaleur*. Ma alla pag.

293 i Sigg. *Lavoiſier*, *Berthollet*, e *de Fourcroy* mettono dei dubbj ſu tale idea del calorico così ſcrivendo: „ Nous dirons „ qu'un gaz, ou fluide aeriforme eſt une combinaiſon du ca- „ lorique avec une ſubſtance quelconque; et en eff.t toutes „ les fois qu'il y a formation du gaz il y a emploi de ca- „ lorique; et reciproquement toutes les fois, qu'un gaz paſ- „ ſe à l'etat ſolide ou fluide, la portion de calorique neceſ- „ ſaire pour le conſtituer dans l'etat de gaz, reparoit et de- „ vient libre. Cet enoncé eſt rigoureuſement vrai, ſoit qu' „ on le regarde comme un fluide elaſtique très ſubtil, ſoit „ qu'on le regarde comme une modification „. Più incoe- renti ſono ancora le eſpreſſioni, con cui ſi ſpiega il Sig. *La- voiſier* alla pag. 6. del ſuo *Traité elementaire de Chimie* e che furono adottate dal Sig. *Berthollet* pag. 145 *Des Annales dè Chimie* Aout 1791. Ecco le ſue parole: „ Nous avons „ deſigné la cauſe de la chaleur, le fluide eminemment ela- „ ſtique qui la produit par le nom de calorique; indépen- „ damment de ce que cette expreſſion remplit nôtre objet „ dans le ſyſteme que nous avons adopté, elle a encore un „ autre avantage, c'eſt de puvoir l'adapter a toutes ſortes „ d'opinions, puiſque rigoureuſement parlant nous ne ſommes „ pas même obliges de ſuppoſer que le calorique ſoit une „ matière réelle; il ſuffit, comme on le ſentira mieux par „ la lecture de ce qui va ſuivre, que ce ſoit une cauſe ré- „ pulſive quelconque qui ecarte les molécules de la matière, „ et on peut ainſi en enviſager les effets d'une maniere „ abſtracte, et mathematique „.

XXXI. Volendo ſtare a queſte e ad altre eſpreſſioni convien dire, che i Metachimici aſſumono il calorico come una materia elaſtica, e diſtinta da altre ſoſtanze, colle quali ſi può combinare, e dalle quali può nuovamente ſepararſi; ma che per la loro teoria non è neceſſario il formarſene tale idea, e che quella può ſuſſiſtere abbenchè il calorico ſi riguardi come una modificazione, o come una cagione qualunque ripellente. Ma dicendo eſſi tali coſe moſtrano d'ignorare non ſolo il calorico, ma anche la loro teoria. Se il calorico non ſi aſſume come una materia diſtinta da altre, non più può queſta ſuſſiſtere. Per dimoſtrarlo conviene ſviluppare quelle idee, che eſſi inviluppano col ſoſtituire alla materia

del

del calore o una modificazione, o una qualunque ripellente cagione. Per modificazione nel presente caso non altro si può intendere che una diversità nella quantità, e qualità di moto. Ma fisicamente parlando il moto è sempre in una materia, che si muove, come pure una cagione ripellente riduceſi ad un corpo dotato di una forza ripellente. Dunque o vogliono che tal moto, e tal ripulsione esista in un corpo distinto da altri, che essi indicano con particolari nomi, per esempio, d'oxigene, e d'idrogene, e che da quel corpo a questi venga comunicato tal moto, oppure che in questi stessi corpi esista immediatamente tal moto. Così quando essi dicono che il gasso oxigeneo è una combinazione dell'oxigene col calorico, conviene determinare, se quella forza elastica, o ripellente, che rende, e mantiene in istato gassoso l'oxigene, sia immediatamente nell'oxigene stesso, oppure se vi esista per mezzo di un'altra sostanza elastica o ripellente a quello unita, quale sarebbe il calorico, se questo fosse una vera materia di calore. Nel primo modo il gasso oxigeneo sarebbe lo stesso oxigene dotato di una certa forza, epperò questo formerebbe una modificazione d'oxigene. Nel secondo il gasso oxigeneo sarebbe una combinazione di due sostanze, cioè d'oxigene, e di quella, che lo renderebbe elastico, la quale sarebbe il calorico avente una materia però propria. Quando dunque si voglia riguardare il calorico come una modificazione, o come una forza ripellente qualunque, conviene assumere, che esso non altro sia che una forza residente immediatamente in quel corpo stesso, che si assume. Poste tali cose facilmente apparirà, che assumendo il calorico in tal senso, non più può sussistere la teoria Metachimica. Questa comincia a formare due gassi, cioè l'oxigeneo, e l'idrogeneo dalla combinazione dell'oxigene, e dell'idrogene col calorico; di più assume certe affinità tra il calorico ed altre sostanze per ispiegare la risoluzione dei due gassi, e diverse combinazioni. Finalmente uno dei principali principj è la distinzione in calorico latente, ed in calorico libero. Ora le combinazioni, le risoluzioni, e le affinità sono rapporti tra sostanza e sostanza, e non tra una sostanza ed una modificazione; e la distinzione in calorico latente e libero non può aver luogo, se non supponendo una materia distin-

ta. Da che ne segue che tutta la loro teoria diviene o nulla, o ridicola. Per esempio, a spiegare la calcinazione di un metallo (pag. 295. Nomenclature) dicono che il metallo per l'azione del calore diviene atto a scomporre il gasso oxigeneo, e che trae a se l'oxigene, lasciando libero il calorico. Tale scomposizione deriva da una supposta affinità tra il metallo e l'oxigene maggiore di quella, che è tra l'oxigene ed il calorico. Ora se il calorico non è che un moto nell'oxigene, converrebbe dire che il metallo ha più affinità col moto, di quel che il moto abbia affinità coll'oxigene. Di più l'indicata distinzione di calorico in latente e libero si risolverebbe in una distinzione di moto latente, e di moto libero. Finalmente la risoluzione del gasso oxigeneo consisterebbe in una separazione dell'oxigene dal moto, prodotta dalla indicata maggiore affinità del metallo coll'oxigene.

XXXII. Non può dunque sussistere la teoria, lasciando il calorico in quella indeterminazione, in cui lo considerano i Metachimici. Questo ben intendono anch'essi, o almeno la maggior parte dei loro seguaci: ond'è che generalmente si determinano a trattare il calorico, come una materia dalle altre distinta. Comuuque però si consideri, le proprietà, che ad esso attribuiscono, non concordano nè colle osservazioni, nè colla loro stessa teoria. Due sono le proprietà principali, che ascrivono al calorico, per derivare da esso la spiegazione de' fenomeni chimici. La prima è di fissarsi nei diversi corpi, o di rimanere libero; l'altra è di produrre in essi diverse mutazioni in proporzione della quantità, con cui vi agisce. La distinzione del calorico in fisso, e libero è accennata in diversi luoghi della Nomenclatura, come alla pag. 295. La stessa distinzione è più diffusamente spiegata da uno dei più dediti seguaci della nuova Teoria il Sig. *Brison*, il quale al §. 588. *Traité elementaire de Physique* così scrive: „ Il faut sçavoir que la matiere de la cha-
„ leur (qu'on peut aussi appeller la matiere du feu, et
„ qu'on appelle maintenant calorique) est un fluide particu-
„ lier repandu dans tous les corps de la nature, et qui y
„ existe dans deux etats différens, sçavoir dans l'état de
„ liberté, et dans l'état de combinaison. La matiere de la
„ chaleur dans l'état de liberté est celle qui se trouve lo-

„ gée entre les particules des corps, qu'on ne peut point „ contenir dans un vaisseau fermé, que rien n'arrête parce „ que elle penetre avec facilité toutes les substances d'une „ surface à l'autre. Celle-ci seule est capable d'exciter une „ chaleur sensible à nos organes. Cette même matiere dans „ l'état de combinaison est celle, qui constitue un des prin- „ cipes des corps. Dans cet état elle n'est qu'une chaleur „ cachée, une chaleur latente; de sort que un corps qui en „ contiendroit une très-grande quantité ne seroit pas pour „ nous plus chaud, que celui qui n'en contiendroit point „ du tout. Cette matiere se dégage souvent dans la décom- „ position des corps: allors de chaleur cachée elle devient „ chaleur sensible en prenant l'état de liberté: elle devient „ susceptible d'agir sur les corps placés dans son atmosphére, „ et le thermometre en peut mesurer la force. „

XXXIII. Tale distinzione in calorico fisso e libero non può primamente ammettersi, quando il calorico si consideri come una modificazione; giacchè sarebbe ridicolo il distinguere una modificazione in fissa e libera, ed il considerarla come principio costituente di un corpo, quando è fissa. Non meno incongruente sarebbe la distinzione stessa, quando si riguardasse il calorico come un moto, o come una forza inerente ad un dato corpo. Che se il calorico si assume come una particolare sostanza, allora la distinzione accennata è incompleta, in quanto che può quello, o altro corpo essere unito con altra sostanza in modo che non sia nè libero, nè fisso. L'esempio più sopra accennato delle bolle d'acqua spumose, e ripiene d'aria infiammabile ne è una pruova. Quella sostanza infiammabile, che è contenuta dentro la pellicola acquea delle bolle, è ella fissa, o libera? Per rapporto alle parti componenti la superficie, o pellicola di ciascuna bolla, l'aria infiammabile sarà certamente libera, giacchè non è combinata colle parti componenti l'acqua separata della pellicola. Ma considerando tutta la massa spumosa come composta di bolle saponate, e piene d'aria infiammabile, non si saprà decidere se questa vi sia o fissata, o libera nel senso sopraesposto. Fissata non si può dire, perchè non è combinata colle singole parti dell'acqua, ma solo è involta da una certa quantità di parti acquee, occupando

nella capacità delle bolle uno ſpazio ſenſibilmente grande e diſtinto. Neppure ſi può dire libera, perchè non è ſemplicemente frappoſta alle ſingole parti acquee; ma è rattenuta dalla forza di coeſione delle parti componenti la ſuperficie delle bolle, ſicchè non può liberamente mutar luogo, e neppure paſſare da una bolla all' altra, non che da un corpo ad un altro di diverſa natura. In queſto caſo vedeſi dunque, che l' aria infiammabile può eſſere unita coll' acqua in modo che, ſtando alle definizioni ſopra arrecate, non ſia nè fiſſa, nè libera, ed in un ſimile ſtato può trovarſi anche il calorico per rapporto all'acqua, o ad altro corpo; anzi ammettendo che l'acqua divenga talora vaporoſa, e gaſſoſa per la ſua conformazione in bollicine, è del tutto veriſimile che il calorico vi ſia unito nel modo, con cui è unita l'aria infiammabile nella ſpuma ſopraindicata. Per lo che è chiaro che il calorico può avere nei corpi un terzo ſtato, per cui potrebbe chiamarſi *calorico involuto*. Ma oltre a queſti tre ne può avere altri molti; alcuni dei quali riſulteranno dalle diverſe combinazioni dei tre accennati. Certamente quelli tre ſtati, di cui ho parlato, ſono relativi unicamente al locale, oſſia alla meccanica diſpoſizione, che poſſono avere le diverſe parti del calorico per rapporto alle parti del corpo, in cui eſiſte. Ma ognuno facilmente intende, che il calorico può anzi, e deve avere diverſi ſtati anche a motivo delle diverſe forze, che agiſcono in natura: il che apparirà manifeſtamente allora che moſtrerò, che il calorico produce mutazioni nei corpi non ſolo in virtù della diverſa ſua quantità, come i Metachimici ſuppongono, ma anche in virtù delle ſue diverſe qualità. Intanto è da ritenere che il ſolo terzo ſtato da me accennato nel calorico baſta per rendere falſa la nuova teoria appoggiata ai ſoli primi due.

XXXIV. Vengo ora a moſtrare come ſia falſa la ſeconda ipoteſi, che da eſſi ſi aſſume, cioè che il calorico produca mutazioni nei corpi ſoltanto in virtù della maggiore, o minore ſua quantità. Che queſta ipoteſi ſia da eſſi aſſunta appare in più luoghi. Alla pag. 292. della Nomenclatura così ſcrivono: „ Si on prend un corps ſolide, de la glace, „ par exemple, et qu'on l'échauffe, elle ſe convertira en

„ eau, et cette eau prendra la forme de vapeurs, ou de „ gaz si on l'expose à une chaleur de 80 degrés. On peut „ dire la même chose de presque tous les corps de la natu- „ re; ils sont solides, liquides, ou aeriformes suivant le de- „ gré de chaleur au quel on les expose. La Physique mo- „ derne a même trouvé des methodes pour mesurer avec „ exactitude le rapport des quantites de chaleur necessaire „ pour convertir une partie de corps solides en liquides, „ et ceux-ci en fluides aeriformes „. In questo luogo si attribuisce alla diversa quantità di calorico soltanto quella mutazione, che consiste nel passaggio di un corpo dallo stato di solidità a quello di fluido o gasso. Ma la spiegazione, che i Metachimici danno del risultato acqueo dell'esperienza sopraccennata, e di altri fenomeni, che essi fanno dipendere dal calorico, è sempre derivata dalla sola quantità del medesimo. Così per ispiegare come dalla combustione del gasso oxigeneo, ed idrogeneo risulti acqua, dicono che questi due gassi hanno perduto una certa quantità del loro calorico, e perciò restò l'oxigene, e l'idrogene. Il derivare tali variazioni de' corpi dalla sola quantità del calorico è supporre, che ogni calorico sia di eguale natura, ossia che nel calorico non abbia luogo alcuna modificazione, per cui rimanendo la stessa quantità sia diverso in qualità. Questa supposizione però non è ammissibile nè nell'opinione che il calorico sia un moto, nè nell'altra, in cui si riguarda come una sostanza distinta. Certamente il moto considerato fisicamente è vario secondo la massa, la velocità, e la direzione; e quando molte masse sono in moto, e si vengono a toccare, viene reciprocamente modificato il moto di ciascuna secondo le diverse circostanze, in cui esse si trovano. Da che appare, che quando il calorico esistente nei corpi non fosse che un moto delle sue particelle, gli effetti prodotti da tale calorico non potrebbero essere dipendenti dalla sola quantità del moto. Poniamo per esempio che una massa sia come 8, ed abbia una velocità come 2, e che un'altra abbia una velocità come 8, e la massa come 2 In tal caso la quantità di moto sarebbe eguale in ambe le masse; ma l'effetto fisico della prima sarebbe su un aggregato di parti assai diverso da quello della seconda; e la diversità dipenderebbe da molte

circoſtanze, ed anche dalla figura della maſſa. Così ſe la prima foſſe un cubo, e la ſeconda una sfera, quella moverebbe un numero maggiore delle indicate parti, ma con minore velocità; queſta metterebbe in moto un minor numero di parti, ma con maggiore velocità; ed inoltre le direzioni, ed altre modificazioni del moto di tali parti ſarebbero aſſai diverſe in que' due caſi. E' dunque chiaro, che quando il calorico conſiſteſſe nel moto delle parti del corpo, in cui eſiſte, non potrebbe produrvi le variazioni in proporzione della ſola ſua quantità.

XXXV. Lo ſteſſo appare quando ſi aſſuma, che il calorico conſiſta in una particolare ſoſtanza. Perciocchè il calorico è ſempre accompagnato da moto, almeno quando è libero. Se dunque gli effetti fiſici del moto ſono diverſi, abbenchè la quantità del moto ſia eguale, egli è chiaro che il calorico anche riguardato come una particolare ſoſtanza non agiſce ſoltanto in proporzione della ſua quantità, ma anche delle diverſe modificazioni, che ne coſtituiſcono le diverſe qualità.

XXXVI. Tutto ciò può eſſere confermato anche da eſperienze. I raggi ſolari raccolti nel fuoco di uno ſpecchio uſtorio ſono certamente una materia di calore, giacchè abbruciano i corpi, e producono calore. Ma ſe un corpo ſi pone non nel fuoco dello ſpecchio, ma in una diſtanza benchè aſſai piccola, non vi produce neſſun ſenſibile calore, nè lo abbrucia. Così al riferire di M. *Briſon* §. 1125. avvicinando la mano al fuoco dello ſpecchio uſtorio di M. *Trudaine*, che ha 4. piedi di fuoco, egli non vi ſentì calore: laddove immergendovi qualche corpo, ſi ſpandeva tutt' all' intorno un calore così vivo, che la faccia appena lo poteva ſoſtenere. Ora la quantità di materia del calore era la ſteſſa sì nel caſo dell' avvicinamento del corpo al fuoco dello ſpecchio, come nel caſo dell' immerſione, giacchè quella conſiſteva nei raggi ſolari raccolti, ed altronde, ſecondo i Metachimici, il corpo immerſo, abbenchè ſia combuſtibile, non ſomminiſtra calorico. Se dunque ſi ebbe un calore tanto diverſo, conviene aſcrivere tale diverſità non alla ſola quantità del calorico, ma a qualche altro principio, il quale induca una diverſa qualità nei calorici. Certamente in molte circoſtanze

la luce produce effetti ſimili a quelli del fuoco, in altre gli effetti ne ſono molto diverſi. Quindi è che alcuni anche dei nuovi Nomenclatori ſtimano che il principio del fuoco, e della luce ſieno una ſola e ſteſſa ſoſtanza, ma diverſamente modificata (*Briſon* §. 1099.). Altri di loro, ſe non ammettono deciſamente tale identità modificabile, la riguardano almeno come dubbioſa. Può dunque una ſteſſa materia eſſere modificata in modo, che ora ſia la luce, ora fuoco, e tal materia dovrebbe riguardarſi come un calorico elementare. Perlochè ſiccome ſono diverſi di qualità la luce, ed il fuoco, così devonſi ammettere diverſe qualità di calorici, i quali perciò produrranno il loro effetto dipendente non ſolo dalla quantità, ma anche dalla qualità loro.

XXXVII. Quand' anco ſi concedeſſe, che una ſola, e ſemplice foſſe la materia del calore, non mai però potrebbe provarſi, che queſta ſia quella che agiſce per ridurre l'acqua in ſoſtanze gaſſoſe, e per produrre nei corpi le altre variazioni, che da' Metachimici ſi derivano dalla ſola diverſa quantità del calorico. Che anzi ſiccome queſto ſi combina facilmente con altre ſoſtanze, così è veriſimile, che il calorico interveniente a formare i diverſi gaſſi acquei ſia già diverſamente modificato; per la qual modificazione conviene ammettere diverſe qualità di calorici. Nel corpo ſpumoſo più volte rammemorato le bolle ſono ripiene di aria infiammabile, cioè di un calorico già combinato con altra ſoſtanza. Eſſendo viſibile la formazione, e grandezza loro, ed eſſendo ſeparatamente da noi formata l'aria infiammabile, noi diſtinguiamo le bolle acquee dall' aria infiammabile, che contengono; e ſapendo altronde che l'aria infiammabile non è un corpo ſemplice, noi dall' infiammazione del corpo ſpumoſo non deduciamo, che le bolle s' infiammino per eſſere unite a ſemplice calorico. Ma ſe le bolle foſſero inſenſibili, nè ſapeſſimo di qual materia foſſero ripiene, facilmente aſcriveremmo l'infiammazione all' unione del ſemplice calorico con acqua. Ora in quella maniera che l'aria infiammabile è un calorico modificato per l'unione di eſſo con altra ſoſtanza, e queſto ſi uniſce con altro corpo, cioè con bolle acquee, e rende infiammabile tutto il corpo ſpumoſo; così veriſimilmente deve intervenire che in natura eſiſta il calorico mo-

dificato già dall'unione con altre sostanze diverse, e che diversi calorici si unifcano con altri corpi. Certamente in natura esistono sottilissime sostanze, come sono la luce, il fuoco, la materia elettrica; e molte parimenti sono le forze, come l'elasticità, le mutue affinità, e le particolari attrazioni. Tali sostanze, e forze continuamente, e reciprocamente si modificano tra loro. Per lo che il volere che il calorico, il quale entra più o meno in tutti i corpi, agisca soltanto in ragione della sua quantità, è lo stesso che dire, che esso o non viene modificato dalle altre sostanze, o che le modificazioni sieno tali, che non ostante la loro varietà lascino ancora agire il calorico in proporzione della sola sua quantità: il che in nessun modo può ammettersi. Essi stessi per esempio assumono, che il calorico abbia diverse affinità. Così quando dicono che i metalli si calcinano per la decomposizione del gasso vitale, ciò ascrivono alla affinità del calorico, la quale suppongono minore tra il calorico ed il metallo, di quel che sia tra il calorico e l'oxigene. Ora se gli effetti del calorico sulle sostanze, in cui entra, dipendono anche dalle diverse affinità del medesimo, è chiaro che la sua azione è in ragione composta almeno della sua quantità, e del suo relativo grado di affinità. E' dunque una contraddizione il dire che agisce solo in virtù della sua quantità, quando che l'affinità v'induce anche una diversa qualità.

XXXVIII. Per ridurre il tutto in breve sembra da dire, che almeno tre sieno le qualità di calorici sensibilmente riconoscibili, cioè la luce, il fuoco, e la materia elettrica. In ognuna di esse noi distinguiamo diverse modificazioni, le quali non sono spiegabili per la sola diversa quantità: onde dobbiamo dire, che sienvi anche diverse subalterne qualità di luce, di fuoco, e di elettricità. Possono inoltre quelle tre prime qualità di calorico combinarsi tra loro due a due, ed anche tutte e tre. Di più ogni qualità di tali calorici può essere modificata dall' unione con altre sostanze diverse dalle accennate, e formare così altre qualità secondarie di calorici. Ora essendo la nuova Teoria fondata sul principio, che il calorico sia sempre della stessa qualità, e che non produca variazioni, se non in proporzione della sua quantità,

tà, è manifesto che quella è appoggiata ad un' arbitraria ipotesi.

XXXIX. Le idee, che noi ci formiamo degli esseri fisici, non mai possono essere chiare e distinte, se non quando sieno riducibili ad una classificazione appoggiata a proprietà caratteristiche, e riconosciute per esperienza; quindi per fissare le diversità dei calorici io le ridurrò alla seguente classificazione. Riteniamo il nome di calorico come già ricevuto, intendendo per esso una sostanza atta a produrre calore sensibile. Questo calorico può essere o accompagnato da fiamma, o senza di essa, come per esperienza è noto. Dunque potrà essere distinto in due generi. Il primo sarà il calorico infiammabile, che chiamerò *flogisto*; il secondo sarà il calorico non infiammabile, ed a questo darò il nome di *termio*. Ma il calorico infiammabile talora non s'infiamma, se non per l'applicazione di viva fiamma, o di scintilla elettrica, e talora s'infiamma anche senza tale applicazione. Questo indica una diversità nel flogisto; epperò quella pure potrà esprimersi, distinguendo il flogisto in due qualità, o specie, la prima delle quali si chiamerà *flogico*, e l'altra *pirico*, dando a ciascuno di questi nomi la poc'anzi accennata significazione. Potrebbersi quindi fare altre distinzioni, o specie subalterne secondo altre diversità, che si osserveranno sì nel flogico, come nel pirico. Ma queste bastano al mio scopo, che è diretto a dichiarare i due vocaboli di *flogico* e *termio* da me più sopra usati; e da quelle appare, che il flogico è una specie di flogisto, il quale io ho assunto come combinato con acqua per formare il gasso idrogeneo, in quanto che questo gasso non è infiammabile, se non per l'applicazione di fiamma, o di scintilla elettrica. Appare similmente, che il *termio* da me assunto come combinato con acqua per formare il gasso oxigeneo è una specie di calorico non flogistico. La novità dei nomi da me introdotti unicamente per brevità di espressione non potrà far difficoltà a chi nella Nomenclatura si è preso ogni licenza.

XL. Abbenchè ad altri non piacesse questa classificazione, nissuno però potrà negare, che alcuni dei calorici sieno infiammabili, e che perciò tra questi sia da annoverarsi il flogisto, il quale non altro significa per se stesso, se non che

una ſoſtanza, o un calorico infiammabile ; e ſe queſto eſiſte deve certamente agire nelle mutue variazioni dei corpi. In ogni modo i Metachimici lo vogliono eſcluſo, per ſoſtituirvi il loro calorico : il che quanto ſia fuori di ragione apparirà da un breve confronto tra l'uno e l'altro. Eſſi al primo oppongono, che la natura di lui è ignota, e che non servì, ſe non a formar teorie del tutto tra loro diverſe: onde conchiudono dicendo (pag. 308. e 309. Nomenclature) che „ c'eſt un Protée qui ſe préſente ſous toutes les formes, „ et qui échappe au raiſonnement comme à l'experience au „ moment où l'on croit être prêt de le ſaiſir.... toutes ces „ théories n'ont de commun entre elles que le mot de phlogiſtique qu'elles ont conſervé, et qui eſt en quelque façon „ leur terme de ralliement „. Non è da negare, che il flogiſto ſia ancora ignoto quanto alla ſua natura, e ch'eſſo abbia data occaſione a teorie molto tra loro diverſe. Il motivo ne fu, che ſi volle riguardarlo come una ſoſtanza unica nel ſuo genere, quando che molte ſono le qualità, o ſpecie di flogiſto ; e con quella ſola ſi vollero ſpiegare tutti i fenomeni chimici. Ma della natura del loro calorico, che ſanno eſſi, o che ci fanno ſapere, quando che eglino medeſimi confeſſano di non ſapere neppure ſe ſia una ſoſtanza, o una modificazione? Oltre a che ci dicono, che una ſola è la qualità di calorico, che queſto non eſiſte, ſe non o libero, o fiſſo, e che produce effetti ſoltanto proporzionali alla ſua quantità: le quali coſe tutte furono da me provate falſe, o certamente da eſſi non furono provate vere. Se dunque il flogiſto per le varie forme, con cui molti lo rappreſentarono, ſembra ad eſſi un Proteo, il loro calorico per l'accompagnamento di una poetica teoria, e di una comica nomenclatura ſarà da altri facilmente riguardato come uno ſgraziato Eſopo.

CAPO IV.

Della Combuſtione.

XLI. Poichè tutta la nuova Teoria è dedotta maſſimamente da un effetto, che venne prodotto dalla combuſtione dei due gaſſi, inſiammabile, e vitale, ſtimo opportuno l'eſa-

minare parimenti l'idea, che i Metachimici ci danno di questa operazione. Essa non si può meglio rilevare, che dalla esposizione fattane da *Brison* al §. 1129. e 1132. „ Le *calo-*
„ *rique* combiné avec une substance quelconque ne fait sen-
„ tir aucune chaleur; mais la chaleur devient d'autant plus
„ grande, et ses effets sont d'autant plus rapides qu'il y a
„ une plus grande quantité de calorique, qui prend l'état
„ de liberté. Voyons donc ce qui fournit cette grande quan-
„ tité de calorique libre dans la combustion des corps. Les
„ corps ne peuvent brûler qu'en contact avec l'air pur
„ (§. 664.) parceque la combustion consiste dans la combi-
„ naison de la base de cet air appellée oxigene avec le corps
„ combustible. Or l'air pur contient une grande quantité de
„ calorique combiné avec sa base, avec l'oxigene. Lors donc
„ que son oxigene se combine avec le corps qui brûle, son
„ calorique prend l'état de liberté, et se reunit à celui qui
„ avoit deja occasionné le commencement de l'embrasement...
„ Dans toute combustion il y a donc de l'air pur decompo-
„ sé, du calorique degagé, et divenu libre, et par conse-
„ quent de la chaleur produite; mais une chaleur plus ou
„ moins grande suivant la nature du corps qui brûle. Car
„ suivant les experiences de MM. *Lavoisier* et *la Place*,
„ une once de charbon en brûlant, consomme 4037,5 pou-
„ ces cubes d'air pur, et forme 3021,1 pouces cubes de
„ gas acide carbonique. Cette once de charbon consomme
„ donc 3 onces, 4 gros, 2,7500 grains d'air pur, et
„ forme 3 onces, 5 gros, 11,6645 grains de gas acide
„ carbonique. D'où il suit qu'une once de charbon four-
„ nit 1 gros, 8,9145 grains de carbone, ou un peu moins
„ de $\frac{1}{7}$ de son poids. „

XLII. Che il gasso oxigeneo sotto nome di aria vitale fosse necessario alla combustione dei corpi, già si sapeva prima della nuova Teoria, sebbene non si sapesse precisare quale ne fosse la cagione. Ma la spiegazione a rovescio, che ci viene data dai Metachimici, vi ha introdotta una positiva confusione d'idee, la quale è tanta, che viene in contraddizione colla stessa spiegazione, che essi danno all'esperimento principale, sul quale l'appoggiano. Nell'esperimento, in cui dalla combinazione del misto di gasso oxigeneo, ed idro-

geneo risulta acqua, il corpo combustibile è il gasso idrogeneo; e dicono che per la combustione i due gassi hanno perduto il loro calorico, ed è rimasto perciò l'oxigene, e l'idrogene, dalla combinazione de' quali risultò acqua. Ora se il corpo combustibile, quale è qui il gasso idrogeneo, non soffre, com' essi asseriscono, nella combustione veruna risoluzione; come dunque possono dire, che l'acqua venga composta d'oxigene, e d'idrogene? Se il gasso idrogeneo non fu scomposto per la combustione, cioè a dire, se non ha dimesso il suo calorico, convien dire che dopo la combustione rimanga ancora com'era prima, cioè un composto d'idrogene, e di calorico. Esso pertanto tiene ancora la natura del gasso idrogeneo, e non avvi altra diversità, se non che esso non più costituisce un fluido gassoso, a motivo che si combina, o si fissa coll' oxigene per formare l'acqua. Questa pertanto dovrebbe dirsi composta non d'oxigene, o d'idrogene, ma bensì d'oxigene, e di gasso idrogeneo fissato. Dunque è falsa o la teoria della combustione, secondo la quale il gasso idrogeneo non deve scomporsi nell'infiammarsi; o la teoria della formazione dell'acqua, la quale si suppone composta di oxigene, e d'idrogene, ossia di gasso idrogeneo scomposto per la combustione, e privato di calorico. Ma non errerà chi dirà essere falsa e l'una, e l'altra.

XLIII. Se dicessero che il corpo combustibile nell'accennato esperimento è il misto dei due gassi, con ciò non toglierebbero la contraddizione, ma l'aumenterebbero. Un misto di due gassi, quali sono in questo caso l'oxigeneo, e l'idrogeneo, altro non è, che un gasso, il quale comunica coll'altro pel contatto mutuo della superficie delle diverse particelle infinitesime, d'onde sono composti. Allorachè ognuno di questi gassi è distinto, e forma masse di una grandezza sensibile, essi intanto s'infiammano in quanto che ogni particella infinitesima delle superficie finite, in cui si toccano, comunicano, ed agiscono tra loro. La combustione pertanto compiendosi per l'azione mutua delle minime particelle, che compongono i gassi, interviene quanto alla sostanza nello stesso modo in ambedue i casi, cioè sì quando i gassi sono misti, come quando sono in masse finite e distinte. Solo avvi la diversità, che quando sono misti, il numero

dei contatti delle particelle è maggiore; onde in dato tempo si ha una infiammazione più forte, e più copiosa. Per lo che se la combustione non scompone il corpo combustibile, cioè le particelle minime, e costituenti del gasso infiammabile, rimarrà ancora la stessa difficoltà sopraccennata. Ma col riguardare il misto come corpo combustibile si gettano in un' altra contraddizione; e questa è che ammetterebbero una risoluzione, ossia una dimissione di calorico anche nel corpo combustibile: il che essi generalmente negano.

XLIV. Ma esaminiamo com' essi provino il loro assunto, e troveremo, che il tutto consiste ad inviluppare colla realtà, ed esattezza di certi pesi le loro ipotesi, per dare a queste quella credibilità che non possono avere. Abbruciano in gasso vitale un' oncia di carbone, e ci dicono che si sono consunti 4037,5 pollici di questo gasso; e riducendo a peso queste misure conchiudono, che quell' oncia di carbone consumò 3 once, 5 grossi, 2,7500 grani di gasso vitale, e formò 3 once, 5 grossi, 11,6645 grani di gasso acido carbonico, ossia di aria fissa, epperò che un' oncia di carbone somministrò 1 grosso, 8,9145 grani di una sostanza, che essi riguardano come carbone puro, e che chiamano *Carbona*. Quindi dicono, che dalla combinazione dell' aria vitale colla carbona, e col calorico risulta un nuovo fluido elastico, cioè l' aria fissa. L' inviluppo è manifesto. Separiamone pertanto quello che è reale dall' immaginario. Reale è primamente l' oncia di carbone, come pure il volume d' aria vitale consistente in 4037,5 pollici cubici, e quello dell' aria fissa trovato di pollici cubici 3021,1. E' parimenti vero, che l' indicato volume di aria vitale pesa 3 once, 4 grossi, 2,7500 grani, che il volume indicato di aria fissa pesa 3 once, 5 grossi, 11,6645 grani, e che finalmente la differenza tra questi due pesi è 1 grosso, 8,9145 grani. Ma che le 3 once, 5 grossi, 11,6645 grani di aria fissa sieno risultati dalle 3 once, 4 grossi, 2,7500 grani di aria vitale messi nell' apparato, e da 1 grosso, 8,9145 grani di carbona fornita dal carbone, ciò non risulta dall' esperienza, nè si può ammettere se non in virtù d' arbitrarie ipotesi: cioè a dire conviene supporre 1.° l' esistenza dell' oxigene già da me dimostrata arbitraria, 2.° che tra il carbone e l' oxigene sia più

affinità di quella che è tra l'oxigene ed il calorico: la qual affinità non ha veruna pruova; finalmente che nella combustione intervenga soltanto una soluzione ed una composizione; cioè una risoluzione del gas oxigeneo, per cui l' oxigene si separa dal calorico, ed una composizione dell' oxigene colla carbona: il che ora mostrerò quanto sia alieno da ogni verisimiglianza. E' noto, che tutte le soluzioni sono reciproche; cioè a dire se per esempio un acido scioglie un alkali, reciprocamente l' alkali scioglie l' acido, e generalmente interviene una certa trasmutazione sì nel solvente che nello sciolto, o anzi nei reciproci solventi. Se dunque il corpo combustibile scioglie il gasso oxigeneo, questo reciprocamente scioglierà il corpo combustibile. Il determinare poi se in questa reciproca soluzione sia intervenuta una risoluzione o in un corpo, o nell' altro, o in ambedue, e se dopo la risoluzione sia nei corpi risoluti intervenuta qualche nuova composizione, ciò dipende dalla cognizione dei componenti de' corpi messi in azione, e dall' esame dei risultati residui dopo la combustione.

XLV. Quindi ommettendo per ora la determinazione dei componenti dei corpi messi in azione, cioè del gasso oxigeneo, e del carbone, avrebbero dovuto i Metachimici almeno analizzare i risultati della combustione, che sono l' aria fissa, ed il residuo del carbone. Ma tale esame da essi non fu fatto, e solo si sono ridotti a riconoscere il peso dell' aria fissa. Ma il peso di un corpo non basta a farcene conoscere i componenti, ed il complesso delle variazioni intervenute nella combustione ci persuade, che quelli assegnati all' aria fissa sono del tutto arbitrarj. Primamente è manifesto, che nella combustione intervenne una risoluzione anche nel carbone, giacchè il suo residuo è molto diverso dal carbone messo in esperienza, e trovasi diminuito di $\frac{1}{7}$ del suo peso: e ciò devono essi pure ammettere volendo, che da esso siasi separata la carbona per unirsi coll' oxigene a formare l' aria fissa. E' dunque falso, che per la combustione succeda una risoluzione soltanto nel gasso oxigeneo. Posto che siasi separato dal carbone una sostanza, potè combinarsi col suo residuo un' altra sostanza, che esisteva nel gasso oxigeneo, per esempio una porzione di oxigene, ed allora sarebbe interve-

nuta una nuova composizione tra il residuo del carbone e questa porzione d'oxigene; il che se fosse intervenuto sarebbe falsa non solo tutta la teoria della combustione, ma anche quella dei componenti dell' aria fissa. Essi asseriscono bensì, che la carbona si unì coll' oxigene; ma non hanno una ragione per provarlo: onde può egualmente dirsi che anzi l'oxigene si unì in parte col carbone, formando il residuo del carbone che trovasi dopo la combustione. I pesi sopraindicati, su cui è appoggiata la teoria loro, si combina egualmente con altra ben diversa, che io ora formerò. Riduciamo il tutto in grossi, ed ommettiamo per brevità le frazioni. Allora il carbone intatto sarà 8 grossi, il residuo del carbone 7 grossi, il gasso oxigeneo 28 grossi, e l'aria fissa 29 grossi. Nella loro ipotesi i grossi 29 d'aria fissa risultano dall'unione dei 28 grossi di oxigene, e da 1 grosso che manca nel residuo del carbone per formare gli 8 grossi del carbone intatto. Poniamo ora, che nella combustione 4 grossi di una sostanza esistente nel gasso oxigeneo si sieno combinati col carbone, nel mentre che si andava risolvendo; allora il suo peso sarebbe divenuto di 12 grossi, e tale si sarebbe trovato il residuo, se quello non avesse dimessa una sua sostanza nel risolversi. Assumiamo che il carbone, che era di 8 grossi, nel risolversi abbia perduti 5 grossi, allora avendone acquistati 4 e perduti 5, il suo residuo sarebbe ancora di 7 grossi. Parimenti se i 5 grossi perduti dal carbone si sono combinati col gasso oxigeneo nel risolversi, il risultato di questa combinazione, che è l'aria fissa, sarà ancora di 29 grossi, giacchè il gasso oxigeneo pesava originariamente 28 grossi, e ne perdette 4, acquistandone 5. Ecco dunque come i pesi esposti con tanta esattezza sono applicabili ad un' altra ipotesi, senza far violenza alle idee chimiche, anzi assumendo certe idee da essi pure ricevute. Così il passaggio di una porzione del gasso oxigeneo in quel corpo, che unitamente al gasso oxigeneo subisce una soluzione, è da essi ammesso, quando si tratta della calcinazione di un metallo, la quale essi derivano dalla combinazione di esso coll'oxigene. Se assumo, che solo una porzione del gasso oxigeneo si combini col carbone, ciò non è alieno da quello, che essi stessi ammettono nel calorico, volendo che solo una porzione di quello, che era nel

gaſſo oxigeneo, divenga libero, e l' altra rimanga nell' aria fiſſa. Se vogliono dunque che la loro teoria ſia preferita all' ipoteſi da me accennata, e che ſia appoggiata ai peſi, ed anche alle miſure, moſtrino nell' aria fiſſa l' oxigene, e la carbona, e ci facciano vedere che dei 29 groſſi d' aria fiſſa, 28 ſono d' oxigene, ed 1 di carbona. Ma fintanto che la loro argomentazione conſiſterà a dire che 28 ed 1 fanno 29, altri troverà facilmente molti altri numeri che uniti ſaranno pure 29.

XLVI. Vuolſi inoltre oſſervare, che per riguardo al calorico eſſi non valutano i ſuoi effetti a norma delle idee che hanno aſſunte. Eſſi dicono che l' aria fiſſa riſultante dall' accennata combuſtione è compoſta di oxigene, di carbona, e di calorico; ed intanto fanno entrare il calorico come un componente dell' aria fiſſa in quanto che nella combuſtione poco ſe ne ſviluppò dal gaſſo oxigeneo. Ora per due cagioni può eſſere che poco calorico ſiaſene ſviluppato, cioè, o in quanto che fu ſcompoſta una piccola quantità di gaſſo oxigeneo, sì che una porzione di queſto rimaſe ancora col ſuo calorico di prima, oppure perchè la riſoluzione del totale del gaſſo oxigeneo non fu compiuta. Nel primo caſo l' aria fiſſa dovrebbe dirſi compoſta di carbona, di oxigene, e di gaſſo oxigeneo; onde ſarebbe falſa l' idea che ci danno dell' aria fiſſa (§. XLI.); e nel ſecondo ſarebbe da dirſi compoſta di carbona, e di gaſſo oxigeneo diminuito di una piccola parte del ſuo calorico: onde rimanendo nell' aria fiſſa il gaſſo oxigeneo non potrebbe dirſi, com' eſſi aſſeriſcono, che la combuſtione ſia intervenuta perchè l' affinità tra l' oxigene, ed il carbone, o la carbona è maggiore di quella, che è tra l' oxigene ed il calorico.

XLVII. L' eſperienza adunque non dà verun fondamento alla Teoria: nè queſta ha veruno ſoſtegno nell' oſſervazione da eſſi addotta relativamente al vario ſtato che acquiſta un corpo per l' azione del calorico. Il *Briſon* al §. 1132 ſi eſprime nei ſeguenti termini „ Une reflexion frappante (dit M.r „ *Lavoiſier*) et qui vient à l' appui des précédentes, c' eſt „ que preſque tous les corps peuvent exiſter dans trois états „ différentes, ou ſous forme ſolide, ou ſous forme liquide, „ c' eſt a dire fondus, ou ſous forme de fluide elaſtique: ces

„ trois

„ trois états ne depéndent que de la quantité plus ou moins
„ grande de calorique, dont ces corps ſont pénétrés, et avec
„ le quel ils ſont combinés. La fluidité, et élaſticité ſont
„ donc les propriétés caractériſtiques de la preſence du calo-
„ rique et d'une grande abbondance de calorique: la ſolidi-
„ tè, la compacité au contraire ſont les preuves de ſon ab-
„ ſence. Autant donc il eſt prouvè que les ſubſtances aéri-
„ formes et l'air lui-méme contiennent une grande quantité
„ de calorique combiné, autant il eſt probable que les corps
„ ſolides en contiennent peu „. L' aria di maraviglia, con cui viene propoſta queſta oſſervazione altronde molto comune anche ai vecchj Chimici, è tanto aliena dal propoſito, quanto è la bilancia alla loro Teoria. Io certamente non ſaprei dire, come da eſſa poſſano deſumere una confermazione per la teoria della combuſtione, ſe non è forſe nella conſeguenza che eſſi deducono, cioè, che i corpi ſolidi devono contenere poco calorico, e che ſiccome molti corpi combuſtibili ſono ſolidi, così non ſi deve ammettere che il calorico nella combuſtione venga da queſti fornito.

XLVIII. Queſta oſſervazione però primamente è appoggiata alla falſa ipoteſi, che il calorico concorra alla mutazione di ſtato de' corpi ſoltanto in virtù della ſua quantità; è inoltre una mal ferma congettura il dire che i corpi ſolidi contengano una quantità di calorico minore di quella, che è nei fluidi. La ſolidità non dipende dalla ſola quantità del calorico, ma anche dalla figura, e grandezza delle parti, e dalle particolari attrazioni; e per tali circoſtanze poſſono avere una coeſione tale, che ritengano una maggiore quantità di calorico dei fluidi.

C A P O V.

Sulle Affinità.

XLIX. Sembra ſtrano il vedere come nella mutazione dei vocaboli chimici abbiano i Nomenclatori ritenuto quello di affinità, il quale preſo così in aſtratto non ha quella preciſione che eſſi intendono di dare ai loro vocaboli. Il motivo di ritenerlo ſembra eſſere ſtato per poter con un nome già

ricevuto, ma da essi usato in tutt' altra significazione, dare ragione di certe parti della loro teoria, e così dare corso alla medesima. Le affinità chimiche tra certi corpi furono già introdotte, non per ipotesi, ma per esperienze. Le sostanze, tra le quali dai Chimici si assegnarono certe affinità, erano sensibilmente note, e gli effetti, dai quali si deduceva una maggiore, o minore affinità, erano pure conosciuti. Così se dicevasi, che un alkali è più affine ad un acido di quel che a questo sia affine un metallo, si applicava questa proposizione a sostanze reali, ed era nota separatamente ciascuna delle sostanze chiamate *alkali*, *acido*, *metallo*. Di più il risultato dell'operazione, da cui si derivava l'affinità, era sensibile. Così per dire, che l' alkali fisso è più affine all' acido di nitro, di quel che il rame sia affine all' acido stesso, si scioglieva primamente il rame nell' acido di nitro; ed alla soluzione si aggiugneva l' alkali, e vedevasi che per l'addizione di questo si precipitava il rame, ed inoltre si riconosceva, che dopo la precipitazione l'alkali era unito coll' acido. Di più l' assegnazione delle diverse affinità tra certi corpi non si faceva se non con certe limitazioni relative al diverso stato dei corpi stessi, ed alla maniera di operare sulle medesime: onde si distinguevano per esempio le affinità dei metalli secondo che erano o in forma metallica, o calciformi, o secondo che si operava per via secca, o per via umida. Ma le affinità dei Metachimici cadono su sostanze nè sensibili, nè reali, come sono l' oxigene, l' idrogene, ed altrettali; inoltre si suppone che delle due l'una abbia con una terza un' affinità maggiore di quella che con questa ne abbia un' altra, senza che abbiano veruna esperienza immediata, su cui appoggiarsi. Così per ispiegare come si riduca la calce di rame susa nel gasso idrogeneo, dicono che l'oxigene contenuto nella calce di rame è più affine coll'idrogene, e che perciò abbandona il metallo per combinarsi coll'idrogene, e così formare acqua. Ora per quale esperienza immediata trovarono essi questa affinità tra l'oxigene e l' idrogene, ed inoltre come trovarono che essa sia maggiore di quella, che è tra l' oxigene ed il rame? E' adunque del tutto ipotetica; e tali generalmente sono le altre affinità da essi introdotte, così che voglionsi riguardare come metachimiche, anzi che chimiche.

L. Del resto come i rapporti d' affinità da essi stabiliti non possano sussistere, neppure secondo i loro principj, si può vedere presso il *Kirvan* nella Sezione II. *Essai sur le Phlogistique* pag. 42, e leggendo la nota fattavi dal Sig. *Lavoisier* alla pag. 46 si conosceranno sempre più i difetti della Tavola delle nuove affinità.

CAPO VI.

Sulle condizioni richieste per dare una dimostrazione della composizione e risoluzione dell' acqua.

LI. In più luoghi delle loro opere i Metachimici si esprimono in modo da far credere, che essi abbiano dimostrata la composizione, e risoluzione dell' acqua. Questa, come già accennai al Capo II., dicono dedotta immediatamente dalle esperienze: il che per altro, come mostrai, è del tutto lontano dal vero. Alla pag. 298 della Nomenclatura mostrano la stessa persuasione, e cercano di appoggiarla anche ad esempj derivati dalla Chimica. ,, Un des points, dicono, de ,, la doctrine moderne, qui paroit le plus solidement établi, ,, est la formation, la décomposition, et la recomposition ,, de l' eau, et comment seroit-il possible d'en douter, quand ,, on voit qu'en brûlant ensemble 15 grains de gaz inflammable, et 85 d' air vital on obtient exactement 100 grains ,, d'eau, qu'on peut par voie de décomposition retrouver ces ,, deux mêmes principes, et dans les mêmes proportions? Si ,, on doutoit d' une vérité établie par des expériences sì simples, sì palpables, il n' y auroit plus rien de certain en ,, Physique, il faudroit mettre en question si le tartre vitriolé est réellement composé d' acide vitriolique, et d' alkali ,, fixe; le sel ammoniac, d' acide marin, et d' alkali volatil ,, ecc. ecc. Car les preuves que nous avons de la décomposition de ces sels sont du même genre, et elles ne sont ,, pas plus rigoureuses que celles, qui établissent la composition de l' eau ,,. Sembra appena credibile come l' entusiasmo teoretico abbia trasportato sì grandi Chimici in modo da non vedere la palpabile differenza tra la immaginata composizione, e risoluzione dell' acqua, e la reale composizione

del tartaro vitriolato, e risoluzione del sale ammoniaco. Il tartaro vitriolato si forma mischiando acido vitriuolico in una dissoluzione di alkali vegetale, finchè i sali si sieno tra loro neutralizzati. Quindi si filtra il tutto, e si fa svaporare per ottenere il sale neutro cristallizzato, ossia il così detto *Tartaro vitriolato*. Ora in questo processo le sostanze, che si mischiano, sono separatamente riconoscibili coi sensi, e sono note sotto il nome di acido vitriuolico, e di alkali fisso; e poichè l'operazione consiste solo in una mischianza di due sali liquidi, ed in una svaporazione, la quale non può alterarli; perciò a ragione si dice che il tartaro vitriolato è composto di acido vitriuolico, e di alkali fisso. Quindi affinchè la composizione dell'acqua avesse la stessa evidenza, che si assegna alla composizione del tartaro vitriuolato, converrebbe 1.° che quella risultasse della mischianza di oxigene, e d'idrogene riconosciuti col senso distintamente da ogni altra sostanza, 2.° che la combustione interveniente nella supposta composizione dell' acqua non alterasse le sostanze messe in esperienza più di quel che le alteri la svaporazione. Ora come appare dal Capo III., e V. niente di tutto questo trovasi verificato nel decantato esperimento; nè questo può da essi paragonarsi a quello della formazione del tartaro vitriolato, se non supponendo che l' oxigene, e l' idrogene sieno una cosa stessa col gasso oxigeneo, ed idrogeneo, quando che secondo la lor teoria sono del tutto diversi.

LII. Ma essi sono così affascinati dalla loro teoria, che non di rado dimenticano quelle stesse differenze, che eglino assunsero per formarla. Questa dimenticanza appare non solo nell'addotto esempio, ma anche nella nota del Sig. *Lavoisier* alla Sezione II. di *Kirvan sur le Phlogistique*. Questo esimio Inglese così scrisse alla pag. 58. „ Les experiences de M.r „ *Cavendish*, et de M.r *Monge* me paroissent prouver de „ maniere à ne laisser aucun doute, que le produit de la „ combustion de l'air dephlogistiqué, et du gaz inflammable „ n'est que de l'eau „; ed in seguito espone i motivi, per cui non adotta la nuova teoria. In ogni modo il Sig. *Lavoisier* alla pag. 62 vi fa questa nota: „ M.r *Kirvan* convient avec nous dans cet article, que l' eau est composée „ d'air dephlogistiqué et de gaz inflammable, ou selon no-

„ tre manieres de nous énoncer d'oxigene, et d'idrogene.„ Così dunque, secondo il *Lavoisier*, l'aria deflogisticata, ossia il gasso oxigeneo è lo stesso che l'oxigene, ed il gasso infiammabile, ovvero oxigeneo è una cosa stessa coll' oxigene, quando che secondo la nuova Teoria il gasso oxigeneo è una combinazione dell'oxigene col calorico, e l'idrogeneo una combinazione dell'idrogene parimenti col calorico. Questa diversità è tanta, che il *Kirvan* potè concedere, che il prodotto dei due gassi fosse acqua senza ammettere la supposta composizione; ed è bensì vero che *Kirvan* riguardò l'acqua come un prodotto di que' due gassi, quando che doveva essere chiamato soltanto un risultato. Qualunque però sia l'espressione usata da *Kirvan*, è certo, che l'acqua risultata deve anzi riguardarsi come un edotto, come provai nei Capi antecedenti, e che il gasso sì oxigeneo, che idrogeneo, essendo un composto, non può assumersi in vece dell'oxigene, e dell' idrogene, che sono sostanze supposte semplici, ossia non decomposte.

LIII. Veniamo all'altro esempio del sale ammoniaco. Questo sale si può risolvere in diversi modi, ritraendo separatamente alkali volatile, ed acido marino, i quali sono noti esperimentalmente. Così se si distilla il sale ammoniaco coll'acido nitroso, o vitriuolico, si ritrae immediatamente l'acido marino, che si sublima, rimanendo ognuno degli altri due acidi così combinati coll'alkali volatile, il quale dagli acidi stessi si può riconoscibilmente separare. Che se si distilla il sale ammoniaco o con calce, o con terra calcarea, o con alkali fissi, o con sostanze metalliche, si ritrae immediatamente l'alkali volatile, che si sublima, rimanendo l'acido marino combinato colle sostanze intermedie, che si adoperarono, il quale acido marino si può quindi dalle sostanze stesse separare. A ragione pertanto si dice, che il sale ammoniaco sia composto dei due indicati sali, nè vi può essere dubbio che le sostanze intermedie sieno concorse a produrre o l'acido marino, o l'alkali volatile, giacchè anche col semplice calore si può almeno in parte ottenere la stessa scomposizione, la quale intanto non può essere compiuta, in quanto che essendo troppo piccola la differenza tra la volatilità del sale marino, e dell'alkali volatile, si sublima tut-

to il ſale ammoniaco, dappoichè la ſeparazione è giunta ad un certo ſegno. Ora da tutti queſti caratteri è ben lontana la immaginata ſcompoſizione dell'acqua, giacchè non mai da eſſa ſi ritrae ſeparatamente nè oxigene, nè idrogene; ed altronde è ſoggetta a tutte le eccezioni, che più ſopra ho eſpoſte. Come dunque poſſono dire i Metachimici, che nella compoſizione, e riſoluzione dell'acqua ſia la ſteſſa certezza, che è nella compoſizione del tartaro vitriolato, e nella riſoluzione del ſale ammoniaco?

LIV. Ma eſſi vanno anche più oltre. Il Sig. *Lavoiſier* alla pag. 67. della nota ſopraccennata così ſi dichiara: „ Il „ eſt de principe, qu'une opinion ne peut être refutée que „ par des preuves du même genre que celles dont on s'eſt „ ſervi pour la fonder. Les preuves que nous avons données „ de la décompoſition, et de la recompoſition de l'eau étant „ de l'ordre démonſtratif, c'eſt par des experiences du mê„ me ordre, c'eſt a dire par des experiences demonſtratives, „ qu'il faut les attaquer „. Il pretendere che le eſperienze addotte dai nuovi Nomenclatori ſieno dimoſtrative, è lo ſteſſo che far perdere il credito al riſpettabile nome di dimoſtrazione. Noi abbiamo veduto, che eſſe non poſſono provare la compoſizione, e riſoluzione dell'acqua, ſe non ſupponendo certo quello, che ſi vuol provare, o anzi introducendo una ſerie di arbitrarie ipoteſi. Se il produrre eſperienze per pruove di una opinione foſſe ſufficiente per dare a queſta una dimoſtrazione, ſarebbe egualmente anzi meglio dimoſtrata la mia quantunque contraria alla loro, giacchè io pure ammetto le eſperienze da eſſi prodotte, ed in oltre io fo uſo anche di altre in conferimazione di ciò che aſſeriſco.

LV. Non ſi può dunque negare, che ſieno imponenti le eſpreſſioni, con cui i Metachimici danno per evidente e dimoſtrata la loro teoria: il che ſembra riconoſciuto da uno di eſſi il Sig. *Berthollet* (Annales de Chimie Août 1791.), il quale non potendo negare al Sig. *Keir* di eſſere quella dipendente da varie ipoteſi, benchè eſſi abbiano dichiarato il contrario, così ſi eſprime: „ Nous avons peut être mis „ de l'exageration dans quelques phraſes de la Preface „: nel che parimenti appare una libertà di Nomenclatura, chiamando eſagerazione ciò che è qualche coſa di più.

LVI. Avendo veduto quanto essi sieno lontani dall'avere data una dimostrazione della composizione dell'acqua, che è il fondamento della lor teoria, esaminiamo in breve ciò che sarebbe richiesto per giugnere a tal fine. Se fosse questa da provarsi per sintesi, converrebbe primamente riconoscere separatamente l'oxigene e l'idrogene; e quindi unendoli insieme in una certa proporzione, che essi assumono di 85 a 15, dovrebbero mostrare nell'apparato esperimentale come sieno risultati 100 di acqua, e tale apparato dovrebbe essere tale, che non si potesse sospettare insinuazione di materia estranea.

LVII. Ma dicono essi, che l'oxigene e l'idrogene non mai si possono avere separatamente, e che sempre sono uniti con altra sostanza, per esempio col calorico, col quale formano i due gassi oxigeneo ed idrogeneo. Posta tale circostanza, sarebbero da assumere 85 parti di gasso oxigeneo, e 15 di gasso idrogeneo, ed il risultato dell'esperimento fatto colle cautele sopraccennate dovrebbe consistere in 100 parti d'acqua. Inoltre dovrebbesi provare che per la sola sottrazione del calorico siasi ottenuta l'acqua, e che quell'acqua non entrava nei componenti dei due gassi. Quest'ultimo punto non mai fu provato, nè sembra potersi provare, come appare dalle cose da me esposte al Capo IV.

LVIII. Non potendosi per sintesi provare, che l'acqua sia composta di diverse sostanze, cerchiamo come si potrebbe supplire coll'analisi, e quali condizioni sarebbero richieste per dimostrare che l'acqua sia stata risoluta nelle supposte sostanze. Converrebbe a tal fine assumere una data quantità d'acqua. Questa dovrebbe essere esposta ad uno stesso calorico in un apparato pneumatico chiuso per ogni parte, e composto di materie, le quali nell'atto dell'operazione non potessero somministrare veruna sostanza loro propria; e quando il risultato consistesse nei due gassi oxigeneo ed idrogeneo, allora non potrebbe negarsi che questi realmente sieno composti di uno stesso calorico combinato con due diverse basi, le quali sarebbero i componenti dell'acqua, e che potrebbero altronde chiamarsi oxigene ed idrogene. A tal pruova nessuno giunse giammai. Perciocchè sempre nell'operazione intervenne qualche sostanza intermedia, come il ferro, la

quale, trovandosi trasformata, dà argomento da dire, che nel risultato abbia fornito qualche cosa di proprio, come per esempio una certa qualità di calorico, come sarebbe il da me chiamato flogico, la quale combinata coll'acqua l'abbia ridotta in gasso infiammabile.

LIX. Siccome i Metachimici pretendono, che per il solo calorico l'acqua possa scomporsi, ed altronde non richiedesi molto calorico per formare gasso infiammabile, siccome quello, che talora risulta da carbone ed acqua alla temperatura di 30 gradi del Termometro di *Reaumur* (*Lavoisier* note sur le Phlog. pag. 67.), e da ferro ed acqua anche alla temperatura ordinaria; così dovrebbe esser facile l'ottenere questo gasso dalla sola acqua combinata col calorico. Sottoponendola, per esempio, in vase chiuso, all'azione del solo calore aumentato, se bisogna, fino al grado che può ottenersi nella Macchina Papiniana, dovrebbe ridursi tutta in gasso parte oxigeneo, e parte idrogeneo; e poichè questo secondo è molto più leggiero del primo, potrebbe da questo separarsi in virtù della sua minore gravità specifica. Anche in questa operazione sarà poi da riconoscersi se la materia dell'apparato sia o nò concorsa con qualche sostanza sua propria al risultato: giacchè frequenti sono gli esempj di tale concorso, il quale, non essendo stato avvertito dai Chimici, fu cagione di molte sviste.

LX. I sostenitori della composizione dell'acqua diranno che per ottenere in essa la separazione dell'oxigene dall'idrogene richiedesi qualche corpo intermedio, come per esempio il ferro. Posta però tale necessità, non è più dimostrabile la risoluzione dell'acqua, se non provando che il corpo intermedio non abbia al gasso somministrata veruna sostanza propria: il che nè su fatto, nè sembra potersi fare. Per lo che vuolsi conchiudere, che l'immaginata composizione dell'acqua non è nè dimostrata, nè dimostrabile, e che avuto riguardo alle cose da me esposte è anzi inverisimile.

CAPO

CAPO VII.

Conclusione comprovante, che la nuova Teoria, e Nomenclatura chimica non è ammissibile in Mineralogia.

LXI. Tutta la nuova Teoria fu ridotta in una tavola, la quale dagli stessi Autori dovette, per quanto sembra, essere proposta come una distribuzione di nomi, anzi che di cose, avendola intitolata *Tableau de Nomenclature chimique*. Essi però stimano di avere posto tanto studio nei nomi, che questi equivalgano a cose: il che sarebbe così, se avessero eseguite le regole di Nomenclatura da essi proposte. Sono queste tanto saggie, che meritano di essere richiamate colle stesse loro parole. „ Les langues (dice M. *Lavoisier* alla „ pag. 6. Nomenclat. chim.) n'ont pas seulement pour objet, „ comme on le croit communement, d'exprimer par des „ signes, des idées, et des images: ce sont de plus des veri- „ tables methodes analytiques, à l'aide des-quelles nous pro- „ cédons du connu à l'inconnu, et jusqu'à un certain point „ à la maniere des Mathematiciens „: ed alla pag. 17. così scrive: „ Le mot doit faire naître l'idée; l'idée doit pein- „ dre le fait: ce sont trois empreintes d'un même cachet; „ et comme ce sont les mots qui conservent les idées, et „ qui les trasmettent, il en résulte qu'il seroit impossible de „ perfectionner la science, si on n'en perfectionnoit le lan- „ gage, et que quelque vrais que fussent les faits, quelque „ justes que fussent les idées qu'ils auroient fait naître, ils „ ne transmetteroient encore que des impressions fausses, si „ on n'avoit pas des expressions exactes pour les rendre. „ La perfection de la Nomenclature de la Chymie envisagée „ sous ce rapport, consiste à rendre les idées et les faits „ dans leur exacte vérité, sans rien supprimer de ce, qu'ils „ présentent, sur-tout sans y rien ajouter: elle ne doit être „ qu'un miroir fidéle: car nous ne saurions trop le répéter, „ ce n'est jamais la nature ni les faits qu'elle présente, „ mais nôtre raisonnement qui nous trompe „. Questi sono i precetti. Confrontiamone l'esecuzione. Il primo è di procedere dalle cose cognite alle incognite. I Nomenclatori no-

velli fanno per l'appunto il rovescio, assumendo per principj della Teoria e Nomenclatura sostanze incognite, e rendendo con queste incogniti anche altri corpi già noti, nella composizione dei quali le introducono. Nella prima colonna della Nomenclatura assumono cinquantacinque sostanze non decomposte, o elementari. Tra queste sono l'oxigene, l'idrogene, e ventisei radicali degli acidi; e nella terza colonna contengonsi gli acidi, ciascuno dei quali si riguarda come composto di oxigene, e di un radicale. Così, per esempio, l'acido muriatico si definisce come una combinazione di *oxigene* e del *radicale muriatico*. In tal modo si comincia appunto dalle cose ignote. Perciocchè l'oxigene, l'idrogene, ed i radicali degli acidi sono tutte sostanze, che non sono mai state separatamente riconosciute per verun fatto o esperimento, e che non si distinguono, se non per il nome, o per una immaginaria definizione. Esse inoltre rendono incogniti altri corpi già abbastanza noti. Così l'acido muriatico si distingueva anche prima della nuova Teoria per certe proprietà esperimentali; ma quando ci si dice, che esso è una combinazione di oxigene e del radicale muriatico, non più è riconoscibile. Perciocchè per riconoscerlo converrebbe sapere esperimentalmente che cosa è l'oxigene ed il radicale muriatico; e di queste due sostanze nessuna può essere sottoposta ad esperienze, anzi si può dire che ambedue, e massime l'oxigene, sono immaginarie. Parimenti i gassi infiammabile e vitale si distinguevano abbastanza per certe proprietà sensibili; ma chiamando il primo gasso idrogeneo, il secondo oxigeneo, si fece dipendere la loro cognizione dall'idrogene e dall'oxigene, in cui nient'altro si conosce, che una vanità di nomi. (V. Cap. III.)

LXII. Il secondo precetto è, che la parola debba far nascere l'idea, e che l'idea debba rappresentare il fatto. Secondo questa massima il fatto, o l'esperienza deve precedere, e l'idea deve corrispondere al fatto, ed a questo la parola. I Nomenclatori fanno precedere l'idea, ossia la teoria; ed a questa strascinano i fatti, ed adattano le parole. Ciò appare nelle esperienze fondamentali sopraccennate. La prima esperienza non altro presenta all'osservatore, se non che l'acqua risulta dalla combinazione dei due gassi infiammabile

e vitale, o se così piace di chiamarli, idrogeneo ed oxigeneo. Come dunque dicono, che l'acqua nell'esperienza fu composta da oxigene e da idrogene, se ciò che entrò nell' apparato era gasso oxigeneo ed idrogeneo? L'oxigene e l'idrogene secondo essi sono due sostanze elementari tra loro diverse di qualità; laddove ognuno dei due gassi è una sostanza non elementare, ma composta, o combinata con calorico, e la diversità di quelli può, come già fu da me provato, provenire dalla diversa qualità di calorico combinata con una stessa base comune ad ambedue. L'introdurre adunque l'oxigene e l'idrogene nel risultato esperimentale non è far corrispondere l'idea e la parola al fatto, ma adattare il fatto alle parole inventate. Così pure nell'esperienza, in cui dall'acqua risultò un gasso infiammabile, ed un aumento di peso nel ferro, come possono dire che risultò oxigene ed idrogene, e che in queste due sostanze l'acqua si scompose? Forse che ogni aumento di peso è oxigene? ovvero l'aria infiammabile, ossia il gasso idrogeneo è lo stesso che il loro supposto idrogene? Le due sostanze pertanto riguardate come componenti dell' acqua, non si possono introdurre nelle esperienze, se non supponendo già vera la teoria della composizione dell'acqua, cioè assumendo come certo quello, che deve essere provato.

LXIII. Ma quand'anco fosse vera tal supposizione, pure col denominare oxigene uno dei componenti dell'acqua sarebbe contraddetta quella parte del precetto, la quale richiede che il nome faccia nascere l'idea. Oxigene secondo la loro maniera di derivazione dal greco significa generatore di acido. Quindi essendo l'acqua da essi formata per la massima parte di oxigene, siccome quella, che in ogni 100 parti ne contiene 85, questo vocabolo fa nascere l'idea, che l'acqua sia un acido, o almeno che partecipi alla natura degli acidi.

LXIV. Quanto i Nomenclatori sieno lontani dall'avere eseguito il terzo precetto, che consiste a rappresentare le idee, ed i fatti nella loro esatta verità senza sopprimere, nè aggiugnere niente, appare da ciò che ho dimostrato nei Capi precedenti, dai quali si potrà inoltre rilevare, che tra tutte le sopraccennate massime da essi stabilite una sola si ve-

de in essi verificata, ed è, che l'inganno viene non dalla natura, ma dalla propria maniera di ragionare.

LXV. Una quarta legge di Nomenclatura, che da essi o non fu considerata, o certamente non eseguita, è che si esprima l'idea col minimo possibile di parole: il che richiede che gli esseri sieno espressi non per definizioni, ma per un solo nome per quanto è possibile, cioè almeno allorachè il nome è già ricevuto, ed altronde è indifferente a qualunque teoria. Ora nella quinta e sesta colonna della loro Tavola molte sostanze sono denominate contro a tal legge. In queste vedesi il *Sulfate di calce* per selenite, *Sulfate d'alume* per alume, *Carbonate di calce* per creta, *Carbure di ferro* per piombagine, *Sulfure d'antimonio* per antimonio, *Sulfure di piombo* per galena, *Sulfure di ferro* per pirite marziale, *Gasso idrogeneo fosforico* per gasso fosforico, *Fosfate di ferro* per siderite, ecc. Ed è inoltre da osservare, che alcune di tali denominazioni, o anzi definizioni presentano false idee. Per esempio la galena valutata per un sulfure di piombo sarebbe secondo essi una combinazione di zolfo con piombo. Ma realmente essa è anzi una combinazione di calce, ossia oxide di piombo con zolfo: perciocchè dopo averne separato il zolfo rimane non piombo, ma calce di piombo. Lo stesso è per riguardo al sulfure di ferro, il quale è una combinazione non di zolfo e ferro, come essi intendono, ma di zolfo e calce di ferro.

LXVI. Dopo di avere esposte le massime per una buona Nomenclatura, così proseguono alla pag. 15. „ Une partie „ des expressions dont on se sert en chimie y a été intro- „ duite par les alchimistes: il leur auroit été difficile de „ transmettre à leurs lecteurs ce qu'ils n'avoient pas eux- „ mêmes, des idées justes et vraies. De plus leur objet „ n'étoit pas toujours de se faire entendre. Ils se servoient „ d'un langage énigmatique, qui leur étoit particulier, qui, „ le plus souvent, présentoit un sens pour les adeptes, un „ autre sens pour les vulgaires, et qui n'avoit rien d'exact, „ & de clair ni pour les uns, ni pour les autres. C'est „ ainsi que l'huile, le mercure, l'eau elle-même des phi- „ losophes n'étoient ni l'huile, ni le mercure, ni l'eau „ dans le sens, que nous y attachons. L'*homo galeatus*,

„ l'homme armé designoit une cucurbite garnie de son chapiteau ; la tête de mort un chapiteau d'alembic; le pelican exprimoit un vaisseau distillatoire; le *caput mortuum*, la terre damnée signifioit le residu d'une distillation. Une autre classe de sçavans, qui n'ont pas beaucoup moins défiguré le langage de le chimie, sont les Chimistes systematiques. Ils ont rayé du nombre des faits ce qui ne cadroit pas avec leurs idées: ils ont en quelque façon dénaturé ceux qu'ils ont bien voulu conserver; ils les ont accompagnés d'un appareil de raisonnement, qui fait perdre de vue le fait en lui-même; en sorte que la science n'est plus entre leurs mains que l'édifice élevé par leur immagination. Il est temps de debarasser la chimie des obstacles de toute espece, qui retardent ses progrès„. I difetti che attribuiscono ai nomi introdotti dagli Alchimisti, sono assai piccoli in confronto di quelli, che appajono nella nuova Nomenclatura. Tali nomi, per quanto strani e speciosi fossero, indicavano però cose, che si potevano riconoscere coi sensi, e sempre avevano almeno qualche rapporto di somiglianza con esseri sensibili. Ma quelli, che sono introdotti dalla nuova Nomenclatura, esprimono in gran parte sostanze del tutto immaginarie; ed inoltre hanno per l'appunto quel difetto, che i loro inventori ascrivono ai nomi formati dai Chimici sistematici, tra' quali i nuovi Nomenclatori tengono senza eccezione il primo luogo, e dei quali con più ragione si può dire *que la science n'est plus entre leurs mains, que l'édifice élevé par leur immagination*. Quindi in vece di liberare la Chimica dagli ostacoli, che ne impediscono i progressi, ben si può asserire, che colla loro Teoria e Nomenclatura l'abbiano anzi fatta retrocedere di tanto, quanto la fecero avanzare colle loro esperienze.

LXVII. Altri difetti furono già da altri notati nella nuova Nomenclatura, per cui essa fu generalmente riconosciuta come non adottabile neppure in Chimica, come può vedersi in diverse Memorie inserite nei Giornali di Fisica del *Rosier* dall'anno 1788 fino al 1792. al qual proposito gioverà qui copiare ciò, che M. de la *Metherie* scrive a M. *Hassenfratz*: „ Je me contenterai de vous rappeller que vous „ avez vu comme moi tous les sçavans d'Angleterre rejetter

„ vôtre nouvelle Nomenclature. Vous n'ignorez pas non
„ plus que les ſcavans Svédois, Danois, Ruſſes, Allemands,
„ Italiens, Eſpagnols ne l'admettent pas d'avantage (j'ignore
„ s'il en faut excepter quelques-uns) ainſi que pluſieurs de
„ ceux qui l'admettent ſont convenus avec moi de ſes dé-
„ fauts, et que s'ils s'en ſervent, c'eſt plutôt pour faire
„ voir qu'ils ne l'ignorent pas, et qu'ils ſont au courant de
„ la ſcience ſuivant l'expreſſion vulgaire, que par perſuaſion
„ et conviction „. (Journal de Phyſique de *Roſier* an. 1788. t. 2. pag. 387.) Che ſe comunemente la novella Nomenclatura non è ricevuta in Chimica, molto più deve eſſere eſcluſa dalla Mineralogia; e ciò per quella ſteſſa ragione, per cui i loro autori la ſtimano preferibile. Il motivo da eſſi addotto di prelazione è, che tal Nomenclatura è del tutto legata colla Teoria, cioè con quella da eſſi propoſta. Ora queſta, quand'anco non foſſe nè da me, nè da altri dimoſtrata falſa, pure non è certamente da neſſuno dimoſtrata vera, anzi neppure veriſimile. Quindi l'introdurre nella Mineralogia vocaboli, che ſuppongono vera quella Teoria, ſarebbe lo ſteſſo che involgere in idee o falſe, o dubbioſe quegli eſſeri reali, che formano l'oggetto di queſta ſcienza. Che ſe avveniſſe, come certamente accaderà, che, paſſata l'idea di novità, per cui la nuova Teoria trova ſeguaci, queſta ſi abbandoni, i nuovi nomi introdotti in Mineralogia o dovrebbero eſſere nuovamente mutati, o ſe foſſero ritenuti, ſi dovrebbero intendere in un ſenſo niente corriſpondente alla loro ſignificazione.

LXVIII. Lo ſcopo della Mineralogia (intendo la ſiſtematica) è di diſtinguere i foſſili in claſſi, generi, e ſpecie, fiſſando a ciaſcuna di queſte diviſioni qualche proprietà caratteriſtica, ed aſſegnandovi un corriſpondente nome. Se per la diviſata diſtinzione baſtano certe proprietà eſtrinſeche riconoſciute o immediatamente coi ſenſi, ovvero per mezzo dell' azione di altri corpi, ſi deve il ſiſtematico di quelle accontentare. Se non ſono ſufficienti, allora deve derivare i caratteri di diſtinzione dalle proprietà intrinſeche, ed anche dai componenti. Ma queſti devono eſſere ſeparatamente riconoſcibili per mezzo dei ſenſi. Quindi poichè la nuova Nomenclatura è relativa a molte ſoſtanze non riconoſcibili,

come ſono l'oxigene, l'idrogene, ed i radicali degli acidi, è manifeſto che queſta in molte parti rieſce non adattabile, ed inutile alla Mineralogia.

LXIX. Dirà forſe taluno, che ogni ſiſtema mineralogico ſempre dipende da qualche teoria chimica, e che al preſente ſuppone vera la Stahliana, il cui fondamento è il flogiſto, che è una ſoſtanza non abbaſtanza determinata. Eſſendo altronde da molti ſeguita la nuova Teoria e Nomenclatura, ſembra che queſta debba eſſere adottata dal Mineralogiſta sì per intendere, come per farſi intendere in quegli oggetti, che ſono comuni sì alla Chimica, che alla Mineralogia. Io non nego ciò, che ſi oppone alla dottrina del Flogiſto. Ma per riguardo alla diſtinzione dei foſſili eſſa poco, o nulla v'influiſce. Per fare tale diſtinzione non è neceſſario, che ſi determini in ogni caſo ciò, che debbaſi intendere per flogiſto, nè quanto eſſo contribuiſca per dare ad eſſi certe qualità. Baſta a tal fine che con quel nome intendaſi una ſoſtanza infiammabile, la quale eſiſte con diverſe modificazioni. Una delle claſſi, in cui avrebbe maſſimamente a contribuire il flogiſto per diſtinguere certi foſſili, è quella, che viene ſotto il nome di bitumi, e che altri chiamò già corpi flogiſtici. In ogni modo le proprietà, per diſtinguere i bitumi da altri foſſili, ſono indipendenti dall' idea di flogiſto, conſiſtendo nell'eſſere quelli ſolubili in certe qualità di olio, e nell'ardere da ſe ſteſſi in aria libera, dappoichè ſi ſono acceſi, per l'applicazione di fuoco. Un altro genere di foſſili, ne'quali il flogiſto ha una maggiore influenza, è quello dei metalli, le cui calci ſuppongonſi private di flogiſto. Anche queſte però poſſono eſſere diſtinte dal Mineralogiſtà ſenza verun rapporto al flogiſto. Egli per calci metalliche intenderà quelle ſoſtanze, che non hanno la forma metallica, cioè nè duttilità, nè ſplendore, ma che poſſono acquiſtarla, fondendole con una materia riducente; e per materia riducente intenderà quella, che per eſperienza ſi ſa, o ſi troverà eſſere atta a produrre il diviſato effetto, come ſono la polvere di carbone, il fluſſo nero, e ſimili, le quali tutte contengono una ſoſtanza infiammabile.

LXX. Si può adunque in Mineralogia preſcindere dalla teoria del flogiſto; e quando piaccia di ritenerlo, ciò ſi può

fare senza introdurre false idee, giacchè è del tutto certa l'esistenza di sostanze infiammabili diversamente modificate. Che se talora quel vocabolo fu male applicato, l'errore si può facilmente emendare; laddove adottando la nuova Nomenclatura vi s'introdurrebbero idee false, nomi inutili ed incomodi, e confusione nel totale della distribuzione dei fossili.

LXXI. Che se la nuova Nomenclatura è da molti usata, ciò non altro pruova, se non che dal Mineralogista quella non deve essere ignorata, come ad un erudito devono essere note molte lingue, non però per usarle inettamente, ma per intendere quelli, che ne fanno uso. I nuovi Nomenclatori hanno certamente reso un cattivo servizio agli studiosi delle scienze fisiche, col metterli nella necessità di perdere il tempo nello studio de' nomi; ma non deve perciò il Mineralogista concorrere a perpetuare questo non indifferente incomodo.

LXXII. Ogni scienza fisica è come un fiume, il quale sempre va mutando il suo alveo, e le sue acque, e non ostante si riguarda ancora come lo stesso, e si denomina collo stesso nome. Questo si usa ne' fiumi, in quanto che i loro fonti rimangono gli stessi, e le loro mutazioni sono lente ed insensibili sì che quello, che rimane dopo ciascuna variazione, è sempre assai più di quel che vedesi mutato. Anche la Chimica, non ostanti le molte correzioni ed aumenti, fu in questo caso. Ma la nuova Teoria, avendo mutati i principj e i nomi della Chimica, vuolsi riguardare come un fiume, che mutò il suo alveo ed i fonti: onde non può riguardarsi come la stessa di prima; e perciò io fino dal principio la chiamai Metachimica. Se fosse adottata la nuova Nomenclatura nella Mineralogia, anche questa sarebbe nel caso della nuova Chimica, ed ambedue queste scienze non formerebbero che una parte della Storia dei pensieri degli uomini, anzi che della Natura.

OSSERVAZIONI

ASTRONOMICHE

Del Sig. ANTONIO CAGNOLI.

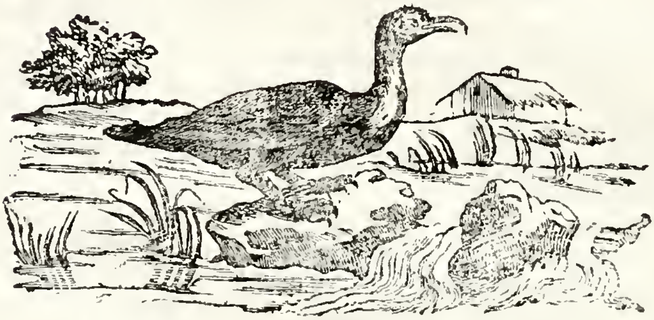
IN ſequela alle oſſervazioni de' Solſtizj, che ho publicate nel Tomo antecedente di queſta Società, riferiſco; ſiccome da altre 56 fatte in Giugno 1790, e comparate con quelle del Dicembre 1789, mi riſultò l'obliquità media dell' eclittica, ridotta a primo Gennajo 1790 = 23° 27′ 55″, 8. Da 37 oſſervazioni fatte in Dicembre 1790, e meſſe a confronto con quelle del Giugno dell'anno ſteſſo, 23° 27′ 54″, 5. Da 65 oſſervazioni fatte in Giugno 1791, e paragonate con quelle del Dicembre 1790, 23° 27′ 54″, 8. Penſo pertanto laſciare intatta la quantità 23° 27′ 55″, 8 determinata e adottata nella ſuddetta Memoria, e per conſeguenza la diminuzion ſecolare di 57″: riſerbandomi render conto più ampiamente di queſte mie oſſervazioni altra volta che l'agio ſia maggiore.

La mia ſpecola eſſendo nel parallelo di 45° 26′ 7″, e nel meridiano 8° 40′ 30″ all' oriente di Parigi, ho inoltre oſſervato:

1790 26 Marzo. Immerſione di κ del Cancro a	7^h	49′	4″	*t. v.*
18 Luglio. Immerſione di α della Vergine a	4	41	31	
Emerſione	5	52	56	
15 Ottobre. Immerſion della precedente di β del Capricorno	6	32	55	
Immerſione di β	6	40	38 ½	
Emerſione	7	57	25	
1791 3 Aprile. Ecliſſi di Sole.				
Porzione illuminata 19′ 34″, 8 . . .	2	44		
Diſtanza delle corna 8 30	3	53	31	

Idem . . . . 7′ 30″ . . . . 3ʰ 54′ 32″
Fine dell' ecliſſi 3 57 14

Mi aſtengo per ora dal publicare le oſſervazioni de' pianeti, degli equinozj ecc. per eſſermi mancato il tempo di terminare i calcoli incominciati.



SAGGIO DI RIFLESSIONI

SU L'ISTORIA, E LA NATURA DE' GIGANTI

Del Sig. Gaetano d'Ancora

Officiale proprietario della Segretaria del Re di Napoli.

PRESENTATA

Dal Sig. Michele Girardi.

Lo ſpecioſo nome de' Giganti, e le prove della loro eſiſtenza formano il tratto più famoſo dell'Iſtoria Univerſale, e dell'umana credulità; in maniera, che ſe poteſſe unirſi quanto vi ſi è ſcritto ſinora, ſe ne farebbe ſenza dubbio un volume giganteſco. Di fatti la loro tradizione, nata da una naturale inclinazione dell'uomo, come dappreſſo vedremo, ha avuta la ſorte di radicarſi tra le più culte nazioni, ed in tutte l'età. L'immenſa ſchiera de'creduli diſenſori di cotali moſtri mi avrebbero certamente arreſtato di entrare nel conflitto di tante diverſe opinioni de'Scrittori, che con ragione poſſono meritare il nome di Gigantomachi, ſe un minuto eſame della maggior parte delle opere loro non mi aveſſe ſpinto ad analizzare con libertà ed in breve, com'è mio ſolito, quanto può ammettere il buon ſenſo, e la ſana critica ſu queſto propoſito, concordando la ragione iſtorica colla filoſofica, come per avventura non ſi è fatto ſinora.

§. I. Ma prima di venire agli argomenti ſtorici, ed alla realtà della tradizione di eſſervi ſtati un tempo uomini di ſmiſurata ſtatura, ed a vedere altresì ſe l'ordine della natura comporti di così credere, convien riflettere al natural pendío del cuore umano d'ingrandir ſempre il paſſato, perchè faccia tuono ſullo ſpirito diſpoſto a commuoverſi per ciò, che cade ſotto i ſenſi, e poco, o niente per la percezione d'idee aſtratte, ſe pur queſte non ſieno grandioſe, e piccanti. Di

ciò persuasi i primi Legislatori, ed i Poeti, che gettarono le fondamenta della Religione, e del dritto nelle società civili, proccurarono appunto con tal mezzo di richiamare l'attenzione, e 'l rispetto de' popoli verso i loro insegnamenti (1). Essi con ingrandir le idee, che avevano della prima età del mondo, e dello stato naturale degli uomini, cercarono d'ispirare ne' popoli, che vollero incivilire, un sentimento di ammirazione, e di timore verso i selvaggi indomiti, e senza legge, come anche un abborrimento pel vizio, e per i trasgressori de' doveri di natura. Quindi nacquero, e si autorizzarono le idee de' Giganti, per i quali s' intesero gli uomini empj, e sregolati, sforniti di ogni umanità e religione, i quali conculcando i doveri naturali disposti ad ogni misfatto, si finsero di aver mosso guerra alla Divinità; proccurando colla loro sfrenatezza di sbandirne affatto l' idea dalla società (2). Ma ben presto l' uso della ragione sull' esperienze naturali avvertì gli uomini di esser la madre comune sempre costante nelle sue leggi, ed uniforme a se medesima, e di esservi alcuni limiti proporzionati negli esseri viventi, come negli altri corpi, relativamente al loro aumento, e decrescenza. In

---

(1) L'istesso presso a poco dice *Isidoro*, riportando le parole di *Tranquillo* L. VIII. c. 7. *Cum primum homines exuta feritate rationem vitæ habere cœpissent, seque ac Deos suos nosse, cultum modicum ac sermonem necessarium commenti sibi, utriusque magnificentiam ad Deorum suorum Religionem excogitaverunt. Igitur ut templa illis domibus pulchriora, & simulacra corporibus ampliora faciebant.* Quindi le statue degli Dei furono per lo più colossali, almeno quelle destinate per la pubblica venerazione, serbando gli antichi nel far le statue anche una decente proporzione: cioè agli uomini virtuosi eguali al naturale, a' sommi Imperanti più grandi del naturale, agli Eroi il doppio del naturale, ed agli Dei colossali.

(2) Non è da tralasciarsi il famoso luogo di *Macrobio Saturn.* L. I. c. 20. *Gigantes quid aliud fuisse credendum est quam hominum quandam impiam gentem Deos pellere de cœlesti sede voluisse? horum pedes in draconum volumina desinebant, quod significat nihil eos rectum nihil superum cogitasse &c.* Similmente *Ovidio* Metam. L. I. F. 6. v. 14.

. . . . Sed & illa propago
Contemptrix superum, sævæque avidissima cædis,
Et violenta fuit . . . . . .

appresso i Filosofi amatori del vero riducendo l'esperienze a' principj di dottrina, esclusero affatto dal genere umano sì fatti mostri, all'infuori de' Stoici, i quali sul sistema della prescritta durata del mondo, e delle sue varie età, credettero che nella sua infanzia gli uomini fossero stati di mole grandissima, e di più lunga vita, diminuendo sempre a proporzione che il mondo invecchiasse (1). Opinione autorizzata da tempi remotissimi presso molti grandi uomini, come tra gli altri *Omero*, *Lucrezio*, *Plinio*, *Filon Giudeo*, ed altri molti (2), i quali, tuttochè vivessero in epoche tra loro notabilmente distanti, si diedero, o più tosto vollero dare ad intendere, che il mondo, e 'l genere umano erano nelle rispettive età loro in decadenza. Errore, che appena può scusarsi col naturale istinto d' ingrandir sempre il passato, come dianzi si è dimostrato.

§. II. Prima però d' inoltrarci nell' istoria profana, anche per serbare la ragion de' tempi, vediamo ciò, che ci dice la sacra Scrittura sull' esistenza de' Giganti, essendo questo il fonte principale, onde si è autorizzata la lor credenza. I primi de' quali si parla sono i Giganti antediluviani nati da' congiungimenti de' Figli di Dio (*a*), che sono i discen-

(1) Se così fosse, da gran tempo gli uomini si sarebbero ridotti nani, nè sarebbero più favolosi quelli descritti dall' ingegnoso *Lilliput*. *Sidonio Apollinare* in più d' un luogo chiama settepedali i Borgognoni, i quali non pertanto oggi son di stature comunali corti, e lunghi. *Silio Italico* all' incontro afferma, che i Cartaginesi erano di cortissima statura, benchè oggi se ne veggano in tali luoghi de' molto alti.

(2) *Seneca* per altro si esprime con maggior discrezione, abbenchè fosse un perfetto Stoico Epist. IC. *Non tamen negaverim fuisse alti spiritus viros, & ut ita dicam, a Diis recentes. Neque enim dubium est quin meliora mundus nondum effoetus ediderit*. Si avverta, che dice *meliora*, e non già *majora*, soggiungendo: *Quemadmodum autem omnibus indoles fortior fuit, & ad labores paratior, ita non erant ingenia omnibus consummata*.

(*a*) Genes. VI. 4.

denti di *Seth* (1), colle belle figlie degli uomini, cioè della ſtirpe di *Caino*; niente più naturale, che da queſti matrimonj di piacere naſceſſero figli validi, e robuſti, anche perchè i padri erano più continenti, e meno diſſipati; ma non già figure irregolari, e ſtraordinarie, ſembrando più toſto tali nel morale, come figli di matrimonj vietati, e creſciuti nello ſtato naturale ſenza principj di Religione, e tanto meno di educazione, onde ſi ſervivano delle proprie forze per depredare, ed opprimere i buoni. E tale è appunto il ſignificato della voce נפלים *Nephilim* colla quale li chiama il ſacro Teſto (*a*), cioè Incurſori, o Empj, che immediatamente appreſſo ſpiega col ſinonimo גברים, *Ghiborim*, dinotante robuſti, potenti, abbenchè cotali voci da' LXX ſi traducono γίγαντες, che vale l'iſteſſo nel Greco idioma (2). *Nembrot*, che fu il più famoſo di queſta preteſa ſtirpe giganteſca, cogl' iſteſſi nomi di *Ghibor*, e Γίγας vien diſtinto, tradotti dalla Vulgata per *Robuſtus Venator* (*b*); ed all' incontro niuno ha aſſerito, che *Balaam* detto anche *Ghibor* (*c*) ſia ſtato un Gigante. *Giuſeppe Ebreo* (*d*) parlando di *Nembrot*, e de' ſuoi predeceſſori li qualifica per uomini audaci, e violenti non co-

(1) Ne' libri apocrifi di *Enoc* i diſcendenti di *Seth* ſi dicono Ἐγρήγοροι *ſacrorum cuſtodes*, i quali s' interpetrano da *Simmaco* Δυνασ-τεύοντες *Præpotentes*. Quindi eſclama *Giorgio Schubart de Diluvio Deuc.* c. 2. contra coloro, che ſtanno alla lettera di queſto luogo del S. Teſto. *Quæ non excogitavere Gentiles, quæ Chriſtiani pariter, meliora edocti! Angelos facere patres, ſalaces feminas genitrices. Adſpectui giganteo effectum tribuunt, qui homini tribui minime poteſt. Gigantum defunctorum animas in dæmonas transformari, qui huc illuc obterrent, conſtans erat ſententia. Enarrare hæc, & ſimilia præſtat, quam argumentis confutare.*

(2) In altri luoghi della Scrittura ſi denominavano רפאים Rephaim, ed אמים Emim dall' effetto di terrore, e di avvilimento, che cagionavano colle loro tirannie al reſto degli uomini.

(*a*) Nel luogo citato.
(*b*) Geneſ. X. 9.
(*c*) Num. XXIV. 4.
(*d*) L. 1. c. 4. §. 9.

noſcendo altra legge, che la forza (1), e ſoggiunge, che a coſtoro ſi attribuivano tutti quegli attentati, che i Greci addoſſavano a' loro Giganti. *Filone* (*a*) li deſcrive preſſo a poco l'iſteſſi, ed i più ſenſati tra SS. PP. in tal retto ſenſo hanno inteſi, e ſpiegati cotali Giganti. *Cirillo* Aleſſandrino (*b*) conferma quanto ſi è detto con avvertire a propoſito Ἔθος τῇ θεοπνεύστῳ γραφῇ Γίγαντας ἀποκαλεῖν τοὺς ἀγελοφρόνας, καὶ ἐυσθενεστάτους. *Solet Scriptura divinitus inſpirata Gigantes vocare homines feroces, & robuſtiſſimos*. *Teodoreto* (*c*) finalmente è di ſcudo a queſta difeſa, con farci altresì intendere, che gli antichi ſacri interpreti in tuttaltri ſignificati, fuorchè di uomini ſmiſurati, avevano capito i Giganti della S. Scrittura: taluni avendoli creduti τοὺς ἔτη πολλὰ βεβιωκότας, *eos qui multos vixere annos*; ed altri τοὺς θεομισεῖς καὶ ἀντιθέους, *Dei oſores, & impios*; ma che niuno però l'abbia giammai creduti μείζονα τῶν ἄλλων ἀνθρώπων σώματα ἐσχηκέναι, *illos majora cæteris hominibus habuiſſe corpora* (2).

(1) Di fatti i Greci in tal ſenſo diſſero γιγαντιᾶν *gigantiſare ſeu tyrannidem agere*. *Piſide* ſcrivendo di *Coſroe* Re de' Perſiani, diſſe Γιγαντιᾷ δὲ καὶ τυραννῆσαι θέλει, *gigantem agit tyrannidemque ſuſcipit*. E così anche gli Ebrei, uſando *Salomone* la fraſe *in cœtu gigantum commorari*, per eſprimere di eſſer tra prepotenti ed oppreſſori. Prov. XXI. 16.

(2) L'incertezza della loro origine li fece credere figli della Terra, onde ſi diſſero γηγενεῖς, *Terrigeni*. Quindi ſi chiamarono da' Latini Figli della Terra coloro *quorum genus incertum erat*, come nota *Iſidoro* Orig. L. XI. c 3. *Cicerone* ad *Atticum* L. I. *Et huic terræ filio, neſcio cui, committere epiſtolam tantis de rebus non audebam*. Si usò anche in buon ſenſo tal fraſe per indicare la progenie di coloro, che in altiſſima antichità diſperdevanſi. Così l' iſteſſo *Cicerone Fam. Epiſt. ad Trebat.* 7. *Gn. Ottavius tuus familiaris, ſummo genere natus terræ filius*; onde *Giovenale* cantò

Unde fuit, ut malim fraterculus eſſe gigantum.

Fu un punto dell' antica ſuperſtizione, che i demonj, e le anime de' morti foſſero più grandi della forma umana, e così ſempre ſi dipinſero nelle loro apparizioni. Racconta *Plutarco*, che a *Bruto* prima del-

(*a*) De Gigan. pag. 292.
(*b*) L. IX. *Adverſus Julianum*.
(*c*) *Quæſt.* 48 *in Geneſin*.

§. III. Ma perchè niente ci si opponga di aver trascurato, che riguardi l' esistenza de' Giganti, de' quali parla l' istoria Sacra, dopo quelli che precedettero il diluvio, diremo di loro alcuna cosa tanto più volentieri, quanto ci danno occasione di esaminare in paragone la statura degli Eroi, che è un de' caratteri più notabili dell' epoca de' tempi Eroici assai famosi nell' Istoria profana. Ci si presentano adunque il Gigante Egiziano ucciso da *Giojada*, alto cinque cubiti (*a*), e *Golia* ucciso da *Davide* (*b*), alto sei cubiti, ed una spitama: il primo, essendo sette piedi e mezzo alto, non può dirsi assolutamente un gigante, di cui ogni città non ne vanti qualcheduno; ma in paragone del secondo, il quale avendo presso a poco dieci piedi di altezza, fu veramente prodigioso, non altrimenti che tutta la sua Istoria. In fatti senza il miracolo, o 'l genio nazionale, non potrebbe altrimenti capirsi come un sasso scagliato colla possibile violenza avesse potuto trapassare una pesantissima celata, ed aprire un cranio compattissimo, che forse non a primo colpo di ben temprata accetta si sarebbe aperto. Ma senza eccedere i limiti della critica sacra, è permesso osservare, che siccome gli Ebrei ebbero due sorte di cubiti, l' uno sacro, e l' altro civile, de' quali ancora non è definita con sicurezza la differenza, e 'l rapporto colle misure de' Greci, e de' Latini (1); così può con ragione dubitarsi dell' altezza effettiva

la battaglia Filippica apparve uno spettro di corpo smisurato. Ed a *Druso*, secondo riferisce *Svetonio* in Claud. c. I. *Species barbaræ mulieris humana amplior apparuit*. Presso *L. Floro* L. I. c. I. *Giulio Proclo* affermò di aver veduto *Romolo* dopo morto di corpo più grandioso. *Seneca Oedip.* V. v. 174.

Vaga per lucos simulacra virum
Majora viris.

(1) Non è possibile definire con esattezza le misure degli antichi, e 'l farne un giusto rapporto colle moderne. Per intelligenza dell' argomento dirò in breve su' calcoli più appurati: che le prime

(*a*) Paralip. II. 23. (*b*) I. Reg. XVII. 4.

effettiva di questo Gigante; tanto più, che ne' migliori codici della versione de' LXX si fa montare a quattro cubiti, ed una spitama πεττάρων πήχεων καὶ σπιθαμῆς: ed è naturale, che sì fatti Interpetri fossero assai meglio, e più informati di noi di cotali rapporti, e differenze di misure. I Greci a questa proporzione fissarono l' altezza degli Eroi, cioè a poco più de' quattro cubiti, o sieno sette piedi, nè l' istesso *Ercole* fu alto di più, come scrive *Solino* (*a*), ed altri rapportati dall' immortal *Salmasio* nelle annotazioni sul citato luogo (1). *Gellio* scrive (*b*) che *Plutarco* in una sua

misure d' intervallo si presero dalle proporzioni più regolari del corpo umano. Gli Ebrei si servirono del cubito, o sia della distanza, che passa dal gomito all' estremità del dito medio, sul riflesso, che ogni uomo di qualunque statura sia, è quattro cubiti de' suoi. I Greci si valsero del piede, sei de' quali formavano l' altezza ordinaria di un uomo, ma vi su qualche divario secondo la varietà delle stature. Di fatti il piede Greco, o sia Erculeo superava di una $\frac{1}{2}$ oncia il Romano, benchè ambedue contenessero 4 palmi antichi rispettivamente, 16 pollici, o 24 dita. Per valutarlo col piede moderno gli Autori si servono del piede Regio di Francia, o di quello di Leyden chiamato anche Geometrico, che si crede presso a poco corrispondente al piede Romano antico. Il primo di questi si divide in 12 pollici, o sieno oncie, ciascuna di queste in 12 linee, ognuna delle quali in 10 particelle, in modo che fanno in tutto 1440 parti millesime. Il secondo poi contiene 1392 parti di quelle, che compongono il piede di Francia. Or secondo i più esatti computi il piede Romano contiene 1324$\frac{1}{2}$ parti delle 1440 del piede di Francia; e 'l Greco ne contiene 1380; ma confrontati col piede di Leyden, il primo ne contiene 952, e 'l secondo 992.

(1) Gli Eroi del Teatro antico ci assicurano di questa verità. Essi si studiavano d' imitare nella voce, e nella figura l' idee grandiose, che si aveano di questi gran personaggi; a qual' effetto comparivano sulla scena con de' maestosi, ed elevati coturni. Quindi si spiega un bel luogo di Ateneo L. V. c. 7, che contesta di essere appunto quale si è descritta la statura degli Eroi; Μέτος δε τέτων ἐβάδιξεν Ἀνὴρ μείξων τετράπηχυς ἐν Τραγικῇ διαθέτει καὶ προσώπω. *Inter hos medius incedebat vir magnus quatricubitalis tragico apparatu, & vultu.* Veggasi quanto nota *Pitisco* nella voce *Cothurnus*, e *Grallatores*.

(*a*) C. I. p. 6. (*b*) L. I. c. 1.

opera, a noi non pervenuta, lodava *Pittagora*, che aveva fissata l'altezza della statura di Ercole dalla proporzione del suo piede, con cui aveva misurato lo spazio del corso ne' giochi Olimpici; conchiudendo, che tanto quegli superava gli altri uomini nell'altezza, quanto con egual proporzione lo stadio Olimpico superava quello delle altre nazioni. Or essendo lo stadio Olimpico lungo 600 piedi Erculei, veniva a superare gli altri in 25 piedi per una mezz' oncia, che era più lungo il piede dell' Eroe relativamente al piede comune; in modo che egli misurato per sei de' suoi piedi veniva presso a poco ad esser alto quasi sette piedi de' comunali. *E* quindi si deduce quanto sia grande l'errore di molti dotti uomini, e tra gli altri di Uguezio, che han creduto il piede antico esser molto più lungo di quello, che in effetto era, onde si sono serviti di tal'erroneo argomento per dimostrare, che gli uomini un tempo abbiano avuta altezza assai maggiore dell' ordinaria. Gli altri due luoghi del sacro Testo, ne' quali si parla dell' altezza de' Giganti, senza che per altro vi si noti niente di preciso circa le loro misure, come ne' due precedenti, sono quando taluni degli Esploratori, mandati da *Mosè* a riconoscere la Terra promessa, per distogliere il popolo da tal passaggio, vanno spargendo (*a*), *Ibi vidimus monstra filiorum* Enac *de genere giganteo*, *quibus comparati quasi locustæ videbamur:* ma questa fu una mera esagerazione come si rileva chiaro dalla prevenzione del verso antecedente, in cui leggesi: *Detraxeruntque terræ*, *quam inspexerant* ecc., che i LXX. traducono: Καὶ ἐξήνεγκαν ἔκστασιν τῆς γῆς ἣν κατεσκέψαντο *&* *protulerunt admirabilia terræ*, *quam inspexerant*. Onde io dubito ancora se per malizia, o pure per poco criterio i sostenitori de'Giganti facendo gran pompa di questo luogo, non abbiano avvertita una cotanto necessaria e chiara prevenzione. L' altra è la descrizione del letto di *Og* Re di Basan, che conservavasi in Rabath Capitale degli Ammoniti (*b*) *novem cubitus habens longitudinis*, *&* *quatuor latitudinis ad mensuram cubiti virilis manus;* le quali ultime parole confermano la varietà delle misure ac-

(*a*) Num. XIII. 39. (*b*) Deuter. III. 11.

cennata di sopra, e le diverse specie de' cubiti Ebraici. Ne siegue di necessità, che dal vedersi un letto di questa grandezza, debba conchiudersi di aver servito onninamente per un uomo alto poco meno di nove cubiti. Oltrechè i letti grandi, e spaziosi furono un punto di lusso in Oriente, come anche si costumano al dì d'oggi, anzichè ne' primi tempi servirono anche per troni de' gran personaggi (1).

§. IV. Dal detto finora può trarsi un bel paragone tra' Giganti antediluviani con quelli della Favola (2), siccome tra que' de' tempi eroici cogli altri, de' quali parla successi-

(1) Prima che s'inventassero le sedie gli antichi sedevano sul letto: finoggi si è conservato quest' uso presso gli Orientali, con essers' in parte surrogati a' letti i tappeti, e coscini. Anche dopo l' introduzion delle sedie non fu insolito. *Plinio* V. Epist. 5. *Mox imaginatus est venisse Neronem, in Toro sedisse*. *Luciano* nel dialogo degli osservatori fa vedere *Creso* seduto in un aureo letto, che favella con *Solone* Ateniese. Ed ognun si ricorda quel di *Virgilio Æneid. II. Toro sic orsus ab alto*. Le prime sedie furono a forma di letticciuoli, che noi diremo sofà, da potervisi distender sopra. Quindi κλίνη, e κλισμὰ dinotano i letti, e le sedie. *Troni*, & *solia* si dissero i seggi de' Re, che ne' primi tempi altro non furono, che letti magnifici. *Plutarco* nelle Quist. Rom. ἀνάκλιντος θρόνος. E che sia così le sedie di onore ne' Lettisternj altro non furono che meri letti. Anche perciò i primi Cristiani oravano seduti sul letto, come indica *Tertull. L. de orat. ex Herma*. Ne' tempi posteriori per tal rimota costumanza i sommi Imperanti avevano i loro sogli a fianco del letto. *Spartiano* in Adr. c. 23. *In sedili regio juxta lectum posito*. E 'l noto verso di *Omero Odiss: IX.* mostra lo stesso.

Ἑξείης ἕζοντο κατὰ κλισμούς τε θρόνους τε

E' credibile, che nella primiera semplicità i sogli, e letti regali sieno stati di ferro, che fu il primo metallo messo in uso in Oriente, come furono di ferro i loro scettri. *Psalm.* 11. 9. *Apoc. II.* 27. E dovevano essere spaziosi sedendo sempre a' fianchi de' Re o il successor dell' Impero, o i più fedeli ministri. Cristo siede alla destra del Padre *Hebr. I.* 3, di cui è Ενθρόνος. Veggasi quanto nota su tal proposito *Arnaud de Diis Synedris*.

(2) E' noto il paragone della Gigantomachia colla costruzione della Torre di Babel. *Bochart. L. I. c.* 13 trova tra questa e la battaglia de' giganti descritta da *Abideno* anche una certa analogia di frasi.

vamente la Scrittura. Dappoichè i Giganti comparifcono nelle prim' epoche delle Iftorie di tutte le antiche nazioni, ed i primi Tiranni fi defcrivon fempre di un corpo, e di una forza corrifpondente alla loro ferocia per farci concepire una idea più orribile della loro violenza, ed audacia. Al che aggiungendofi l' antichiffima opinione di effere ftati più grandiofi tutt' i prodotti di natura, e gli uomini fteffi nell' infanzia del mondo, fi fono vie più accreditate le tradizioni delle forme Gigantefche. E par che gli uomini volendofi conformare a quefte primitive idee, abbiano fempre ambito di fcegliere per loro condottieri coloro, che gli altri fuperaffero nel coraggio, e nella procerità del corpo, ficcome conteftano l' Iftorie delle antiche nazioni fpecialmente dell' Oriente. Or ficcome inutile farebbe, e ripetuto il dire alcuna cofa delle gefta de' Giganti, e de' Titani (1), ricantate fino alla naufea da' Poeti, così non credo fuor di propofito offervare un aneddoto, che rifchiara la loro iftoria, ed ha correlazione colle noftre patrie antichità. Scrivendo *Filoftrato* (*a*), che i Napolitani facevan moftra delle offa del Gigante *Alcioneo*, e di altri atterrati fotto il Vefuvio, dice chiamarfi Pallene il campo adjacente a quefto monte, detto dipoi da' Poeti Greci Flegra, in cui fi difotterravano alcune offa de' Giganti, che ivi un tempo fi erano accampati per detronizzare il padre *Giove*: *κὰι μὴν ἐν παλλήνῃ, ἣν Φλέγραν οἱ ποιηταὶ ὀνομάζουσι*. Il dotto *Oleario* nota fu quefto luogo, che quivi l' Autore intenda la Flegra di Tracia, detta benanche Pallene, a motivo, che i Mitografi convengono di effere in quefta fucceduta la morte di *Alcioneo*, e non già ne' noftri campi Flegrei. Ma io con buona pace di un tant' uomo lun-

(1) Si diftinguono i Giganti, benchè tutti foffero figli della Terra. *Servio ad Æneid. VI. v. 580. Titanas contra Saturnum genuit* (Terra) *Gigantes poftea contra Jovem*. I primi detti *ἀπὸ τῆς τίσεως ab ultione*, ed i fecondi *πὰρὰ τὸ γινεσθὰι ἐκ τῆς γῆς*, *quod e terra prognati fuerint*.

(*a*) Heroic. c. 1. §. 3.

gi dal voler rivendicare alla mia patria l' onore di queste ossa immaginarie, non veggo perchè si abbia a rivocare in dubbio, ed alterare un luogo tanto chiaro per la nostra Campagna; tanto più, che le due denominazioni di Pallene, e Flegra par che si sieno scambievolmente prese ad imprestito da consimili luoghi di Tracia, e della nostra Campagna Felice. Anzi scrivendo *Erodoto* (*a*), che la Flegra di Tracia fu in appresso detta Pallene, vi è ragion da credere, che dalla nostra se ne avesse imprestato il nome. Ed avendo il *Martorelli* (*b*) riconosciuta di origine Fenicia l' etimologia del nome Flegra פלא-גרה *Fle-gra*, *mira contentio*, sostenuta da ciò che scrivono *Strabone* (*c*), e *Polibio* (*d*) di essersi questi campi contrastati da molte nazioni per la loro fertilità, riesce molto analogo all' istessa ragione il trarre l' etimologia della voce *Pallene* dall' istessa radicale פלא *Pale mirabilis* (1), *portentosa*, e crederla denominazione primeva della nostra Campagna. Il che si conferma da quel che avverte *Diodoro* Siciliano (*e*) che nell' istesso tempo accadde la guerra de' Giganti con Giove tanto nella Pallene di Tracia, quanto ne' nostri campi Flegrei; onde si conchiude, che ambedue questi luoghi rinomati per l' istesso avvenimento dedussero la loro denominazione dall' istessa radicale Fenicia, che indicava appunto le competenze tra gl' invasori di tali fertili luoghi.

§. V. Passando ora alle prove di fatto, che si rapportano da' difensori de' Giganti per argomenti incontrastabili

(1) Così vien denominato il Messia dal Profeta *Isaia IX 6. Et vocabitur nomen ejus Pale*. *Pausania* L. VIII. scrive, che *Pallene* prese il nome da *Pallante*, che fu uno de' Titani, benchè gli Argivi lo deducevano da *Pallene* lor nazionale figliuolo di *Forbante*. Or da molti Mitografi i nomi di *Pallade*, e *Pallante* si desumono appunto dalla denotata radice Fenicia, il che conferma l' etimologia della nostra *Pallene*.

(*a*) L. VII. c. 123.
(*b*) T. I. delle Antiche colonie.
(*c*) L. V. p. 165.
(*d*) L. II. c. 17.
(*e*) L. V. p. 338.

della loro esistenza, cioè le reliquie de' loro corpi, e gli avanzi delle loro armi, convien ricordarsi sulle prime di quanto si è notato nel §. III. circa la statura di *Ercole*, e degli altri Eroi. Poichè sarebbe una perdita di tempo il confutare diversi luoghi di antichi scrittori, ingannati, o per falsa tradizione, o per poca conoscenza nel descrivere lo scoprimento di ossa, e scheltri giganteschi, senza mentovare molti visionarj, che per un genio di bizzarria ne han dette tante, e così grosse da non potersi tracannare nè anche da un gigante, come per esempio *Kirchero*, ed *Olao Magno*. L'inganno è nato sempre, come anderemo dimostrando, dall' aver credute ossa umane quelle de' grandi animali, e specialmente degli elefanti, e delle balene, trasportate dalle acque del diluvio, e del mare, non che da altre vicende del pianeta che abitiamo in tutti i siti della terra, ed in luoghi dove senza queste premesse non si capisce come vi abbiano potuto pervenire. Non è però, che non debbano scusarsi gli antichi se sieno inciampati in simili errori: chi ha in mira la ragione de' tempi, e sa le leggi, e le costumanze de' popoli, non è così presto a condannarli. Essi erano poco informati della Osteologia, e tanto meno avevano un' Anatomia comparativa da far loro distinguere le differenze tra le ossa degli animali e quelle degli uomini. Non istudiavano, che il solo interno degli animali per uso della scienza augurale, e per informarsi delle funzioni vitali, nè mai spolpavano i cadaveri, essendo anzi un punto di Religione tra' più antichi popoli di conservarli intatti con balsami, ed altri preparativi, a qual' effetto soltanto li sbarravano per estrarne le interiora; abbenchè lo scrupolo degli Egiziani avesse trovato il modo di farnele uscir liquefatte dall' ano per mezzo di cristieri preparati con efficaci dissolventi. E di gran lunga vanno errati molti dotti, e valenti uomini specialmente della classe de' Medici, i quali han voluto rivendicare la scienza anatomica a' Medici antichi, con farne rimontar la cognizione fino a' tempi degli *Asclepiadi*, sostenendo, che il grande *Ippocrate* in essa fosse versatissimo sull' autorità di *Galeno*. Dappoichè il celebre Cristiano *Gruner* nella sua discettazione *Num Hippocrates humana corpora insecuerit nec ne?* con solide ragioni smentisce l' asserzione di *Galeno*, e dimostra, quan-

to poco gli antichi Medici fossero nelle anatomiche cognizioni versati. Ma non pertanto si vedono alcuni barlumi di questa verità negli antichi scrittori, onde resta confermata la mia asserzione. *Pausania* (*a*) racconta un fatto a proposito accaduto a' tempi suoi, e di cui par ch'egli fosse anche testimonio oculare: cioè che apertosi per tempesta un supposto sepolcro in una picciola città della Lidia superiore, cacciò fuori delle ossa così grandi, che fecero dubitare se si appartenessero ad uomini, de' quali somigliavano la figura, o più tosto ad animali, a' quali assai più somigliavano. E poichè que' agricoltori s' imbattevano spesso smovendo la terra in molti, e grandi corni di bue, i quali senza dubbio anche a ragion del sito erano denti di elefante, immaginarono, che quelle ossa si appartenessero al cadavere di *Gerione*, il che dall' istesso autore fu creduto una favola; a motivo che *Gerione* fu sempre tra' Gaditani, senza che di lui rimanesse alcuna reliquia. *Svetonio* in un bel luogo della vita di *Augusto* (*b*) ci dà una chiara testimonianza di essersi a' tempi suoi ricreduti i sensati di sì fatto errore. Egli adunque parlando del genio dell' Imperadore nel costruir magnifiche ville ornandole di statue, e porticati, soggiunge che le avea decorate *rebus vetustate ac raritate notabilibus*, *qualia sunt Capreis immanium belluarum ferarumque membra prægrandia*, *quæ dicuntur Gigantium ossa*, *& harma heroum*. E finalmente *Palefato* (*c*) spiegando la favola de' Giganti nati da' denti del dragone ucciso da Cadmo, l'interpetra per i denti degli elefanti predati cogli altri tesori di *Dragone* Re di Tebe. Quasi fino al principio di questo secolo si sono ammirate ne' Musei, e ne' Gabinetti de' curiosi delle credute ossa gigantesche, ma oggimai per le osservazioni, ed analisi de' moderni Naturalisti son cadute affatto dall' opinione che se ne aveva, e poco luogo si dà agl' impostori di ritrarne vantaggio. Veggasi quanto dottamente n'è scritto nelle Transazioni Filosofiche specialmente dagli anni 1720 al 1730. E qui giova osservare, che non mai s' incontrano teschj interi, e tanto meno scheltri connessi di corpi giganteschi, ma bensì ossa omerali, tibie, spine dorsali, e qualche cranio, le quali

(*a*) L. I. c. 35.
(*b*) C. 27.
(*c*) De incredibilitate cap. 6.

tutte si possono facilmente consondere, e senza l'occhio anatomico difficilmente distinguere da quelle di certi animali; tanto più, che la calcinazione, o altra alterazione sì naturale, che artificiale può trasformare in parte, ed anche mutare la loro figura regolare, onde più di leggieri può cadersi in equivoco, siccome scorgesi dalla descrizione, che fa il *Boccaccio* di un preteso scheltro di Gigante disotterrato vicino Trapani. E son sicuro, che niuno ebbe la sorte di vedere lo scheltro di *Oreste* descritto dagli antichi, e che fece dare da *Gellio* (*a*) l' epiteto di savoleggiatore al grande *Erodoto*. Per l'opposto dalle Mummie di Egitto, e de' più antichi sarcofagi abbiamo una pruova incontrastabile di esser stata regolarmente sempre l'istessa l'umana statura (1), e di non reggere al fatto l'immaginaria deteriorazione delle proporzioni invariabili di natura; di modo che gli uomini di oggi non siano da meno di quelli di 3000 anni in dietro, e che il più, e 'l meno nell'altezza sia stato tra certe proporzioni limitato tanto prima che oggidì.

§. VI. In oltre convien riflettere, che le ossa per addizione di estranea materia, e propriamente di terree particelle coll' ajuto del succo terreo istesso, che alcuni Fisici chiamano liquore petrificante, possono ricevere un notabile ingrandimento di volume, come di peso. Imperocchè è indubitato,

(1) Gli antichi chiamarono giusta statura quella che era all'incirca di sei piedi. *Varrone* citato da *Gellio L. III. c.* 10 così notò: *modum summum adolescendi humani corporis septem esse pedum:* onde *Solino* c. I. così scrisse*: plerosque definire nullum posse excedere longitudinem pedum septem*, *quod intra mensuram istam Hercules fuerit*. Quindi per la scelta de' soldati si attese la misura di cinque in sei piedi *Veget. L. I.* 5. Non è però, che di tanto in tanto non ne comparisse alcuno più alto di sette piedi, come talvolta attestano accreditati scrittori. Nell' età di *Plinio* venne in Roma un tal *Gabarra* dall' Arabia alto nove piedi, e nove oncie. Son famigerati a' tempi di *Augusto Pusione*, e *Secondilla* alti circa dieci piedi. *S. Agostino* rammenta una donna di straordinaria altezza, che viveva in Roma poco prima di esser assalita da' Goti. Dal che deducesi, che la natura, benchè rarissime volte, suol come dicesi scherzare anche negli esseri viventi, allungandone, o abbreviandone le forme.

(*a*) L. III. c. 10.

bitato, che le sottilissime parti terree, e le saline penetrando co' loro angoli ne' pori de' solidi vi s' immedesimano coll' ajuto dell' umido, e colla lunghezza del tempo gli si rendono omogenee; il che accadendo egualmente nell' esteriore incrostatura acquistano tali corpi sensibile aumento nel volume, e nel peso. I Gabinetti de' curiosi son pieni di simiglianti ossa petrificate, che vengono anche dette ossa fossili, e sono per lo più di animali, le quali si distinguono a' certi caratteri, come dal colore, dalla forma, e più dalla solidità; essendo per ordinario gialliccie, ed approssimanti al color della terra, in cui sono state sepolte, massiccie, e non forate come le ossa naturali. Gli antichi conobbero anche sì fatte petrificazioni. *Plinio* (*a*) citando *Teofrasto* fa parola dell' avorio fossile bianco, e nero, ed annovera diverse da lui credute pietre ossee, come tra le altre il corno di ammone, la glossopetra, l' enosteo, ed altre, che la Fisica sperimentale insegna di essere realmente spoglie di animali marini crostacei, o testacei, o pure parte di animali terrestri, ed acquatili, come denti, corna, coste, ganasce, ed altro. Di fatti, calcinati tali corpi, insensibilmente scoprono la tessitura dello avorio, il quale vien composto di sottilissime foglie soprapposte a simiglianza di quelle della cipolla. Alla qual' esperienza se si fosse sottoposto il dente mascellare, che vide *S. Agostino* (*b*) nel lido vicino ad Utica, e gli altri, che si credono di *S. Cristoforo* (1), che non mai è stato un gigante, non si sarebbero attribuiti a' supposti Giganti, ma bensì ad animali, de' quali erano effettivamente. In quasi tutt' i luoghi della terra si scoprono simiglianti ossa, ed in alcuni più in abbondanza. Senza parlare de' luoghi oltremonti, moltissime ne ha date la Sicilia. Vegganſi il *Cluverio* (*c*), il *Fazzello* (*d*), ed al-

(1) Dagli Atti della vita di questo Martire si scorge chiaramente di non esser stato di gigantesca statura come dipingesi. I Bollandisti T. VII. §. 5. 6 con sode ragioni smentiscono le sue preternaturali reliquie conservate in diverse parti del mondo; conchiudendo di. essersi

(*a*) L. XXXVI. c. 18.
(*b*) *Civitat. Dei* L. XV. c. 9.
(*c*) Sicil. Antiq. L. I. c. 2.
(*d*) Dec. I. L. I. C. 6.

tri, che rapporta il Canonico *Mongitore* nella giunta alla Sicilia Inventrice dell' Auria c. II. §. I. Benchè coloro, che ne parlano, fieno quafi tutti caduti in equivoci, alcuni caratterizzandole per produzioni minerali, altri per offa degli antichi Ciclopi, e Leftrigoni abitatori di tal ifola, dando credito alla favola; e certi finalmente avendovi riconofciuti de' denti di elefanti, fenza riportarfi alle vicende fifiche del Globo, fon paffati a crederle di que' elefanti, che furono in quella ifola portati da' Cartaginefi nelle guerre co' Romani; il che non regge in buona critica ful rifleffo, che effendo ftato preffo tutt' i popoli in gran pregio l' avorio, e molto più per la rarità preffo le nazioni occidentali, non è giammai credibile, che fi feppelliffero quefti elefanti, fenza cavar-

---

fimboleggiato nella fua augufta ftatura la forza equivalente al pefo del Salvadore bambino, che fi credeva di aver trafportato fulle fpalle, ficcome fpiegano alcuni verfi lodati da *Vicellio* nel fuo Agiologio

. . . . Quæ moles tanta gigantis?
Exigui pueri cum leve portet onus.
Omnibus in fpeciem parvus puer ifte videtur:
Quo tamen eft toto majus in orbe nihil.
Hinc opus eft animis, ut fint & corpore fortes,
Qui Chriftum populi ferre per ora volunt.

Ma niente è più bello dell' Epigramma di *Geronimo Vida* Vefcovo di Alba, rapportato dagl' ifteffi PP. del Bollando, nel quale fi fpiegano le allegorie della ftatura, e degli altri attributi del Santo, come fiegue

Chriftophore, infixum quod eum ufque in corde gerebas,
Pictores Chriftum dant tibi ferre humeris:
Quem geftans quoniam multa es perpeffus amara
Te pedibus faciunt ire per alta maris.
Id quia non poteras, nifi vafti corporis ufu,
Dant membra immanis quanta gigantis erant.
Ut te non capiant, quamvis ingentia, templa,
Cogeris & rigidas fub Jove ferre hiemes.
Omnia quod victor fuperafti dura, virentem
Dant manibus palmam, qua regis altus iter.

La fua immagine dipingevafi al di fuori delle Chiefe, non tanto per la ftatura incapace ad effer contenuta al di dentro di effa, quanto per avvertire i Fedeli a riflettere all' eroica virtù del Santo nell' indoffare la dottrina di Crifto: coftume autorizzato anche preffo i Gentili, che per fimili motivi dipingevano Ercole avanti le porte de' Tempj. *Jofeph Laur. Varia facra Gentil. c.* 8.

ne i denti, de' quali facevano gran conto, specialmente dove era più raro, ed in conseguenza più stimabile.

§. VII. Per quello poi, che riguarda l'altra pruova, che si adduce per dimostrare l'esistenza de' Giganti, cioè il rinvenirsi alcune armi troppo grandi, e pesantissime, le quali suppongono di essersi usate da uomini di corpo proporzionato alle medesime; brevemente rispondo, che oltre la maggior robustezza degli antichi soldati proveniente dall'educazione, e dalla disciplina militare di allora, comprendendosi appena come potessero sostenere tanto peso di armi offensive, e difensive, potettero tali armi così grandi servire all'ostentazione de' gran personaggi, ed alle decorazioni del Teatro, in cui introducendosi le figure gigantesche, ed eroiche, come si è avvertito alla pag. 377 nella nota 10, bisognava che comparissero con armi, ed abbigliamenti proporzionati. Senza dire, che l'impostura, e l'inganno abbiano anche in ciò trionfato qualche volta sulla buona fede de' Curiosi, ed io potrei aggiungere qualche esempio de' nostri tempi di essersi vendute a caro prezzo alcune scimitarre, e lancie fittizie, che si son fatte credere di essersi trovate negli avelli de' gran Campioni, se nol reputassi cosa inutile, e disdicevole agli amatori di così fatte rarità.

§. VIII. Finalmente conchiudo, che il clima, il cibo, e l'esercizio possono sì bene conferire alla maggior robustezza del corpo, rendendo le ossa più torose, e le vertebre più valide, ed agibili, ma non è che perciò la statura possi di molto sorpassare l'ordinaria (1). *Cesare* (*a*), e *Tacito* (*b*) rilevano anche queste ragioni in persona degli antichi Germani, che si descrivono di statura alta, e non già gigantesca: il primo riflette, che tutta la loro vita si consumava nella

(1) Non si niega, che l'educazione degli antichi, e gli esercizj ginnastici conferivano non poco all'ortopedia, ed a rendere il corpo più robusto. Essi non trascuravano dall'infanzia di avvezzare il corpo all'intemperie, ed alla fatica. I Spartani per un carattere nazionale superavano in ciò gli altri. Ed i ragazzi si ammisero anche ne' pubblici giuochi.

(*a*) *De Bello Gall.* L. VI. c. 6. (*b*) *De Morib. German.* c. 20.

caccia, e negli efercizj militari, a' quali fi avvezzavano da ragazzi, allevandofi quefti fenz' alcuna delicatezza: e l'altro ne adduce in ragione la libertà dell'infanzia, lafciandofi crefcere i ragazzi nudi, e fenza fafce. I moderni Fifiologi che raccomandano con ragione una fimigliante educazione con darfi fempre alle membra un'aura di libertà, che poffa influire alla buona vegetazione, e confolidazione del corpo, non foftengono certamente che ciò poffa benanche contribuire ad elevar di molto la ftatura, incontrandofi la ripugnanza della continua efperienza. Ed a taluni fottili offervatori Politici, i quali dicono, che non baftano i più grandi sforzi della prefente educazione a farci fperare i vantaggi, che godevano gli antichi in tal particolare per la concorrenza di molte felici circoftanze oggi affatto incombinabili, io prefento a confiderare lo ftato, e l'educazione de' Selvaggi, che confervano tuttavia, ed in grado maggiore la natia libertà, ed in molto fi uniformano a' coftumi delle antiche nazioni prima d'incivilirfi; ne' quali certamente come in tutto il refto dell'umano genere non s'incontrano de' Giganti, e delle fproporzioni di ftature *ceteris paribus* (1). Or dunque mi par tempo di metter fine a quefta fatica, la quale, lungi dall' amor proprio, mi par proporzionata a fmentire quanto in molte pagine fi trova fcritto a favor de' Giganti. E mi lufingo, che il ragionato lettore me ne farà grato, vedendo riftretto in poche carte quanto per avventura non troverà in grandiffimi volumi.

---

(1) Gl' ifteffi Patagoni abitatori del Chilì nell' America meridionale, cotanto decantati per la loro fmifurata ftatura, da finceri ed accurati Viaggiatori fono ftati ritrovati non più alti, che fei piedi e mezzo. Per efcufare l' efagerate relazioni de' loro fcopritori fi è detto, che travidero fcorgendone di lontano taluni in quelle folte bofcaglie i quali ftando ritti fu' cavalli con de' ftivali di pelle poco, o niente facevano difcernere le gambe dal corpo del cavallo, fu cui erano, onde non ben diftinguendofi comparivano di gigantefca ftatura. Dal che deducefi di effer anche iperboliche le prove ftraordinarie da effi praticate fino ad inghiottire delle bacchette alte cinque, o fei piedi. Nè il vederfi alcune gran forme de' loro corpi trafportate in Europa pruova, che tutti que' nazionali debbano effere così alti, potendovene effere alcuni, come in ogni altro luogo fe ne incontrano, ma non mai più alti degli otto piedi, che indicano le fteffe forme.

MEMORIA GEOLOGICA

SULLE RIVOLUZIONI DEL GLOBO TERRESTRE PRODOTTE DALL' AZIONE DELLE ACQUE

Del P. Ermenegildo Pini

PARTE SECONDA

In cui ſi ſtabiliſce una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione del globo terreſtre, come unica cagione delle rivoluzioni, che per l'azione delle acque vi intervennero da che fu abitato.

INTRODUZIONE.

I. PAſſeggia l'uomo ſulla ſuperficie del globo, che abita, e non è tocco, che da certe variazioni parziali, che vi vanno intervenendo con circoſtanze per lui o incomode, o maraviglioſe. Una dirotta pioggia, che toſto raccolta in torrenti va a roveſciare una ſua caſa di delizie poſta ſulla pendice di aprico monte, un'eſcreſcenza di fiume, che ſciolti porta al mare i ſuoi più fertili campi, un'eruzione vulcanica, che enunciata da ſotterranei muggiti lo chiama a volger lo ſguardo verſo quella cima, da cui rapidamente vede ſlanciarſi nera fiamma, oggetti ſono queſti, che l'uomo volgare fa entrare come grandi nella piccola ſtoria de' ſuoi avvenimenti. Traſportaſi il Geologo in varie e tra loro rimote parti, e nel ritiro de' più ſolitarj monti, dove taciturna ſembra la natura, queſta a lui parla in que' monumenti di grandi ed univerſali rivoluzioni, che intervennero ne'

rie de' secoli trapassati, alcune delle quali rimasero ancora nella ricordanza de' popoli anche più barbari.

II. Nell' interna struttura delle montagne primarie egli riconosce, che la terra originariamente fu un pianeta fluido, ossia una massa d'acqua, in cui erano o sciolte, o stemperate le varie sostanze, che formano le specie di corpi inorganizzati, che ora si offrono ai nostri sensi. Investigando come questo globo sia passato alla presente primaria costituzione, cioè com' esso siasi distinto in mari e terra ferma, ed abbia presa una figura compressa ai poli, ed elevata all' equatore, trova che la cagione di tali cangiamenti dovette essere rapida ed universale, e che questa fu la forza di rotazione; non quella, per cui al presente in 24 ore raggirasi con moto comune tutta la massa terrestre intorno al proprio asse, ma altra animata di maggiore velocità, e quale era richiesta per far ruotare un corpo fluido: onde la rotazione presente egli riguarda come una derivazione dall' originaria. Siccome per l'originaria rotazione ogni particella della massa fluida fu determinata a rivolgersi con una velocità tale, per cui la sua forza centrifuga era maggiore della gravità; così facilmente conchiude, che il globo allora non era abitato nè da animali, nè da vegetabili almeno di quella specie, che ora vi si riconoscono: giacchè se vi fossero stati, essi per la rapidità, e per lo sconvolgimento dei moti sarebbero stati distrutti, e seppelliti (*a*).

III. Per quanto grande sia stata questa prima rivoluzione, essa si riguarda dal Geologo con animo tranquillo e grato, giacchè in essa non vede, che una preparazione della superficie terrestre all'abitazione de'corpi organizzati, ed alla sua propria, di cui egli va lieto, e che non volentieri lascerebbe, quantunque non vi si trovi a tutto suo agio. Un' altra però a lui se ne presenta non meno universale, la quale non può essere da lui riguardata, se non colla più sensibile commozione, siccome quella, che riconosce intervenuta dappoichè il globo fu abitato, e nella quale dovettero essere involti anche i suoi più rimoti antecessori. Un

(*a*) V. *Saggio di una nuova Teoria della terra*, e le *Addizioni* alla medesima, che pubblicai nel 1790. e 1791.

così funesto avvenimento gli viene enunciato al primo aspetto delle montagne composte di conchiglie, di pesci marini, di spoglie d'animali terrestri, e d'altri corpi organizzati, tra'quali con vacillante occhio gli sembra pur di travedere ossa umane. L'Osservatore pio sentesi tosto portato a riconoscere in tal rivoluzione gli effetti del supremo Nume sdegnato; ma al Filosofo, pel quale la Divinità non è l'oggetto più familiare, e che alla Divinità appena riporta quelle stesse opere, che da cagioni naturali non possono in verun modo derivarsi, le spoglie fossili di quegli animali non forniscono che materia di ulteriori investigazioni. Certamente considerando la cosa anche senza una certa indocilità filosofica, può per divina opera sul globo già abitato essere intervenuta una generale inondazione, la quale abbia sommersi gli animali; e nello stesso tempo i corpi organizzati, che ora si trovano fossili, ben possono non appartenere a questa stessa inondazione, ma a tutt'altra. Ciò pertanto lascia luogo ad investigare, d'onde sia provenuto l'ammasso di corpi organizzati, che ora trovansi ne'monti, e quale sia la rivoluzione, che li seppellì, e produsse altri effetti a questi analoghi.

IV. Il trovarsi conchiglie marine con alberi terrestri ad un'altezza maggiore di 2200 tese, è una decisa pruova, che il trasporto dei corpi organizzati sui monti provenne da una inondazione molto elevata; e poichè a grandi altezze trovansi anche in ogni altra parte di tutta la superficie terrestre altri simili depositi, è manifesto che tale inondazione fu universale almeno sino all'indicata elevazione. In due modi però le acque potettero deporre a tanta altezza corpi organizzati insieme ad altre materie, che ora formano i monti secondarj, cioè o in quanto che originariamente esse erano in questa elevazione, e vi rimasero per lunghissimo tempo, dopo il quale si andarono abbassando al presente livello, oppure in quanto che le acque erano più basse, e per una straordinaria inondazione furono elevate, dopo della quale nuovamente si ritirarono. Il Problema adunque riducesi a determinare, se tali depositi provennero da una permanente e lunghissima, oppure da una straordinaria e breve inondazione.

V. Poichè ogni variazione dipende dallo ſtato antecedente della coſa, perciò la ſoluzione del Problema dovrebbe dipendere dal vedere quale foſſe lo ſtato della ſuperficie terreſtre prima dell' inondazione. Nella Teoria della terra io già provai, che il globo, prima che foſſe abitato, era già diſtinto in mari, e terra ferma ſparſa di que' monti originarj, che tutt' ora eſiſtono. Da che ne ſeguirebbe, che prima di tale inondazione il mare era preſs' a poco allo ſteſſo livello, a cui è preſentemente, e che perciò quella dovette ſeguire per una ſtraordinaria e paſſaggera elevazione di acque. Ma io intendo di pruovare la coſa non dipendentemente dalla Teoria già da me ſtabilita, nè da ipoteſi, ma bensì da immediate oſſervazioni: il che ſe mi riuſcirà di fare, ciò ſervirà a confermare la Teoria ſteſſa; o almeno in queſta avrò uno ſtato del globo, quale doveva eſſere, per potere ſtabilire una ſtraordinaria inondazione.

VI. Quali ſieno i fenomeni geologici, che ad una generale inondazione devonſi aſcrivere, già fu da me eſpoſto nella prima Parte di queſta Memoria, nella quale io pure accennai le particolari circoſtanze, da cui ſono accompagnati, e che ſaranno richiamate a ſuo luogo, quando ſi moſtrerà la loro corriſpondenza con una ſtraordinaria e paſſaggera inondazione.

CAPO I.

Degli argomenti comprovanti, che la Terra, dopo di eſſere abitata, fu inondata ſino oltre le più alte cime de' monti.

VII. Nell' America ſu gli alti monti di Guancavelica, ed anche in quelli della Miniera di Mercurio trovanſi molte e varie conchiglie marine, le quali per lo più ſono di quella ſpecie di oſtriche, che chiamanſi *Pettini*. Eſſe ſono inſerite in pietra non molto dura; e ſe talora ha una certa durezza, poſſono però le conchiglie ſteſſe ſtaccarſi intere col martello. Tra le conchiglie trovanſi anche de' pezzi di legno impietrito, abbenchè in quelle altezze pel freddo non creſcano alberi. Queſte ed altre circoſtanze vengono eſpoſte dal

Sig.

Sig. *de Ulloa* (Memoires . . . . concernant la decouverte de l'Amerique); e da esse noi possiamo rilevare, che l'altezza, in cui esistono conchiglie, legni fossili, ed altri depositi di acque sia maggiore di 2000 tese sul livello del mare presente: giacchè, secondo le esatte osservazioni del Sig. *Condamine*, gli alberi in quelle regioni cominciano a mancare all'altezza di circa 2000 tese. Questa altezza viene maggiormente precisata da ciò, che il Sig. *le Gentil* scrisse al Conte *di Buffon*, dicendo, che il Sig. *Antonio de Ulloa* avea egli medesimo nel 1761 tratte alcune conchiglie dalla montagna del Mercurio situata circa a 13 gradi di latitudine meridionale in un sito elevato 2222 tese sul livello del mare, e che quelle erano in uno stato molto grosso, di cui però l'*Ulloa* diceva di non avere riconosciuta l'estensione *(a)*. Attese tali circostanze, non è da dubitare, che realmente nell'America esistano conchiglie all'altezza di 2222 tese; a confermazione di che gioverà aggiugnere, che molto tempo prima era già stata accennata da *Alfonso Barba* l'esistenza di conchiglie fossili su di altissimi monti del Perou (Metallurgie tom. I. pag. 64. Paris 1751.). Ma non è verisimile che tale altezza sia la massima, in cui realmente colà esistano depositi di acque marine. La scoperta di queste conchiglie, per quanto appare, non fu fatta da Osservatori, i quali abbiano molto esaminati que' contorni; ma bensì da chi di passaggio traversava per quelle alture, e che le raccolse come oggetti di curiosità. E veramente quelle regioni finora non potettero essere visitate da abili Mineralogisti, attese le difficoltà sì politiche, che fisiche, che a simili visite si oppongono. Vuolsi inoltre riflettere, che le materie depositate da acque sogliono nella successione de' tempi abbassarsi per più motivi, cioè per la compressione, che le riduce in minor volume; per l'azione delle acque piovane, che ne detraggono la parte superiore; e pei diroccamenti, che nelle grandi altezze sono frequenti. Per lo che è da dire, che colà i depositi acquei sieno intervenuti, e probabilmente esi-

(a) V. *Buffon* Supplem. tom. V. pag. 538.

ſtano tuttavia ad un' altezza molto maggiore dell' indicata: e ſe queſta ſi porterà ſino al limite inferiore de' ghiacci, cioè ſino a 2430 teſe ſul livello del mare, non ſi eccederà probabilmente nella eſtimazione. L' altezza di 2222 teſe è la maſſima, in cui finora ſienſi trovati corpi organizzati depoſitati certamente da acque; e quella di 2430 teſe, che poſſiamo aſſumere per altri depoſiti ſubacquei, ſarà pure la maſſima per rapporto a queſti.

VIII. Vediamo ora quale ſia la miſura delle cime più elevate. In vicinanza di queſte eſiſtono appunto gli accennati depoſiti, e trovanſi in poca diſtanza dall' Equatore. La cima più elevata è quella del Chimboraco, che giugne a circa 3220 teſe di altezza; e le altre ſono inferiori a queſta circa 220 teſe. Queſta ſteſſa altezza dovettero preſs' a poco avere anche alloraquando ſi fecero que' depoſiti. Perciocchè è bensì vero, che in quella elevazione è computata anche l' altezza delle nevi perpetue, che vi riſiedono; ma è altresì vero, che molte di quelle più alte cime ſono vulcaniche; ed è del tutto veriſimile, che le eruzioni ſeguenti abbiano diminuita la loro altezza, ſicchè in tal diminuzione ſi ha un veriſimile compenſo all' aumento dell' altezza proveniente dalle nevi perpetue. Quindi la differenza tra la più alta cima ed il ſito dei depoſiti acquei ſarebbe di teſe circa 800. Se ad altri piaceſſe di ritenere a rigore la differenza d' elevazione tra la più alta cima, ed il ſito preciſo, ove ſi trovarono conchiglie, converrebbe aſſumere la differenza tra 2222 teſe, e 3220, cioè teſe 998, ſu di che io non molto mi opporrei, non producendo ciò una ſenſibile variazione a quello, che ſono per eſporre.

IX. Conſiderando la natura di que' depoſiti, noi rileviamo, che eſſi furono già una materia molto fina ſtemperata nelle acque, la quale in ſeguito ſi riduſſe ad una pietra abbaſtanza dura e conſiſtente, involgente corpi organizzati. Ciò ne forniſce un non dubbioſo argomento per aſſerire, che le acque non potettero depoſitare tali materie, ſe non trovandoſi ad una altezza molto maggiore, la quale giugneſſe fino alle più alte cime. Per dimoſtrare la coſa, immaginiamoci, che le acque colla loro ſuperficie non giugneſſero ſe non all' indicata altezza di 2430 teſe, o anche ſolo di 2222.

In tale ipotesi tutta la terra, a motivo dell' equilibrio, in cui i fluidi si dispongono, sarebbe stata inondata fino a quella altezza, e si sarebbero disposte in una superficie molto più vasta di quella dei presenti mari, dalla quale non potevano spuntare se non le cime più elevate, che vi avrebbero formate altrettante isole, le cui pendenze sarebbero state le spiagge e le coste di quel vasto oceano: e poichè dalle osservazioni si sa che poche sono le cime elevate di 2222 tese, e pochissime quelle di 2430, perciò la terra ferma allora sarebbe stata ridotta a pochissime cime elevate sulla superficie acquea 800 tese, o al più 998.

X. Essendo queste cime riconosciute dagli Osservatori come granitose, ossia composte di pietra di natura selciosa, non potevano somministrare quelle terre di altra natura, delle quali trovansi composti i sopraccennati depositi. Questi adunque non potettero formarsi, se non da sostanze provenienti dai fondi di quel vastissimo mare, o da corpi organizzati allora viventi. Ma attesa la profondità e vastità di quelle acque, le materie, che potevano rimanere sospese verso la loro superficie, dovevano essere assai rare, e sicuramente minori in quantità di quel che sieno nei mari presenti, in cui esiste la materia calcarea ed animale aumentatasi nei secoli seguenti, concorrono materie calcaree, ed argillose da vasti continenti, e contiensi una mole di acqua minore sì in quantità, che in profondità. Quindi il mare presente è più atto a formare sulle sue spiagge e coste considerabili depositi riducibili in pietre, di quel che fosse l'oceano supposto all'accennata altezza. In ogni modo noi troviamo, che tali deposizioni non v'intervengono. In fatti dagli scandagli, che ne fecero molti viaggiatori, noi rileviamo, che le spiagge sono composte di materie arenose, e grossiere, pervenutevi da terra ferma, o alzatesi dal fondo del mare. Le coste parimenti sono formate in simil modo, ovvero trovansi di materia simile a quella, di cui sono composte le soprastanti montagne, la quale perciò non può riguardarsi come provenuta da depositi posteriori alla formazione delle montagne medesime; o finalmente sono occupate da scogli o formati, o coperti da corpi organizzati tra loro aderenti, come madrepore, coralli, ostriche, ed altri vermi marini, che vivo-

no ſtando aderenti ad altri corpi : il che, ſecondo le oſſervazioni del Capitano *Byron*, oſſervaſi maſſimamente in vicinanza delle iſole, alle quali erano ſimili le più alte cime de' preſenti monti, quando le acque erano alla ſuppoſta elevazione. Tutto ciò ſi trova a quelle profondità, in cui ſi può giugnere collo ſcandaglio, le quali ſogliono eſſere maggiori di 800 teſe; nè mai ſino a tale profondità ſi trovò, che ſulle pendenze delle coſte e ſpiagge ſi ſieno formati ſini e copioſi depoſiti calcarei atti a divenire pietre di uniforme teſſuto, come ſogliono eſſere quelle, in cui trovanſi corpi marini. Che ſe ſi conſidera la natura dei movimenti del mare, ſi vedrà, che neppure vi ſi poſſono formare tali depoſiti. Perciocchè ſul pendio delle coſte e ſpiagge i movimenti del mare ſono quaſi continui, e più irregolari che in alto mare, e vi ſmovono le materie ſino a grande profondità: onde le materie più fine vengono continuamente ſmoſſe e ſtemprate nell'acque, che altrove le traſportano. Per lo che ſe nei preſenti mari ſi vanno formando da fini depoſiti montagne ſubacquee, ciò non può intervenire, ſe non nelle maggiori profondità, ove i moti ſono meno ſenſibili. A più forte ragione pertanto dobbiamo dire, che i depoſiti fattiſi all'altezza di 2430 teſe ſul livello preſente non potettero provenire, ſe non da acque, la cui ſuperficie foſſe elevata almeno 800 teſe al diſopra de' depoſiti medeſimi, la quale cioè giugneſſe a coprire le più alte cime.

XI. Se alcuno a ciò, che io diſſi, opponeſſe qualche eſempio di ſottili e fini depoſiti intervenienti a non molta profondità dei mari, egli dovrà avvertire, che queſti non ſi troveranno, ſe non in ſiti, in cui vengano impediti i generali movimenti delle acque marine, come ſono quelli formati a vaſca, o catino. Tali circoſtanze però non potevano aver luogo ſulle ripide pendenze di que' monti, che allora formavano le ſpiagge e le coſte di quel grande oceano.

XII. Raccogliendo in breve le coſe eſpoſte, conſta per immediata oſſervazione l'eſiſtenza dei corpi marini all'altezza almeno di 2222 teſe ſul livello preſente del mare: onde le acque certamente giunſero almeno a tale elevazione ſu tutto il globo terreſtre, nella quale inondazione non potettero rimanere ſcoperte, ſe non poche cime montuoſe. Per

congetture dedotte dalle osservazioni raccoglieſi, che altri depoſiti ſubacquei anche al preſente eſiſtono all'altezza di circa 2430 teſe, e per deduzioni dalla preſente coſtituzione del mare conchiudeſi, che le acque, quando depoſitarono all'indicata altezza le conchiglie, giugnevano ſino oltre le più alte cime. Trovandoſi tra que'depoſiti anche legni impietriti, non può dubitarſi che allora la terra foſſe già abitata da corpi organizzati sì marini che terreſtri.

XIII. Potrebbe forse ad altri naſcer dubbio, che le conchiglie trovate nell'America a 2222 teſe di altezza vi ſieno ſtate portate da qualche eruzione vulcanica. Queſto dubbio però ſvaniſce conſiderando la pietra, dentro cui ſi trovano, la quale non è di natura vulcanica. Aggiugneſi che anche nell'Europa trovaronſi conchiglie ad altezze poco minori di 2222 teſe, ed in pietre ſicuramente calcaree, e di origine acquea. Tali ſono le oſtriche trovate dal Sig. *Sauſſure* nel monte Veron all'altezza di 1772 teſe, i corni d'ammone veduti dal Sig. *de Luc* all'elevazione di 1333 teſe, ed i frammenti di conchiglie che io pure trovai nella montagna calcarea chiamata Grigna nella Lombardia Auſtriaca ad un' elevazione non molto minore di quella indicata dal Sig. *de Luc*. L' eſiſtenza di tali depoſiti acquei in ſiti d' Europa tra loro ſenſibilmente rimoti, e tanto elevati potrebbero baſtare per ſe ſoli a provare che le acque furono ſino alle più alte cime, e combinandola coll'eſiſtenza di ſimili depoſiti nell'America mette la coſa fuori di ogni dubbio. Potrebbe altri opporre, che ſe foſſevi ſtata una generale inondazione dovrebberſi trovare depoſiti ſubacquei ſu tutta la ſuperficie terreſtre. Queſta difficoltà ha certamente molta forza contro una generale inondazione ſupponendola permanente; ma è toſto ſciolta, quando ſi aſſuma come paſſaggiera. (V. il §. 51.)

CAPO II.

Argomenti, ed oſſervazioni che direttamente eſcludono una permanente e lunga inondazione di tutta la ſuperficie terreſtre da che fu abitata.

XIV. Chiunque immaginò, che la terra dopo di eſſere abitata da corpi organizzati ſia ſtata coperta di acque ad un'

altezza molto maggiore di quella, in cui ora è il livello del mare, dovette appoggiarsi ad arbitrarie ipotesi, e formare un sistema per ogni parte rovinoso. Io qui non richiamerò tutti gli argomenti, che a tali sistemi si oppongono, ma solo mostrerò, che una permanente; e lunga inondazione di tutta la superficie terrestre da che fu abitata non corrisponde, anzi è opposta ai principali fenomeni geologici finora osservati. In due modi può intendersi una permanente, e lunga inondazione, la quale siasi poi ridotta a quello stato di acque che ora osserviamo. Il primo è di supporre, che la superficie terrestre avesse cavità, o valli profonde press' a poco come sono quelle che ora vi esistono, e che queste fino alle più alte cime fossero ripiene d'acqua, la quale poi per successive rotture siasi ritirata in caverne esistenti sotto il fondo de' presenti mari. Tale ipotesi sembra essere quella del Sig. *de Buffon*, sebbene egli non abbia abbastanza precisato lo stato, che assume nella terra per ispiegare le variazioni geologiche in essa intervenute. Quanto questa discordi dalle osservazioni è facile a dimostrarsi. Se il globo dopo d'essere abitato fosse stato così inondato, la sua superficie sarebbe generalmente composta di corpi organizzati marini, la maggior parte delle montagne sarebbero a strati orizzontali, ed i loro angoli sinuosi corrisponderebbero ai rilevati. Che queste tre circostanze si verificassero fu già opinione del Sig. *Buffon*, e di altri, i quali perciò alle stesse appoggiarono l'ipotesi. Ma l'opinione era una deduzione da alcuni pochi casi particolari; e le osservazioni posteriori, e più diligenti dimostrarono, che quelle tre circostanze in nessun modo esistevano (V. la parte 1.ª di questa Memoria). L'errore per riguardo ad alcuni degli indicati oggetti fu riconosciuto dallo stesso *Buffon*, il quale perciò nel tomo 5. pag. 537 de' suoi Supplementi si corresse di ciò, che nella Teoria della terra pag. 77 avea asserito sulla lunga permanenza delle acque fino alle più alte cime: onde scrisse, che le acque al disopra di 2000 tese o non giunsero, o non vi fecero lunga permanenza. Con questo però non tolse la difficoltà, giacchè anche al disotto di 2000 tese di altezza la superficie terrestre non presenta le tre accennate circostanze.

XV. Il motivo, per cui si assume una lunga permanen-

za di acque fino all'altezza indicata, si è massimamente per ispiegare come siansi formati i monti calcarei, e secondarj. Ma tale ipotesi o è inutile, o è insufficiente a tal fine. Perciocchè o tutta la materia calcarea, che ora riconoscesi in tali monti, esisteva contemporaneamente nelle acque, ovvero vi si andò successivamente formando. Se tutta vi esisteva, essa doveva esservi o sciolta o soltanto stemperata. Se vi esisteva sciolta, la sua quantità, come or ora sarà provato, sarebbe stata assai inferiore alla massa presente dei monti calcarei, ed altronde non appare una ragione, per cui dovesse precipitarsi. Che se vi era stemperata, bastava un assai breve tempo per separarsi da acque supposte tranquille, come da obvie esperienze è manifesto, onde inutilmente si assume un lungo tempo per ottenere un effetto, che ne richiede assai meno. Esaminando ora l'altro caso, in cui supponesi che la materia calcarea si andasse successivamente formando e deponendo nelle acque, cercasi d'onde quella derivava. Rispondono essi francamente, che questa derivò da' corpi organizzati. Ma primamente non avvi alcuna pruova per asserire, che la terra calcarea venga somministrata soltanto da' corpi organizzati, o che questi abbiano la facoltà di trasmutare in terra calcarea le sostanze di altra natura, che servono al loro nutrimento, ed aumento. Inoltre quand' anco i corpi organizzati la possano formare o per trasmutazione di altra sostanza, o in altro modo; pure è certo, che troppo poca quantità essi ne potevano fornire ai depositi subacquei. Tali corpi sono massimamente le conchiglie marine, ed i litofiti, e zoofiti. In mare certamente ne nasce, e ne esiste una incredibile quantità, la quale si va successivamente aumentando, computati i morti ed i viventi. Ma piccola è la quantità di quelli, che possono somministrare alle acque materie per depositi calcarei. Perciocchè i litofiti, e zoofiti, e molti testacei, come le ostriche, crescono gli uni sopra gli altri, cosicchè quelli, che nascono, seppelliscono i già nati; epperò aumentasi bensì di molto la loro massa, formando anche scogli interi, ma la loro superficie, che è la sola parte, che toccando l' acqua può in questa sciogliersi o stemperarsi, rimane la stessa, o di poco si aumenta. Essendo pertanto la superficie solubile assai piccola in confronto della massa sem-

pre crescente dei nominati corpi marini, poca materia possono fornire alle acque anche in una lunga serie di secoli. Aggiugnesi, che i corpi stessi poco o nulla sono solubili dall' acqua marina, come appare anche dalla loro superficie, che generalmente vedesi intatta anche nei fossili.

XVI. L' analisi delle acque marine somministra una decisa confermazione di tali cose, ed insieme un invincibile argomento contro gli effetti attribuiti ad una permanente inondazione. L'illustre *Bergmann* (*a*) esaminò le acque dell' oceano tratte dalla profondità di circa 60 tese; ed in 41600 parti di esse ne trovò 1490 di sale marino, 380 di magnesia salina, e solo 45 di calce in forma di gesso. Così dunque vi esiste al più un novecentesimo di terra calcarea; e poichè queste acque furono tratte alla latitudine di circa 30 gradi, ed altronde si sa, che a latitudini maggiori a motivo del minor calore le acque sono meno atte a tenere in soluzione sì i sali che altre materie, ben si può l' accennata quantità riguardare anche come superiore alla media; e sì per questo, come per altri motivi può ridursi ad un millesimo. Se dunque le acque marine contengono sì piccola quantità di terra calcarea, e spontaneamenre non la depongono; come si potranno ascrivere a spontanei, e lenti depositi di un mare permanente le montagne calcaree, che ora sorgono sui continenti? Se le materie sciolte nell' acqua marina avessero formati quei monti secondarj, che ora sono in asciutto, questi dovrebbero anzi essere composti o di sale, o di magnesia, giacchè sì l' una sostanza, che l' altra vi è sciolta in una quantità molto maggiore della terra calcarea; o almeno i monti composti di magnesia o pura, o mista, dovrebbero essere assai più copiosi di quelli formati di sostanza o tutta, o quasi tutta calcarea: le quali cose certamente non si veggono intervenute sulla superficie terrestre supposta già fondo di mare. Questa difficoltà derivata da nozioni ignorate dal Sig. *Buffon*, e da altri suoi seguaci è senza risposta; ed acquista una maggior forza considerando, che le acque, quando erano alla supposta elevazione delle più alte cime, doveano

(*a*) *Opuscula t. I. de Aqua Pelagica.*

veano contenere un' assai minore quantità di terra o magnesiaca o calcarea; e ciò per due motivi, cioè primamente perchè i corpi organizzati, da cui suppongonsi fornite quelle sostanze, erano assai minori di quantità di quel, che sieno al presente, di poi perchè l' acqua soprastante ai continenti era di mole assai maggiore.

XVII. Che le terre sciolte nell' acqua marina sieno insufficienti alla formazione di monti per lenti depositi è pure consermato dal fatto. Perciocchè, come già nel Capo I. osservai, non mai sulle spiagge e coste nè in altri siti del presente mare si riconobbe verun monte nè piccolo nè grande formato di materie fine, che vi sieno state in soluzione.

XVIII. Piccolissima è adunque nelle acque marine la quantità di sostanza calcarea; e questa essendovi in uno stato di soluzione non può spontaneamente depositarsi se non al più in una quantità sensibile. Che se alcuno per supplire alla piccolezza dei depositi assumesse una serie indefinita di secoli, egli si getterebbe in un' altra insuperabile difficoltà; e questa è, che siccome in mare l'aumento dei corpi organizzati su certi fondi è in proporzione assai maggiore di quel che sia l'aumento della sostanza calcarea che può essere sciolta, e successivamente depositata in altri determinati siti (§. XV.); così sarebbe in tal tempo risultata una copia di monti composti di corpi organizzati, la quale sarebbe assai maggiore dei monti calcarei formati da lente deposizioni. Ora questa proporzione non si osserva nei monti secondarj, che ora sono in asciutto, giacchè quelli composti di spoglie di animali marini sono assai minori dei calcarei.

XIX. Ma quand'anco si ammettesse, che le sostanze calcaree marine fossero atte a formare monti, e si prescindesse dalle altre difficoltà, pure la sola uniformità che ora si osserva in tali monti basterebbe ad escludere la loro origine da lenti depositi. Tali monti secondarj in diverse regioni sono bensì tra loro diversi l' uno dall' altro in molte circostanze. Ma ognuno di essi preso separatamente suol essere del tutto uniforme ed eguale nelle sue parti. Prescindendo da' corpi organizzati, che talora vi sono sepolti, in ogni sua parte trovasi nel generale la stessa qualità di materia, lo stesso tessuto nelle minute parti, e per fino lo stesso colore;

e tale uniformità appare non ſolo in ſuperficie, ma anche a quelle profondità che ſi poſſono riconoſcere o nei naturali diroccamenti, o nelle eſcavazioni. Tale uniformità è del tutto ſingolare nella pietra calcarea bianchiccia che domina negli Appenini, e nella peniſola dell' Iſtria, e maſſime in alcuni marmi ſtatuarj, quale è quello che dall' egregio ſig. ab. *Fortis* fu oſſervato in Dalmazia nell' iſola d' Arbe, che è bianchiſſimo ed impaſtato con ortoceratiti e nummali di molta grandezza (*a*). Ora chi mai ſtimerà poſſibile, che nella ſerie di molte centinaja di ſecoli ſiaſi ſempre ſciolta nelle acque una ſteſſa qualità di materie, e ſempre ſiaſi depoſitata la ſteſſa nello ſteſſo tratto di mare, ſenza che mai ſieno intervenute cagioni, che ſenſibilmente turbaſſero tale coſtanza d' azioni? I lenti depoſiti provenienti da altre inondazioni benchè parziali non hanno certamente ſu una grande eſtenſione queſto carattere di uniformità, nè la poſſono avere, atteſe le continue variazioni, che intervengono nelle cauſe fiſiche, e che nella maggior lunghezza di tempo maggiormente ſi aumentano.

XX. Una permanente, e tranquilla inondazione non è dunque atta neppure a ſpiegare quei fenomeni che ſi aſſumono per iſtabilirla. Ma e come queſta ſpiegherà le colline formate dai diroccamenti di montagne originarie ſituate in molta diſtanza, i maſſi granitoſi ſparſi ſu monti ſecondarj ſeparati con profonde valli dalle montagne originarie, l' eſiſtenza di molte ſpoglie foſſili di animali in climi aſſai lontani da quelli in cui viſſero? Queſti ed altri fenomeni, che oſſervanſi in diverſe, e rimotiſſime parti della ſuperficie terreſtre, ſono accompagnati da tali circoſtanze, che ogni intelligente e non prevenuto oſſervatore le riguarda come effetti di ſtraordinarie irruzioni di acque, e come tali non poſſono eſſere provenuti da una permanente e tranquilla inondazione.

XXI. L' ipoteſi dunque di una lunga permanenza di acque ſulla ſuperficie terreſtre conſiderata preſs' a poco con quelle cavità, che ora vi eſiſtono, non corriſponde alle oſſervazioni.

(*a*) *Fortis* Viaggi in Dalmazia t. 2. pag. 203.

XXII. Il secondo modo di permanente inondazione consiste nel supporre, che le cavità presenti fossero originariamente formate a varj ripiani divisi da croste pietrigne come da altrettanti volti o pavimenti, e che non essendo tra loro comunicanti tali ripiani, le acque sul principio occupassero soltanto il primo ripiano superiore; quindi per rottura del primo pavimento superiore sieno discese nel secondo, e da questo dopo un certo tempo sieno per altra rottura passate nel terzo, e così di seguito sino all'ultimo, il quale sarebbe il presente ricettacolo de' mari. Questa ipotesi non è che la precedente applicata a diverse altezze, epperò è soggetta alle stesse difficoltà; cioè a dire in ogni altezza o ripiano, in cui si suppose permanente l' acqua, dovrebbesi nei monti trovare una disposizione corrispondente a tal permanenza; ed essa certamente non si osserva. Di più, non mai si potrà intendere come l' immensa vastità delle cavità, in cui risiedono i presenti mari, e che a questi soprastano, si possa essere architettata a varj piani tra loro non comunicanti; e quand' anco si concedesse che il caso abbia potuto essere così valente architetto, pure la caduta del primo pavimento superiore avrebbe dovuto col suo peso rompere l' inferiore, e le rovine di ambedue questi pavimenti avrebbero diroccato anche il terzo, e così di seguito sino all' ultimo: onde tutta l' immaginata struttura non servirebbe al fine divisato di ritenere l' acqua per lungo tempo a diversi ripiani; giacchè la rottura del primo pavimento avrebbe aperta la comunicazione, e proccurata la discesa dell' acqua superiore sino all' infimo fondo.

XXIII. Il fine, per cui taluno potrebbe introdurre l' ipotesi delle caverne a varj ripiani tra loro non comunicanti, sarebbe per eludere o diminuire una difficoltà, che altri fanno alla prima ipotesi già altronde risutata. La difficoltà consiste in questo, che al presente le cavità esistenti tra la superficie del mare e la sommità del Chimboraco considerate in una sfera equivalgono a 38480665 leghe cubiche come già provai alla pag. 30 delle mie *Addizioni al Saggio sulla Teoria della Terra;* e poichè questo spazio dovette già essere occupato da acque, non trovasi il modo da spiegare come, e dove si sieno ritirate. I sostenitori della prima ipotesi non

esitano a dire, che si ritirarono in sotterranee caverne per rotture intervenute nell'antico fondo. Ma riesce duro ad intendere il ritiro di così vasta mole di acque; e col supporre che l'acqua fosse assai minore, cioè equivalente press'a poco a quella che ora esiste nei mari considerati di mediocre profondità, e che quella al principio fosse contenuta in un piano superiore, e siasi successivamente abbassata, la cosa divien più intelligibile. Avendo però io provato che la rottura del primo pavimento superiore dovea spezzare anche gli inferiori, ed aprire all' acqua la via per un abbassamento sino all' infimo fondo, il ripiego immaginato non serve neppure a diminuire l'accennata difficoltà.

CAPO III.

Delle circostanze, che devonsi assumere per mostrare una esatta corrispondenza tra le rivoluzioni secondarie della superficie terrestre ed una generale, straordinaria, e breve inondazione della medesima

XXIV. Avendo io provato, che sul globo terrestre intervenne una generale inondazione, e che questa non fu permanente a lungo tempo, ognuno per se stesso conchiuderà che essa dovette essere straordinaria e di breve durata. Mio intendimento però si è di mostrare inoltre partitamente come a questa corrispondano i fenomeni geologici provenuti da acque inondatrici: e poichè diverse sono le circostanze, dalle quali una generale, straordinaria, e breve inondazione può intendersi accompagnata, ed altronde dalla diversità delle circostanze dipende la spiegazione dei fenomeni; perciò la precisione del ragionare richiede, che io preventivamente stabilisca quelle che io assumo, come dati per la soluzione dei problemi geologici, che prendo a dichiarare.

XXV. I dati, che io assumo, sono i seguenti, cioè 1.° che antecedentemente all' inondazione fosse la superficie del globo distinta in mari, e terra ferma sparsa di montagne non meno elevate delle presenti; 2.° che il livello del mare allora fosse press' a poco alla stessa elevazione che ora si osserva; 3.° che dai tempi vicini all' inondazione sino ai nostri.

non ſia intervenuta una ſenſibile variazione nella poſizione dell' aſſe terreſtre nè nel clima geografico; 4.° che il globo allora foſſe abitato da animali, e vegetabili terreſtri ſimili ai preſenti; 5.° che ſottoterra eſiſteſſero tante acque quante baſtaſſero per inondare il globo ſino alle ſommità de' più alti monti; 6.° che queſte acque ſieno ſtate portate alla ſuperficie terreſtre parte per dirotte pioggie, e parte per eruzioni di ſottoterra; 7.° che le acque inondatrici abbiano potuto in breve tempo, che potè eſſere non maggiore di 40 giorni, elevarſi dal mare preſente ſino ſopra le più alte montagne, e che per ritirarſi al precedente livello non foſſe neceſſario un tempo maggiore di un anno.

XXVI. Tutti queſti dati ſono poſſibili; alcuni inoltre ſono apertamente coerenti al fatto. Quindi ſe io li aſſumeſſi ſoltanto come ipoteſi, e moſtraſſi come un' inondazione intervenuta con tali circoſtanze ſpiega felicemente tutte le rivoluzioni ſecondarie che ſi oſſervano ſul globo terreſtre, ſarebbe anche provato, che realmente ebbe luogo una generale, ſtraordinaria, e breve inondazione. Io però mi luſingo inoltre di provare, che tali circoſtanze realmente intervennero; ed in tal modo ſarà provata e l' inondazione accennata, e la realtà delle circoſtanze aſſunte: onde quella ſarà così ſtabilita ſenza che dipenda da veruna ipoteſi.

XXVII. Prima di paſſare a tali pruove gioverà adombrare al leggitore queſto univerſale ſconvolgimento di natura. Egli però non ſia ora curioſo di ſapere la cagione, che portò ſopra terra una così grande mole di acque, nè d' inveſtigare come in quella inondazione ſiaſi conſervato l' uomo cogli animali che ora eſiſtono. L' oggetto noſtro al preſente è di pruovare colle oſſervazioni geologiche, che realmente eſiſtette tal inondazione. La cagione, da cui la natura fu sì ſtranamente turbata, ſarà facilmente inteſa da chi conoſce la cagione, che la natura ſteſſa mantiene tranquilla. Quanto alla conſervazione dell' uomo, ſi troverà o qualche Prometeo, che con ſuoco animatore riſtora il genere umano, o qualche fortunato naviglio, che tra mezzo al comune naufragio è portato a ſalvamento ſulla punta di uno ſcoglio.

XXVIII. Cuopraſi dunque di denſe nubi il cielo, non già in una ſola regione, come ora interviene, ma in tutta

la sfera aerea, che circonda il globo. Eccliſſato è toſto il ſole, che l'imminente diſaſtro prenunziava col ſanguigno colore, di cui tinta avea ed offuſcata la ſua luce. Roveſcianſi toſto per ogni dove dirotte piogge. I venti radendo la ſuperficie de' mari alzano inverſo il cielo ſempre nuove, e copioſe acque. Vorticoſe nubi ſimili a quelle, che ora formano le trombe marine, terrore dei naviganti, uniſcono il cielo ſteſſo coi mari, e bevono a torrenti le acque da verſarſi poi ſulla terra ferma. Viderſi allora correr i fiumi per l'aria, e ſcaricarſi a piombo ſui continenti.

XXIX. Alle prime piogge fermaronſi ſulle ripide pendenze copioſi torrenti, che ſeco rapirono immenſi cumuli di ſaſſi. Sradicati perciò ne vengono gli abeti, i pini, i faggi; e sì del loro decoro toſto ſono ſpogliate le alte cime; ed alle pendici la loro fermezza è tolta. Le umili capanne aſili della ſemplicità, e ritiri de' ſtanchi indagatori della ſolitaria natura, vi vengono roveſciate le prime, e queſte innocenti rovine vanno inſieme con altre macerie a demolire i trofei de' conquiſtatori, ed a ſeppellire i ſepolcri de' Re ſuperbi.

XXX. A quelle prime minacce del procelloſo cielo ſtorditi gli uomini cercano ſcampo; ed altri ſi ritirano alle navi, altri ai ſiti più elevati delle loro abitazioni. Alle alture parimenti, a miſura che dalle acque vengono ſorpreſi, attruppanſi elefanti, rinoceronti, leoni, pecore, ed ogni altra ſpecie di animali, i quali tutti con querule voci, e con dolenti ſguardi moſtrano di preſentire la loro fine. Queſta in fatti non tarda. Le acque ſdegnano di ſoſtener più a lungo il peſo di quelle navi, che ſentono cariche di vittime deſtinate al naufragio. Quelle inoltre giungono già ad inondare le alture, e naufraghi vi cadono gli animali, molti de' quali da diverſe correnti vengono ſeppelliti in comuni ſepolcri, in quelli cioè che ora formano monti di oſſa, in cui l'oſſervatore legge un frammento di queſta funeſta iſtoria.

XXXI. Nel mentre che la regione inferiore viene ſpogliata di abitatori, nella ſuperiore rotolano i monti ſui monti, e contro a' monti urtando ſi fracaſſano, e ſulle pendenze ſi ſpargono, ed alle acque ſi miſchiano. Scendono allora torrenti di rovine, a cui niente più reſiſte; le città inſieme ad ogn' altra opera dell' uomo vengono diſtrutte, e le rovine vanno a fabbricare in ſiti più baſſi altri monti.

XXXII. Le materie meno pesanti portate dalle acque proseguono il loro corso verso il mare, il quale sembra ricusare di ricevere nel suo seno le ree spoglie di quella terra, al cui disertamento già avea fornite le acque. Agli insoliti moti, con cui il mare si oppone ai torrenti di terra ferma, unisconsi le eruzioni di acque sotterranee, e sì aumentansi oltre modo i sconvolgimenti del globo. Urtano le acque de' continenti contro le marine, il pelago vomita l'oceano, e le onde spingonsi sino alle nubi: sconvolgonsi i fondi dei mari, e le materie staccate, e smosse vengono diffuse per entro all'acque, e portate in alto. In questo universale sconcerto d'equilibrio i vulcani non istanno oziosi, i tremuoti infieriscono, ed i venti infuriando aumentano le onde. Formansi in diverse direzioni rapide correnti, che via trasportano i corpi in esse nuotanti; nascono frequenti vortici che trivellano a grande profondità i continenti; e nelle correnti, e ne' vortici si accumulano pesci, balene, conchiglie, ed ogn' altro genere di corpi sì marini, che terrestri. I climi allora si mutarono le loro produzioni. Dall' America passano nell' Italia i pesci volanti; l'ardente Africa, e la calda Asia mandano alla gelata Siberia gli estinti elefanti, e rinoceronti; dalle Indie galleggiano le piante sino nella Francia.

XXXIII. Tra questi moti già le acque sono tanto elevate, che non formano se non un solo mare, o anzi un complesso di fiumi a sponde mobili, da cui spuntano ancora le più alte cime quasi altrettanti scogli. Ma a misura che le acque vanno crescendo, quelle, che già sono elevate, ritardano il corso delle altre che da nuovi impulsi vengono spinte; le correnti, che s' incontrano in contrarie o oblique direzioni, si fanno vicendevole ostacolo; e per tal modo a misura che le acque vanno elevandosi si diminuiscono i loro furori. Così dunque per elevazioni di acque più tranquille vanno poc' a poco svanendo anche le più alte cime delle Cordilliere, e tra i supremi ondeggiamenti, che ora le nascondono ora le lasciano scoperte, resta finalmente tutto il globo annegato in un oceano.

XXXIV. L'imperiosa gravità, alle cui leggi i corpi per estranee, ma temporanee forze furono sottratti, ripiglia allora per la costanza di sua azione il dominio, e tra mezzo

alle debilitate forze della quasi ſtanca natura riconduce i corpi verſo quel centro, da cui furono diſcoſtati. Il diſcoſtamento fu tra numeroſe rovine operato, e l' avvicinamento ſi compie tra moti più tranquilli; ed intanto in un ſilenzio ſubacqueo la natura va con depoſiti architettando una nuova abitazione che dovea parlare ne' ſecoli ſeguenti all' intelligente Oſſervatore.

CAPO IV.

Sui diverſi ſtati, ed effetti generali delle acque inondatrici nel breve tempo della loro permanenza ſulla ſuperficie terreſtre.

XXXV. L' immenſa mole di acque introdotta ſulla ſuperficie terreſtre, e la brevità del tempo, in cui ſupponeſi avervi agito, ſembrano togliere ogni ſperanza di poter in così grande, e rapida rivoluzione riconoſcere verun effetto con una certa diſtinzione. La coſa però vedraſſi eſſere altrimenti, ſe conſidereremo le leggi, con cui le acque ſogliono agire, e ſe ci richiameremo alla mente alcuni dei più ſtrani, ma non così univerſali ſconvolgimenti di forze, che di quando in quando intervengono. A tal fine conviene nella deſcritta inondazione diſtinguere quattro diverſi ſtati, che durarono ciaſcuno un diverſo ma breve tempo; cioè 1.° l' irruzione delle acque dei continenti verſo il mare, 2.° l' eruzione delle acque marine, e ſotterranee, 3.° la circolazione della maſſa acquea che dal livello del mare ſi andò elevando fino alle più alte cime, 4.° il ſuo ritiro al preſente livello.

XXXVI. Le prime irruzioni d' acque derivarono maſſimamente da dirotte piogge, ed a quelle ſi poſſono intender unite le acque de' ghiacci alpini, e polari, che ſi liquefecero, ed anche quelle che probabilmente da alcuni volcani furono eruttate. Quante rovine doveſſero formare ſul pendio dei monti le accennate acque toſto comprendeſi da chi vi abbia una volta veduta la ſcarica d' un turbinoſo temporale. In meno che non ſi dice precipitanſi per ogni parte copioſi torrenti, che ſeco rapiſcono immenſa copia di terre, e ſaſſi, ſradicano boſchi intieri, ſcavano nuove valli, e tutto il materiale

teriale

teriale ſmoſſo ravvolgono al baſſo con ſempre maggiore velocità, finchè incontrando qualche oſtacolo, o un terreno piano vengono a ritardarſi, e a depoſitare le materie traſportate formandone altiſſimi cumuli; e per tale roveſcio i contorni prendono talora un aſpetto tanto diverſo, che non ſono più riconoſcibili agli ſteſſi abitatori. Se quello, che in diverſi tempi, e luoghi vedeſi tutt' ora intervenire, intendeſi accaduto univerſalmente ſu tutto il globo in un breve ſpazio di tempo, facilmente comprenderemo, come le prime acque di piogge furono le più rovinatrici, e come poſſano eſſere riconoſciuti gli effetti da eſſe prodotti. Nè ci deve far difficoltà la fermezza, che noi ne' monti apprendiamo. Eſſi ben eſaminati trovanſi per lo più compoſti di maſſe più o meno ſcrepolate, le quali eſſendo ſu pendenze ripide facilmente vengono determinate a diſcendere, e quando una volta ſieno moſſe, acquiſtano ſul pendio una ſempre maggiore velocità, la quale ſi accreſce di molto per l'azione delle acque.

XXXVII. Se io ho aſſunto, che alle prime irruzioni concorreſſero anche le acque de' ghiacci permanenti, ciò è perchè in altro luogo io pruovo che queſti al tempo dell' inondazione già eſiſtevano. Allora parimenti dovevano eſiſtere diverſi volcani, ed anche in cime ghiacciate, come ora ſono quelli del Cotopaxi, e del Pitchincha in America, e le loro eruzioni dovettero accelerare la liquefazione de' vicini ghiacci, e sì aumentare l'irruzione delle acque de' continenti.

XXXVIII. Per rendere ſenſibile la grandezza, e rapidità delle rovine che dovettero eſſere prodotte dalle prime irruzioni io qui accennerò alcuni recenti, e ben accertati fatti, che vi hanno qualche analogia. Nell' anno 1751 un monte della Savoja vicino a Servox, in cui ſi andavano infiltrando copioſe acque, ſi diroccò in pochi giorni con terribile fracaſſo, formando una mole di macerie di tre millioni di teſe cubiche, accompagnata da copioſa polvere, che alzavaſi in guiſa di fumo (V. Lettera di *Vitaliano Donato* preſſo *Sauſſure* t. I. voyages aux Alpes). Negli ſteſſi viaggi il Sig. *de Sauſſure* racconta di aver veduto un maſſo granitoſo di 40 piedi cubici, il quale ſtaccatoſi precipitò facendo una lega in pochi minuti, e ſmoſſe ſul cammino un'immenſa quantità di

materiali che tutti insieme andarono a rovinare una selva. Il Sig. *Bouguer* (Acad. R. des Scien. an. 1744) scrive che nel 1742, mentre trovavasi nell' America, il volcano di Cotopaxi fece un' eruzione, per cui si squagliarono le nevi permanenti, che ne occupano la cima, e produsse al basso una strana inondazione, essendovisi l' acqua in alcuni siti elevata sino a 120 piedi, ed avendo percorso circa 18 leghe in tre ore. Il *Condamine*, che parimenti colà si trovava, aggiugne, che nelle eruzioni dei due anni seguenti si precipitarono nelle pianure nevi semiliquefatte, ed un mare di acque bollenti, che inondò in pochi minuti il terreno nel circuito di più leghe, rotolando nei suoi flutti masse infiammate, pezzi di ghiaccio, e frammenti di scogli. Soggiugne, che il villaggio di Nazoo dopo 6 ore dal cominciamento dell'eruzione si trovò distrutto, benchè ne fosse lontano in linea retta 30 leghe, ed in linea tortuosa più di 60; come pure che l'acqua correva a cavalloni tanto elevati, che sotto di essi potettero salvarsi più persone.

XXXIX. Esaminiamo ora le irruzioni delle acque marine, e sotterranee. Queste ebbero origine massimamente da forze impellenti, che elevarono le acque, e vi dovettero pure concorrere terribili tremuoti, e furiosi venti. Il loro effetto principale fu di sconvolgere il fondo dei mari e di staccarne, ed elevarne in grande copia i corpi marini, e di diffonderli per le acque che andavano stendendosi anche verso i continenti, al quale sconvolgimento dei fondi marini contribuirono pure le correnti, che da terra ferma si scaricavano verso il mare. Gli effetti di sì fatto sconvolgimento possono in qualche parte riconoscersi anche da que' movimenti di mare, che ora veggonsi parzialmente intervenire. Alle isole Orcadi l' incontro di due maree opposte getta i flutti sino alle nubi, e sembra voler convertire in schiuma lo stretto che le separa (*Beeverel* Delices de l' Escosse t. I. p. 1405). Il canale di Bahama, che corre rapidamente tra il continente d' America e le isole Lucaje, incontrando la corrente generale del mare Atlantico produce intorno a queste isole le maree più tumultuose simili a quelle delle Orcadi. Sulle coste dell' isola Barbada nell' anno 1780 avvenne un terribile oragano, che divise un seno di mare colle pietre, e sabbie

che vi accumulò, spinse il mare con tanta violenza, che rovesciò il bastione del forte Carlo, che era grosso 30 piedi; alzò dal fondo della baja un' immensa quantità di grandi scogli di coralli, e madrepore, e formò con questi come un argine al lungo delle coste sull'estensione di più miglia a qualche piede di distanza dalla riva. Inoltre si trovarono mutate tutte le materie dei vicini fondi di mare, ed in quello giaceva un numero infinito di grossi frammenti di quella specie di madrepore, che chiamansi *cerebrite* (*Everard Home* Transf. Phil. an. 1785 tom. 85). Da questi pochi fatti raccogliesi quanto si alzino le acque marine per cagioni anche non molto straordinarie; come si stacchino, e si alzino dai fondi pesanti materie, e si uniscano tra loro le simili. Altronde è noto, che in tutte le tempeste di mare si staccano, e si alzano materie dal fondo, e dalle coste, e le acque molto s' intorbidano. V. *Buffon*. Theorie de la terre pag. 436 e 584.

XL. Strani effetti si riconoscono pure nei mari, abbenchè non v' intervengano i venti, o le correnti. Nel tremuoto di Lisbona del 1. Novembre 1755 avvenne una strana, ed improvisa elevazione del mare sulle coste delle Fiandre, che spezzò le corde, a cui erano legate le navi (Mann. t. 2. Accad. R. de Bruxelles). Nello stesso tremuoto l'oceano occidentale si risentì, avendo data una scossa sì forte ad un vascello, che trovavasi 50 leghe al largo, che il ponte ne fu molto danneggiato (*Wolfall* Abr. phil. Transf. pag. 92). In una nota a questa Relazione aggiugnesi, che anche in diversi siti dell' Inghilterra si osservò una straordinaria agitazione del mare, e che a Lisbona al tempo della scossa si elevò il mare, ed in un istante l' onda montò 40 piedi più in alto di quel che si era giammai veduto, e tosto si ritirò. Nel tremuoto, che nel 1785 disertò la Calabria, il mare si agitò in modo da intimidire i pescatori benchè non vi fosse vento atto a produr tal effetto (*Conte Catanzaro* Abr. Transf. phil. pag. 288); ed a Scilla si portò con impeto fino a 3 miglia dentro terra, riportando in mare 2473 abitanti (*Hamilton* Abr. Transf. Phil. p. 277); il che indica una somma velocità di corso, non avendo lasciato tempo agli abitanti di ritirarsi, ed in quella circostanza si rovesciarono ed apri-

rono molte montagne. Il Sig. *Haus Sloдne* ci racconta, che nel tremuoto dell' anno 1692 alla Jamaica l'acqua del mare giunse all'ultimo piano delle case, e molte navi nel ponte furono sommerse, ed avvennero rovesci, ed aprimenti di montagne.

XLI. Sono ora da vedere le circostanze che accompagnarono la circolazione delle acque, nel mentre che si andavano alzando, e rimasero per un certo tempo sino alle più alte cime. E' noto, che quando l'acqua è elevata in un dato sito, essa come fluida tende a diffondersi equabilmente in ogni parte; la qual diffusione però non si compie se non dentro un certo tempo. Ma l'equabilità di quelle acque dovette essere turbata dalla moltiplicità, ed irregolarità dei moti, e perciò nel mentre che andavano crescendo, e diffondendosi sui continenti dovettero prendere innumerevoli direzioni. Nell'alzarsi erano miste con terre, e sassi, e corpi organizzati marini, e terrestri che circolavano in ogni parte, ed anche sui continenti. All' elevazione di tali corpi se alcuno opponesse la loro maggiore gravità specifica, si mostrerebbe troppo novello Fisico. Sono essi certamente più pesanti dell' acqua quando è pura. Ma in quello sconvolgimento l' acqua in molti luoghi era mista con terre, ed altre fine sostanze, che formavano con essa un fluido assai più pesante dell'acqua pura. A quanta densità giunga l' acqua per le materie fine che tiene stemperate si può conoscere da ciò che il Sig. *Saussure* scrive di aver veduto, e che in parte io pure altrove osservai. Vide egli un torrente di fanghiglia liquida, la cui forza impulsiva chiama incomprensibile. „ Elle entraine des „ rochers, renverse les édifices qui se trouvent sur son passage, déracine les plus grands arbres et désole les campagnes en creusant des profondes rovines, et en couvrant les „ terres d' une epaisseur considerable de limon, de gravier, „ et de fragments de rochers. Je fus tres-satisfait d' avoir „ été temoin de cette espece de debacle: elle m' a aidé a „ comprendre comment la grande débacle des eaux de la mer „ a pu entrainer des rochers des Alpes à de très grandes distances „ (Voyag. t. 1. pag. 409). Avvi pure una ragione, per cui l'acqua al tempo dell'inondazione potesse tener sciolta una maggior quantità di materia, ed è il calore che essa

prende per i ſtraordinarj movimenti; il che ci viene aſſicurato anche dall'oſſervazione del Capitano *Phips*, il quale in tempo di furioſo vento ai gradi 80 di latitudine boreale trovò l'acqua più calda dell'atmosfera. Acqua molto calda fu pure quella, con cui nell' eruzione ſopraccennata del Cotopaxi furono inondate le vicinanze; ed è bensì vero, che a quel calore concorſe il fuoco vulcanico, ma anche al tempo della generale inondazione alcuni vulcani dovettero agire.

XLII. Potettero inoltre eſſere elevati a grande altezza anche corpi più peſanti dell' acqua ſteſſa divenuta più denſa per le accennate cagioni: e ciò in virtù delle forze impellenti, con cui erano ſpinte le acque, ed i corpi con eſſe miſchiati. Negli eſempj poc' anzi accennati abbiamo veduto come i pezzi di ſcogli ſieno ſtati elevati da tempeſtoſo mare, e come le acque urtandoſi andaſſero fin quaſi alle nuvole. Che ſe ciò non baſta per intendere un grande, e molto elevato traſporto di peſanti e groſſe moli, richiamerò le ſabbie, ed i groſſi ſaſſi che vengono slanciati per l'aria a grandi diſtanze da naturali forze impellenti. Sono certamente i ſaſſi più peſanti dell'aria non che dell'acqua, eppure dai volcani vengono ſpinti a grandi diſtanze. I Sigg. *Bouguer*, e *Condamine* parlando del Cotopaxi ci aſſicurano, che queſto volcano slanciò groſſi ſaſſi alla diſtanza di più di tre leghe, e che uno di eſſi era di 15 teſe cubiche. Simili effetti produce pure talora il Veſuvio, e l'Etna, le cui ceneri talora giungono ſino a Coſtantinopoli, come quelle del Cotopaxi ſi videro traſportate ſino alla diſtanza di 80 leghe.

XLIII. Avvi un altro modo, con cui poſſiamo intendere che dalle acque circolanti ſieno ſtati elevati peſantiſſimi corpi. Le acque, di cui ora parliamo, andavano in gran parte dal mare verſo i continenti, e però incontravano molte, e grandi pendenze che formavano quaſi altrettante ſpiagge o coſte al nuovo oceano, che ſi andava impoſſeſſando di tutta la ſuperficie terreſtre. Potettero pertanto elevarſi dalle acque corpi molto peſanti non per un urto ſolo, ma a replicati colpi. Un' onda per eſempio elevava di 30 teſe un maſſo, e queſto andava a ricadere ſu una pendenza alta 30 teſe, o anche meno, ove ſi fermava: ſuccedevano altre onde, e nello ſteſſo modo lo portavano ſucceſſivamente ad altre

maggiori altezze. Questo è il modo più comune, con cui i fondi dei mari vengono portati alla loro superficie, ed anche ad altezza maggiore del suo ordinario livello; ed un simile effetto dovette allora aver luogo in molti siti.

XLIV. Nel portarsi le acque di mare con diverse materie verso terra ferma si formarono certamente innumerevoli correnti, ma variatissime sì nella velocità che nella direzione a motivo delle moltiplici forze che agivano, e della varia disposizione, che incontravano nelle diverse parti dei continenti. Nei mari presenti anche quando sono tranquilli esistono molte correnti con diverse direzioni, e velocità. Alcune sono tra loro opposte nella direzione, e queste controcorrenti ora sono superiori l'una all'altra, ora l'una a fianco dell'altra. Le correnti stesse sono molto variabili o per l'azione de' venti, o per la varia influenza delle acque dei continenti, e de' ghiacci, o per altre cagioni. La velocità di ordinarie correnti al presente suol essere di 10 miglia all'ora; ma tra la Guiana e le Antille sono così rapide, che coi venti appena si possono superare, quando che in cinque o sei giorni si perviene dalla Guiana alle Antille andando a seconda del loro corso. Tutte queste circostanze dovettero con maggiore efficacia intervenire nella circolazione delle acque inondatrici, e dai varj moti, e dai venti dovettero nascere nelle acque rabbiosi vortici, che avranno trivellati i continenti a grandi profondità.

XLV. Per quanto grandi e varj fossero tali moti, la vastità però della mole acquea, e della superficie del globo terrestre permetteva, che in molti siti le acque si alzassero con una certa tranquillità. Le forze convulsive delle eruzioni sotterranee, e delle acque rapidamente decorrenti agivano sparsamente in diversi siti, ed il loro moto tumultuoso non poteva comunicarsi alle acque distanti se non dopo un certo tempo; altronde nel comunicarsi il moto alle acque intermedie la sua forza doveva o diminuirsi, o anche annullarsi prima di giugnere ad una certa distanza: quindi dovettero molte acque elevarsi, e diffondersi tranquillamente. Ciò non farà maraviglia a chi considera che lo stesso avviene anche nei presenti mari. Infieriscono in diverse parti dell'oceano furiose tempeste nel mentre che il mediterraneo è in calma; altre

volte tra mezzo alla turbazione del mediterraneo il golfo Veneto stassi tranquillo. Che anzi in uno stesso tratto benchè piccolo di mare sono talora sommerse le navi dalle onde, nel mentre che in una baja o in un seno del medesimo galleggiano quasi immobili altre navi. Così dunque tra movimenti dove convulsi, e dove tranquilli vennero inondate anche le più alte cime; e se le acque di poi non si fossero ritirate, esse dopo un certo tempo si sarebbero messe ad un certo livello, formando una figura sferoidale simile a quella dei mari presenti. A questa figura dovettero press'a poco comporsi in quel tempo, in cui le indicate cime rimasero inondate; e durante tal tempo si fecero i depositi più copiosi delle materie che erano nell'acqua sospese, come sono molti dei monti calcarei conchigliari. Assumendo 150 giorni per la permanenza di tali acque fino sopra le più alte cime, essi, come altrove proverò, saranno sufficienti per intendere la formazione della maggior parte dei depositi subacquei.

XLVI. Al momento che le acque cominciarono a ritirarsi ricominciarono nuovi moti in quel temporaneo mare, i quali formano il quarto stato dell'inondazione. Il ritiro si fece rientrando le acque in quelle caverne d'onde uscirono. Quindi nuovamente si formarono in diverse parti rapide correnti, e terribili vortici, ed altri simili moti accompagnati da quelle circostanze che poc' anzi esposi (§. XLI. e segg.). Anche la presente tranquillità di mari è in diversi luoghi continuamente turbata non solo da correnti, ma anche da vortici, come sono quelli tra Scilla e Cariddi nell' Italia, e di Maleſtrom nella Norvegia, i quali però da correnti hanno origine (*a*). Ma sì le une che gli altri non esercitano la loro azione che a poca profondità: laddove la discesa delle acque in abissi sotterranei produsse correnti e vortici, che si stendevano su tutta l' altezza di quelle acque, e che perciò esercitavano una forza superiore ad ogni immaginazione. Quindi sui continenti, ed anche sui recenti depositi montuosi intervennero nuove e grandissime escavazioni, e nuovi

(*a*) V. *Bergmann* Physicalische Bescreibung des Erdkugel t. I. pag. 238. e *Aldo la Grane* Giorn. d' Italia vol. X. pag. 105.

trasporti; e da rinnovati depositi si fecero nuove ricostruzioni secondo le diverse circostanze locali. In questi moti facilmente si troverà l' origine di molte valli, dei recipienti di molti laghi, della separazione di molte isole, e di altri simili fenomeni, che altri mal a proposito deriva da piogge, dai movimenti ordinarj del mare, o da altre lente cagioni.

XLVII. Chiunque abbia ben compreso le diverse circostanze, che accompagnarono questi quattro diversi stati delle acque, ed i diversi tempi della loro durazione saprà disimbrogliare ciò che deve sembrar indiscernibile a chi senza distinzione apprende la straordinaria inondazione sotto una sola idea rappresentante un generale sconvolgimento del globo terracqueo. La difficoltà di spiegare i fenomeni geologici prodotti da una generale inondazione proviene massimamente da tre casi, cioè 1.° perchè alcuni si presentano come effetti di acque sconvolte, altri come effetti di acque tranquille, 2.° perchè alcuni sembrano prodotti in un lungo tempo, altri in breve. 3.° finalmente perchè molti non sembrano presentare caratteri abbastanza distinti per riportarli anzi ad una cagione, che ad altra. Ma noi abbiamo veduto, come in diversi tempi, ed in diversi luoghi dell' assunta inondazione le acque furono o turbate, o tranquille: onde anche tra mezzo alla turbazione possiamo trovare effetti derivanti da tranquillità: il che dà luogo ad intendere, come siensi conservati molti animali massime acquatici, e molte piante anche terrestri, rimanendo anche radicate, e vive. Che se alcuni effetti sembrano essere stati prodotti in lungo tempo, noi nella efficacia della cagione, che operò, troveremo che potettero, e dovettero essere prodotti in pochissimo tempo: giacchè è noto che un effetto, per quanto grande sia, può essere prodotto o da una piccola forza in molto tempo, o da una grande forza in breve tempo. Finalmente l' esame delle circostanze, che accompagnano i fenomeni geologici, presentano ad un avveduto osservatore i dati per riportarli alla loro vera cagione. Questi principj spiegherò con alcuni esempj. Trovansi grandi catene di colline composte di rottami di sassi originarj, come graniti, e porfidi, che sono del tutto simili a quelli che compongono le Alpi situate in un' elevazione, e distanza assai grande. Ciò osservai nelle colline

dello

dello Stato Veneto sui confini del Tirolo, le quali sono composte di graniti, e porfidi del tutto simili a quelli che compongono le montagne in vicinanza di Bolzano (*a*), come pure in diversi siti della Lombardia Austriaca, e massime andando da Milano in Val Cuvia, e nella Val Gana per la via di Varese, ove s' incontrano le colline e le pendenze con graniti rossi simili a quelli, che formano molte montagne di quelle due valli. Questa somiglianza non lascia luogo a dubitare, che tali sassi sieno realmente provenuti da diroccamenti di quelle Alpi, e da trasporti fatti da copiose acque. Cerco le circostanze, e l' epoca, in cui questi trasporti avvennero. Esamino pertanto con più diligenza quelle colline, e vedo, che tra que' sassi nissuno se ne trova di natura calcarea; altronde mi sovviene che andando dalle colline a quelle Alpi vi sono tra mezzo molte montagne calcaree miste talora con corpi marini fossili. Questo mi annunzia, che que' trasporti avvennero prima che esistessero quelle montagne di natura calcarea. Perciocchè l'acqua per fare tali trasporti dovette passare al piede di esse, e però, se queste fossero state allora esistenti, l'acqua avrebbe seco trasportate anche pietre calcaree. Sono dunque queste colline anteriori di tempo alla formazione di tali montagne. Ma que' trasporti non potettero provenire se non da acque, che scendevano precipitose pel pendio montuoso; e però allora non potevano esservi acque, che giugnessero come un mare ad inondare le Alpi. Perciocchè se fossevi allora stata una tale inondazione, le pendenze delle Alpi sarebbero state come le spiagge, o le coste di quel mare; e noi sappiamo che sulle spiagge, e coste marittime i mari non formano, nè possono formare correnti tanto rapide da poter fare così grandi trasporti a tanta distanza. Conviene pertanto ascrivere quelle colline a torrenti di acque, che scendevano per que' monti non ancora inondati: e tali torrenti non potevano derivare se non da dirotte pioggie: giacchè in que' monti non trovansi nè volcani, nè altre ca-

(*a*) Il Sig. *Strange* osservò inoltre che molti sassi originari di queste colline sono simili a quelli che compongono l' altissimo monte Brenner, che ne è distante più di 60 miglia.

gioni che poteſſero fornire sì copioſe acque. Tali pioggie dunque ſono anteriori alla formazione di que' monti calcarei, oſſia all' inondazione, dalle cui depoſizioni queſti ebbero origine. Quindi appare, che la formazione di quelle colline deve riportarſi alla prima epoca dell' inondazione, cioè all' irruzione delle acque terreſtri, la qual epoca deve eſſere molto breve, giacchè i torrenti agiſcono con ſomma rapidità. Appare inoltre, che que' monti calcarei appartengono alla terza epoca, cioè alla permanenza delle acque ſui continenti ſino al loro ritiro.

XLVIII. Eſaminiamo un altro fenomeno dei più difficili da ſpiegarſi con una ſtraordinaria, e breve inondazione. Queſto è il trovarſi ſui continenti grandi ammaſſi di corpi organizzati quaſi tutti della ſteſſa ſpecie. Io veramente non ſaprei aſſicurare ſe tale oſſervazione ſia abbaſtanza verificata. In ogni modo ſi ammetta per ora che realmente eſiſtano per eſempio grandi cumuli di ſimili conchiglie foſſili. Chi non ammette una ſtraordinaria inondazione ſpiega il fenomeno, dicendo, che tali conchiglie intanto eſiſtono ora ſui continenti, in quanto che queſti erano fondi di mare, ſui quali eſſe vivono unite in famiglie, moltiplicandoſi cioè nello ſteſſo ſito una data ſpecie. Se dunque queſti vermi vivono in famiglie nei fondi dei mari, una grande quantità di eſſi avranno eſiſtito anche al tempo, in cui intervenne la rivoluzione, per cui ora ſi trovano ſui continenti. Nella ſtraordinaria inondazione furono ſconvolti anche i fondi dei mari; e però furono contemporaneamente alzate anche queſte conchiglie da tutta l' eſtenſione, che eſſe occupavano. Eſſe entrarono nella corrente formata dalla forza che le alzò, e perciò proſeguirono a navigare tutte inſieme, finchè, ritardatoſi il corſo, vennero ad eſſere unitamente depoſitate. Potettero dunque depoſitarſi ſui continenti in famiglie, in quanto che già eſiſtevano così unite; e furono traſportate nella ſteſſa corrente finchè furono depoſitate. Ma inoltre queſti omogenei depoſiti potettero avvenire, abbenchè foſſero entrati in una ſteſſa corrente corpi di diverſiſſime ſpecie. Suppongaſi, che in queſta ſieno entrate peſanti oſtriche miſte con minute telline. E' noto che i corpi mentre vengono traſportati dall' acqua tendono a diſcendere, e pervengono più

prestamente al basso i più pesanti. Le ostriche pertanto in breve si saranno separate dalle telline; e quelle avranno occupato un piano inferiore della corrente, queste un altro superiore. Quindi secondo le varie circostanze avranno potuto depositarsi in luogo distinto, e tempo diverso sì le une che le altre. Queste quasi spontanee separazioni e deposizioni di materie omogenee in diversi siti vedonsi intervenire in ogni inondazione anche di mediocri fiumi, i quali trasportano da lontane parti, e depositano separatamente legni, sassi, ghiaje, sabbie, e terre vegetali. Questa seconda maniera spiega assai meglio i depositi omogenei di conchiglie, e di altri animali simili di quel che si faccia col dire, che tali animali vivono naturalmente in famiglie: il che per altro di molti non è ancora verificato; ed ognuno facilmente intende che questi depositi devonsi riportare alla terza epoca dell' inondazione.

XLIX. Un terzo fenomeno riputato generalmente inesplicabile anche nell' ipotesi di una permanente inondazione è l' esistenza di grossi massi originarj, ed isolati su montagne calcarie formate da depositi subacquei. Que' massi ordinariamente sono di granito, e si rassomigliano spesse volte al sasso componente le Alpi esistenti a molta distanza: l' essere quelli di materia originaria e di una mole spesse volte grandissima è una pruova, che non vi pervennero al tempo in cui si formarono que' monti secondarj, ma dappoi. Cercasi come vi pervennero? Se questi monti secondarj fossero uniti alle Alpi originarie con pendenze sempre ascendenti, l' azione dei torrenti spiegherebbe facilmente la cosa. Ma quelli da queste sono separati da profonde valli. Ricorrono alcuni all' eruzione de' volcani; e questi veramente possono servire di spiegazione della cosa in que' pochi siti ove sono indizj vulcanici, non però negli altri molto maggiori di numero, dove mancano sì fatti indizj. Vediamo dunque se la terza epoca della nostra inondazione combinata colla quarta somministri qualche cosa di soddisfacente. Nella terza epoca si formarono i depositi calcarei tra mezzo ad acque quasi tranquille. Tali depositi pertanto non potettero, generalmente parlando, essere formati in guisa di montagne o coniche, o piramidali distinte da valli; ma dovettero disporsi in diverso modo, secondo la costituzione del sottoposto terreno. Se questo era senza

elevazioni montuose, i depositi si disponevano in vaste, ed alte pianure più o meno ondeggianti. Se era occupato da montagne, i depositi ad esse si sopprapponevano adattandosi alla figura delle medesime, ed aumentandone l'altezza; e nelle valli già esistenti, e che non avevano libera uscita, i depositi dovettero essere più copiosi a motivo del ristagno delle acque, così che quelle potettero anche essere ricolmate. Così dunque le deposizioni si fecero in modo, che queste in molti siti giugnevano quasi in un piano sino ad una certa altezza delle montagne originarie, così che se dalle cime di queste fosse caduto qualche masso, durante la tranquillità delle acque, esso rotolando pel pendio sarebbe andato a cadere sui sottoposti sedimenti ad una certa distanza. Abbiamo pertanto nella seconda epoca una disposizione atta a far trovare sui depositi calcarei i massi granitosi. Ma ci manca ancora la forza, che fosse sufficiente a trasportarli a quella distanza dalle Alpi, nella quale ora li troviamo, e la cagione che ridusse quei depositi piani alla forma di montagne. L' una, e l'altra noi troveremo nella quarta epoca. Al ritirarsi delle acque si rinnuovarono correnti, e vortici, che andarono crescendo sino ad un certo segno a misura che le acque maggiormente si abbassavano (§. XLVI.). Quindi ricominciarono i diroccamenti alle alte cime, ed a varie altezze dei monti originarj, che si andavano scoprendo. Le rovine entravano nelle correnti, e da queste venivano sui depositi trasportate come da torrenti a grandi distanze, cioè a quelle, in cui ora si trovano i sopraccennati massi originarj. In seguito al trasporto sopraggiunsero correnti, e vortici laterali, che scavarono irregolarmente i depositi stessi tra le montagne originarie, e le masse calcarie, su cui trovansi i sassi originarj, e così formaronsi quelle valli, per cui tali masse calcarie hanno ora la forma di monti separati dagli originarj. Come le deposizioni sul principio dovessero riuscire con una superficie quasi uniforme, ed in masse molto ampie, si può confermare anche colle osservazioni. Le colline della Toscana sono certamente di materie depositate da una inondazione di acque marine, e quelle nella loro sommità sono terminate non da creste acute, ma generalmente da pianure spesse volte molto estese, le quali in diversi tratti sono inoltre press'a poco al-

lo stesso livello (*a*). Una simile disposizione io osservai anche nelle colline del Piemonte, ed altrove. Ora tale conformazione è appunto quella, che risulterebbe in una grande massa di materie molli, sulla quale le acque prendessero diverse correnti. Queste non produrrebbero altro effetto che quello di scavarvi diverse valli in varie direzioni, lasciando press'a poco la superficie delle materie residue a quel livello, in cui erano per innanzi; e poichè questo al presente nelle indicate colline è quasi allo stesso orizzonte, conviene che tale fosse anche prima delle incavature intervenute nel totale della massa.

L. Io non voglio più dissimulare una difficoltà, che mi si presentò nella sopraccennata spiegazione; ed è che essendo allora recenti quei depositi, non sembra che potessero servire di fondo a rapide correnti, ed al trasporto di sì pesanti masse come sono i graniti ora soprapposti a tali sedimenti: sì che l'effetto di quelle avrebbe anzi dovuto essere di scavare profonde valli, che di far avanzare que' macigni. La difficoltà però svanisce considerando il modo, con cui agisce l' acqua secondo le diverse circostanze del suo moto. L'acqua corrente scava, e demolisce facilmente le materie molli, allorachè le urta di fronte, o con una certa obliquità; ma allorachè la direzione del suo corso è o parallela, o poco obliqua al piano composto di materia molle o poco consistente, allora per quanto sia grande la sua velocità produce un assai piccolo effetto. Questo è coerente ai principj meccanici, e vedesi verificato nei fiumi di fondo molle, e fangoso, i quali vi decorrono con una certa velocità senza smovere sensibilmente il fondo medesimo. Tra le correnti, che si formarono nel ritiro delle acque, molte, abbenchè assai veloci, dovettero avere una direzione quasi orizzontale. Perciocchè tali correnti, le quali aveano origine massime dall'ingresso delle acque in sotterranei abissi, dovettero formarsi principalmente verso quei siti più bassi, in cui le acque avevano un più libero sfogo: i quali siti nella vastità di quella inondazione

(*a*) *Targioni Tozzetti* Relazioni di alcuni viaggi fatti in diverse parti della Toscana t. I. e tomo X. pag. 195.

potettero essere molto distanti da quelli, ove intervenivano i trasporti di que' massi; e però a motivo della distanza la pendenza, che prendevasi dalla corrente, dovette essere assai piccola. Non ostante però poteva la velocità della corrente medesima essere assai grande nella elevazione, in cui esistevano que' massi; giacchè la velocità spesse volte proviene dalla sola pressione dell' acqua soprastante; e questa potè essere a grande altezza, e perciò produrre una molto grande velocità. Nella direzione adunque di tali correnti quasi parallele al fondo abbiamo la ragione, per cui questo non dovette essere sensibilmente scavato; e nella molta altezza dell' acqua è riposta la cagione, per cui potettero quelle essere molto veloci. Che se considereremo la maniera, con cui le acque sogliono comunicare il loro moto ai corpi pesanti in essa immersi, vedremo che la mollezza del fondo, su cui erano que' massi granitosi, non solo non impediva, ma anzi facilitava il rapido corrente de' medesimi. Allorachè un corpo comunque grande, e pesante, per esempio un cubo di granito, è sostentato su un piano orizzontale, ed è spinto dall' acqua, quello, prescindendo dallo sfregamento contro del sottoposto piano, in brevissimo tempo acquista una velocità quasi eguale a quella dell'acqua, e con essa prosegue a muoversi come se fosse senza peso resistendo solo in ragione della sua massa. Tale resistenza però è quasi insensibile: onde il solo sfregamento è quello, per cui il corpo in tale circostanza viene impedito dal muoversi; ed intanto vien impedito in quanto che, supponendosi fisso il piano, le sue scabrezze incontrandosi con quelle del corpo soprapposto lo ritengono con una certa forza. Ma essendo molli, e perciò cedevoli le parti dei depositi, su cui appoggiavansi i massi granitosi, quelle facilmente venivano smosse, e trasportate avanti dall' acqua, e perciò non potevano produrre un sensibile sfregamento, che ritenesse tali massi; sì che questi su di esse si movevano quasi come se fossero sostentate da infiniti globetti mobili. Questa spiegazione corrisponde a ciò che si vede avvenire nei corpi di mediocre grandezza, che dai fiumi di mediocre velocità si vanno rotolando su un fondo o arenoso, o fangoso; e serve ad intendere altri effetti più grandiosi, che intervengono in acque più rapide, ed i quali altronde sembrano inesplicabili.

Per altro è da osservare, che i depositi, benchè fossero recenti, pure a motivo delle varie sostanze saline, che vi erano mischiate, potettero anche sott'acqua prendere una certa consistenza nel tempo di più mesi, in cui si andarono formando. Le affinità in molte circostanze agiscono assai rapidamente, ed anche producono sostanze solide tra mezzo ai fluidi, come vedesi nella consolidazione del gesso cotto misto con acqua, nell' indurimento della calcina, ed in varie cristallizzazioni di sali.

LI. Io ho voluto dare in questo luogo la spiegazione di alcuni dei più singolari fenomeni geologici per mostrare la loro corrispondenza coi principj generali da me stabiliti. Gli altri saranno a suo luogo esposti o per confermare le circostanze, che io ascrivo alla straordinaria, e breve inondazione, o per mostrare più distintamente la loro corrispondenza colla medesima. Qui però gioverà assegnare la ragione, per cui da una inondazione generale in molti siti, e massime dei più elevati non sia rimasto verun deposito subacqueo. Essendo quella stata accompagnata da rapide correnti, ognuno facilmente intende, che dentro a queste massimamente si raccolsero, e furono trasportate le materie più copiose, le quali dovettero quindi depositarsi col ritardarsi della loro velocità; e poichè tali correnti non occupavano che certi determinati spazj della superficie terrestre, così i depositi non potettero essere universali su ogni punto della medesima. Le materie stesse nelle parti più elevate delle acque inondatrici dovettero in genere essere più rare che nelle parti più basse, giacchè essendo quelle più pesanti dell' acqua dovevano continuamente tendere ad abbassarsi nello stesso tempo che dalle straordinarie forze venivano portate in alto; e quindi si ha la ragione, per cui i depositi nelle parti alte sieno minori che nelle basse; ed in alcune alture non ne esista verun indizio. Di che per altro avvi un altro motivo; e questo è che molti dei depositi formatisi nelle alte parti furono nuovamente detratti o dalle correnti nel ritiro delle acque, o dalle piogge, che ne' tempi seguenti all' inondazione intervennero: la qual detrazione potè tanto più facilmente intervenire in quanto che quei depositi come recenti non eransi ancora consolidati.

CAPO V.

Pruove dirette dei dati assunti per determinare l'idea di una generale inondazione del globo terrestre.

LII. Quali sieno i dati da me assunti appare nel §. XXV del capo III; e questi intendo ora di provare appoggiato massimamente alle osservazioni geologiche: il che quando mi riesca di fare, i dati, che assunsi come ipotesi, diverranno altrettanti fatti reali. Uno di questi, cioè l'esistenza dei monti originarj all'altezza presente, fu già incidentemente da me provata nel capo primo. Per riguardo agli altri io per maggiore precisione e chiarezza dividerò questo capo in proposizioni.

PROPOSIZIONE I.

Alloraché intervenne la generale, e straordinaria inondazione del globo, il mare era press' a poco al presente livello.

LIII. Gli argomenti, coi quali io ho provato che il mare dopo l' abitazion del globo non mai fu di permanenza all' altezza di 2200 tese sopra il presente livello, provano parimenti che antecedentemente alla straordinaria inondazione non fu neppure ad un' elevazione sensibilmente maggiore della presente. Per potersi dire sensibilmente più elevato conviene intendere un' altezza di qualche centinajo di piedi. Ora se il mare avesse fatta per lungo tempo permanenza a tale altezza, i continenti al disotto della medesima sarebbero formati con una corrispondenza negli angoli sinuosi, e rilevati, sarebbero quasi dappertutto coperti di corpi marini, e di materie calcaree disposte a strati orizzontali: le quali cose certamente non si verificano.

LIV. Avvi un'altra osservazione, che direttamente esclude una lunga permanenza di acque all'indicata altezza. Questa riducesi alle colline composte di materie originarie, le quali, come già provai al §. XLVII, furono formate da trasporti di acque copiose che agirono nella prima epoca della inondazione

inondazione da noi assunta. Tali trasporti non potevano farsi, se allora un mare avesse inondata la terra sino all'altezza di quelle colline, ovvero sino al piede dei monti originarj, d'onde discesero quelle materie. Perciocchè le acque precipitanti da que' monti avrebbero trovato l' ostacolo delle acque inondanti, e però sarebbe stata ritardata, e diminuita la loro forza in modo, che non avrebbero potuto trasportare i grossi materiali alla distanza di più leghe, in cui ora si trovano: il che è conforme non solo alle leggi meccaniche, ma anche a ciò che avviene ai fiumi sulle spiagge de' presenti mari, ove non vengono trasportate che minute materie. Aggiugnesi che se avesse allora esistito il mare in quella altezza, i materiali di quelle colline sarebbero misti con sostanze marine, le quali altronde non vi si trovano.

LV. A questi due argomenti può aggiugnersene un terzo; e questo è che il mare immediatamente dopo terminata l' inondazione era press' a poco al livello presente, siccome per osservazioni sarà provato al §. CII. Capo VIII. Da che sembra doversi dedurre, che nella stessa costituzione fosse anche prima della straordinaria inondazione. Perciocchè è noto, che le acque al cessare delle straordinarie forze, per cui formano qualche inondazione, ritornano al primiero equilibrio. E veramente nissuna ragione si presenta, per cui prima dell'inondazione abbia dovuto essere ad una altezza considerabilmente maggiore della presente; altronde noi sappiamo che il mare, da che sussistono le memorie dei cangiamenti fisici, non mai vi fece un considerabile, e permanente cangiamento.

PROPOSIZIONE II.

Prima che il globo fosse universalmente inondato, l'asse terrestre avea per rapporto all' equatore quasi la stessa situazione, che al presente vi si osserva, nè si mutò durante l' inondazione stessa.

LVI. L' asse originario della sferoide terrestre è quella retta che passa o pel centro della terra, o in vicinanza di esso, ed è perpendicolare al piano condotto per la massima

elevazione della sferoide medesima. Questa definizione è conforme alla teoria, ed alle osservazioni. Se dunque al presente si troverà, che l'asse di rotazione è ancora perpendicolare al piano condotto per la massima elevazione della terra, sarà provato, che l' asse presente è lo stesso coll' originario. Ora così è realmente. La massima elevazione è quella del monte Chimboraco, che è elevato circa 3220 tese sul livello del mare. Esso è distante dall'equatore presente soltanto un grado, e mezzo: onde essendo piccola tal distanza potrebbesi riguardare come esistente press'a poco nell' equatore. Ma sonovi alcune riflessioni da farsi; per le quali troveremo ancora una più esatta verificazione della proposizione. Alla distanza di soli 20 minuti dall' equatore sorge un altro monte chiamato Cotopaxi, la cui altezza al presente è di tese 2950. Ma questo monte è decisamente vulcanico, e fu soggetto a più eruzioni posteriori alla generale inondazione come appare dal §. XXXVIII. E' noto altronde, che i volcani massime nelle prime eruzioni, fanno saltare una porzione delle loro cime, e ne gettano a grande distanza i frammenti. E' dunque da dire, che l' altezza originaria del Cotopaxi fosse sensibilmente maggiore. Per determinare verisimilmente di quanto sia stata maggiore è da notare che i volcani ardenti, come è il Cotopaxi, sogliono essere monti che hanno la figura di un Cono troncato, sì che la loro sommità, o l' apertura del loro cratere forma un circolo irregolare più o meno largo secondo l' attività del volcano. Il diametro del cratere del Cotopaxi non fu misurato, ma invece fu misurato dal *Condamine* quello del Pitchinca, altro volcano a quello vicino, ma meno furioso; ed in questo trovò un diametro di circa 900 tese: onde possiamo per lo meno assumere questa larghezza anche nel cratere del Cotopaxi. Quindi potremo dedurre quale verisimilmente fosse l' altezza originaria di questo monte. Assumiamo ciò che è comune ad altri monti, cioè che la loro pendenza vada a terminare in una cima conica, e per una maggiore larghezza di calcolo poniamo, che le 900 tese di diametro comprendano anche la grossezza delle pareti del cratere, e che la sezione del cono supposto retto formi alla base gli angoli semiretti. In tal modo l' altezza del cono, la cui base è l' indicato cratere, sarebbe di 450 tese. Così

dunque originariamente il Cotopaxi era elevato 450 tese più di quel che sia al presente: ed aggiugnendo tale altezza alla presente risulterebbero 3400 tese per la sua altezza originaria, che sarebbe maggiore di quella del Chimboraco. Ma nell'altezza di 3220 tese in questo ritrovata è compresa anche l'altezza delle sue nevi perpetue; e questa non appartiene alla sua altezza originaria. Per lo che, non essendo esso riconosciuto per vulcanico, deve dalla sua altezza detrarsi quella delle nevi, che è molto considerabile; e perciò a molto maggior ragione l' altezza originaria del Cotopaxi devesi riguardare come maggiore di quella del Chimboraco. Trovandosi pertanto la massima altezza originaria, quale è quella determinata nel Cotopaxi, assai vicina all'equatore presente, è chiaro, che questo è lo stesso coll'originario.

LVII. Prendo ora a provare, che anche nel tempo dell' inondazione l' asse di rotazione ritenne la sua posizione originaria, ossia la presente. Nell' inondazione l' acqua, ed i corpi in essa sospesi si dovettero elevare, e depositare a maggiore altezza nel piano, che passando pel centro della terra era perpendicolare all'asse di rotazione; e ciò a motivo, che le acque abbenchè sbilanciate tendevano a disporsi in una sferoide elevata all' equatore d' allora. Ora noi troviamo, che i depositi più elevati sono appunto situati in vicinanza dell'equatore presente, che è ancora l'originario. L'equatore pertanto al tempo dell' inondazione era lo stesso col presente ossia coll' originario, e però neppur nell' asse rerrestre intervenne allora una sensibile mutazione.

LVIII. Ad una maggiore confermazione gioverà parimenti provare, che neppure si mutò in altri tempi intermedj tra l' inondazione e l'epoca presente. I ghiacci polari ne somministrano un valido argomento. Al tempo della inondazione, di cui ora si tratta, se esistevano ghiacci, dovettero certamente liquefarsi sì pei continui e rapidi moti dell'acqua mista con altri corpi, e sì anche pel suo naturale calore, il quale venne parimenti aumentato dai moti medesimi (§. XLI.). I ghiacci presenti pertanto si formarono poc' a poco dopo essere cessata l' inondazione medesima, e la loro formazione nelle diverse latitudini dovette corrispondere al freddo rispettivo dei diversi climi: cioè a dire ai poli i ghiacci dovette-

ro formarsi in una situazione più bassa ed in una quantità maggiore. Ora ai poli presenti si trovano appunto ghiacciati i mari stessi, ed i ghiacci per successivi accrescimenti vi hanno realmente occupata una estensione immensa. Convien dunque dire che i poli presenti sieno gli stessi cogli antichi, e che perciò l'asse di rotazione, il quale passa per essi non siasi mutato dopo l'inondazione.

LIX. Abbiamo inoltre nelle antichissime piramidi d'Egitto un altro termine fisso, che ci fa conoscere come l' asse terrestre non si mutò dal tempo in cui esse furono erette, e che perciò conferma quello che poc'anzi ho provato. Nella loro erezione si sa che furono orientate con tutta l'esattezza di cui erano capaci gli Astronomi, o Architetti Egiziani (*a*): ed ora si trova, che la loro direzione tra il Sud ed il Nord è sulla stessa linea, sulla quale essi fissarono la meridiana.

LX. A tutto ciò piacemi aggiugnere, che l' asse terrestre non solo non si mutò, ma neppure potè mutarsi, o almeno non appare una cagione atta a produrre tale mutazione. Tal cagione deve essere o nella terra stessa o nell'azione de' corpi celesti. Nella terra certamente non può essere. Perciocchè la mutazione non potrebbe provenire se non da una mutazione sensibile del centro di gravità della terra medesima: il qual cangiamento dipende dalla mutazione di luogo della materia terrestre, e massime della superficie, ove realmente vediamo diminuzioni di monti, e considerabili traslocazioni di materie. Ma tali mutazioni intervengono in moltissime parti della superficie; ed affinchè possano produrre un sensibile effetto relativo al cangiamento del centro di gravità della massa totale conviene, che il momento risultante dei diversi pesi trasportati a diversi luoghi della superficie passi fuori dell'antecedente centro di gravità della terra, ossia formi da una sola parte una considerabile preponderanza. Questo però nella costituzione ordinaria della terra non può intervenire. Perciocchè i trasporti si fanno quasi similmente in molte, ed opposte parti della superficie terrestre, sì che gli

(*a*) *Pauv*. Recherches sur les Egyptiens tom. 2. pag. 44.

aumenti e le diminuzioni di materia nelle diverſe parti vengono preſs'a poco contrabbilanciate. In fatti i principali traſporti conſiſtono nelle materie dei continenti, che dai fiumi vengono in gran parte condotte in mare; e poichè queſto in ſuperficie è quaſi triplo della ſuperficie dei continenti, e li circonda in ogni parte, perciò la materia ſteſſa viene diſtribuita quaſi uniformemente ſu diverſe ed oppoſte parti della ſuperficie terreſtre; e però contrabbilanciandoſi non può produrre una ſenſibile mutazione nel centro di gravità della terra, quand' anco ſi ſupponga che tutta la materia, di cui ſono compoſti i preſenti monti, venga così traſportata verſo i mari. La coſa ſarà chiara a chi oſſerverà, e calcolerà.

LXI. Un' altra delle principali cagioni, che potrebbe contribuire alla mutazione del centro di gravità della terra, è l'aumento ſucceſſivo dei ghiacci perpetui sì alpini che polari. Ma anche queſti aumenti intervengono in diverſe ed oppoſte parti di tutta la ſuperficie del globo: il che appare chiaramente maſſime nei ghiacci polari che ſono i più copioſi, e ſono ſituati all' eſtremità tra loro oppoſte dell' aſſe di rotazione: onde ſi contrabbilanciano. Altronde l'aumento dei ghiacci ha certi limiti, come altrove ho ſpiegato (*a*), sì che non poſſono avere una conſiderabile influenza ſulla mutazione del centro di gravità neppure nei ſecoli futuri.

LXII. Quanto all'azione dei corpi celeſti ſulla terra gli Aſtronomi ci dicono, che il loro ſiſtema celeſte è tale da non poter produrre una ſenſibile e ſempre creſcente variazione nella poſizione del ſuo aſſe.

(*a*) Cap. IV. della prima Parte.

PROPOSIZIONE III.

Il clima geografico della ſuperficie terreſtre antecedentemente all' inondazione generale era preſs' a poco eguale al preſente; nel clima fiſico però per l' inondazione intervennero ſenſibili variazioni maſſime per rapporto alla vita, e ſuſſiſtenza de' corpi organizzati.

LXIII. Il clima di un luogo terreſtre dipende in genere dal calore, che vi domina in un dato tempo che ſuole aſſumerſi di un anno. Tal calore da tre fonti maſſimamente deriva, cioè dal ſole, dalla maſſa terreſtre, e da' diverſi agenti fiſici. Il calor ſolare è abbaſtanza noto; quello che deriva dalla maſſa terreſtre, ſi riconoſce maſſimamente dall' effetto, che produce ſulla ſuperficie inferiore dei ghiacci perpetui, la quale eſſendo in contatto col terreno viene liqueſatta anche in tempo che nell' atmosſera, oſſia nella ſuperficie eſterna la temperatura è alla congelazione; e queſto calore chiamerò *interraneo*. Il terzo viene prodotto da accenſioni, da moti perturbati, da fermentazioni, da condenſazioni di vapori, da venti provenienti da caldi terreni, e da altre ſimili cagioni; e queſto calore chiameremo *avventizio*. Dal compleſſo di queſte tre qualità di calori riſulta il clima di un dato luogo terreſtre. Ma ognuno viene modificato dalla diverſa ſituazione del luogo medeſimo: onde il calor riſultante dipende da una mutua reciprocazione, che rende difficile, e direi quaſi impoſſibile il determinare con una certa preciſione il clima generale di un dato luogo. Per valutarlo però almeno per approſſimazione conviene diſtinguere in ogni luogo due climi, l' uno geografico, e l' altro fiſico. Per clima geografico intendo quello, che vi produrrebbe il calor ſolare, ſe i luoghi foſſero ſituati o allo ſteſſo livello del mare, o ad una ſteſſa elevazione ſul livello medeſimo, ed altronde non vi agiſſe verun calore avventizio; ed in tale ipoteſi il calore di due diverſi luoghi dipenderà dalla loro latitudine geografica. Per clima fiſico intenderemo quello, che riſulta dalle altre qualità di calori indipendentemente da quello del ſole; e per non moltiplicare le diviſioni includerò nel clima fiſico anche

la diverſità di clima proveniente dalla diverſa elevazione di due luoghi ſul livello del mare: giacchè è noto che alla ſteſſa latitudine un luogo per l' azione del ſole è più caldo di un altro, quando è ſituato a minore elevazione: il che dipende da diverſe cagioni ed anche dalla diverſa denſità, e coſtituzione dell' aria atmosferica.

LXIV. Da tali diſtinzioni viene meſſo in chiaro il ſenſo dell' enunciata propoſizione. Prima però di darne le pruove è neceſſario dichiarare alquanto più l' idea del calore interraneo. Il Conte di *Buffon* s' immaginò già che la terra ſia ſtata un globo in fuſione, cioè con un calore rovente, e che queſto ſiaſi poc' a poco diminuito, e ſi vada ſucceſſivamente raffreddando, sì, che ci minaccia un giorno, in cui la terra pel freddo ſarà inabitabile, come già divenne abitabile allorachè fu ridotta ad una moderata temperie. Eſſendo la terra compreſſa ai poli, elevata all'equatore, ſtimò che il raffreddamento maggiore ſia cominciato verſo i poli, e che perciò colà abbia cominciato ad eſſervi un grado di calore così mite, che poteſſe eſſere abitato. Sul qual principio vuole che la Siberia, ed altre parti circompolari ſieno ſtate la prima abitazione degli elefanti, e di altri animali proprj di climi caldi; e ciò in tempo che altre parti più lontane dai poli, oſſia più vicine all' equatore erano ancora inabitabili pel ſoverchio calore. Così dunque ſecondo lui la terra ha un calore ſuo proprio, che ſi va diminuendo, e le varie parti della terra mutarono di clima a motivo della variazione del calore medeſimo.

LXV. Che la terra abbia un calore ſuo proprio lo conoſciamo per l'oſſervazione poc'anzi accennata (§. LXIII.). Ma che eſſo derivi dalla cagione e dalle modificazioni immaginate dal lodato Naturaliſta non ſarà ammeſſo da niſſun Geologo. Nella prima parte di queſta Memoria pruovai già dalla natura delle montagne originarie, che la terra non mai fu in fuſione; pruovai parimenti eſſere falſo, che il calore interraneo ai poli al preſente ſia minore di quello che ſi oſſerva in altre latitudini, e ciò ſull' oſſervazione dalla quale conſta che le acque provenienti nell' inverno dalla liqueſazione della ſuperficie dei ghiacci perpetui circumpolari hanno un grado di calore non minore di quello, che trovaſi in ſi-

mili acque provenienti dai ghiacci alpini di altre latitudini medie. Feci finalmente vedere, che le spoglie d' elefanti, e d'altri animali trovati in Siberia sono anzi contrarie al sistema Buffoniano, come più chiaramente apparirà anche al Capo III §. XCIX di questa seconda Parte. In questo luogo però stimo opportuno di mostrare come tutto questo sistema del calore abitabile è simile al più scucito sogno. Espone egli nelle sue Epoche di natura, che dopo trentacinque mille anni da che il globo fu in istato di liquefazione si raffreddò in modo da potere ricever le acque *senza rigettarle in vapori:* onde secondo lui vi si formò un mare, la cui superficie giugneva fino all' altezza almeno di 2200 tese sopra il suo livello presente: e questo mare dice che era bollente, quasi che potesse bollire senza rigettare l' acqua in vapori. A questa incongruenza tosto ne aggiunge un'altra, dicendo, che questo mare nello spazio di ventimila anni si abbassò poc'a poco al presente livello, e che mentre soggiornava sulla superficie terrestre nell' altezza indicata di 2200 tese e nelle altre successivamente minori, esso era abitato da animali; e così non ha difficoltà di ammettere che gli animali vivessero in acqua, secondo lui, bollente. Ed è bensì vero, che per togliere ad altri tal difficoltà soggiugne, che gli animali allora viventi erano di altre specie ora perdute. Ma le osservazioni troppo si oppongono a questa asserzione. Molti degli animali che allora vivevano in quel mare sono quelli stessi che secondo lui furono in quell' epoca depositati, e che ora si trovano fossili in diverse montagne, ed anche molto elevate. Ora una gran parte di questi si riconoscono della stessissima specie con quelli che ora vivono in mare, e che certamente non possono vivere in acqua bollente nè in acqua molto calda, benchè molto inferiore al grado dell'acqua bollente che è l'ottantesimo del termometro Reaumuriano. Quando dunque vivevano questi animali marini, l' acqua doveva essere ad una temperatura molto inferiore a quella di gradi 80; e ciò su tutta la superficie terrestre: giacchè quand'anco il raffreddamento verso l' equatore fosse stato più lento per essere più elevato, nulladimeno diffondendosi il diverso calore per la massa acquea, doveva il totale mettersi ad una quasi comune temperatura nel lungo spazio supposto di ventimila

timila anni. Dunque anche i continenti, dappoichè le acque si abbassarono, dovettero per rapporto al calore interraneo avere una temperatura mite, e dappertutto quasi uniforme; e però non avvi una ragione, per cui i continenti circompolari sieno stati abitabili prima degli equatoriali.

LXVI. Ma avvi inoltre un' altra osservazione, la quale direttamente conferma che, alloraquando il mare era alla supposta elevazione di 2200 tese, i continenti equatoriali aveano già un calore assai mite, ed erano abitati almeno da piante. A questa altezza trovansi misti colle conchiglie marine anche legni impietriti (§. VII.). Ora quando le acque erano a quella elevazione tutte le montagne circompolari erano sott' acqua, giacchè tra esse nissuna se ne trova tanto elevata quanto dovea essere l' acqua, allorachè depositò gli indicati corpi organizzati. Quindi gli alberi, da cui derivarono que' legni impietriti, dovettero essere cresciuti sulle più alte cime delle montagne equatoriali; e però prima che le acque si abbassassero al presente livello cioè, secondo le epoche Buffoniane, ventimila anni prima le cime equatoriali avevano un calore così temperato da permettere l' aumento degli alberi. Dunque per rapporto al calor interraneo i continenti equatoriali potettero dopo l' abbassamento delle acque essere abitabili dagli elefanti, e da altri animali nello stesso modo com' era abitabile la Siberia.

LXVII. Io niente dico degli esperimenti, su cui egli appoggiò il calcolo delle sue Epoche, i quali sono più puerili, che filosofici, siccome quelli che consistevano nel fare arroventare alcuni globi di ferro, facendo servire di termometro la sua mano per estimare il calore del raffreddamento.

LXVIII. Essendo provato, che il calore interraneo, o come altri lo chiama, centrale, non proviene dalla cagione supposta dal Sig. *de Buffon*, e che altronde non è soggetto alla diminuzione da lui assegnata, è chiaro che da esso non può derivarsi veruna mutazione di clima. Le nozioni esperimentali che ora abbiamo su questo calore si riducono a due, cioè, 1.° che esso è minore a maggiore profondità al disotto della superficie terrestre, ma però la diminuzione non mai oltrepassa il grado 16 di *Reaumur*; 2.° che ad una stessa distanza sotto la superficie terrestre il calore interraneo è bensì

costante alla stessa latitudine, ma che in diverse latitudini la sua variazione corrisponde sempre alla variazione del calore solare, che provasi sulla superficie: onde deducesi che il calore solare è quello, che conserva il calore proprio della terra medesima, ristorandone le perdite, che in certi tempi in essa intervengono (V. *Kirvan* Estimation de la temperature ecc. pag. 5). Così alla profondità delle cantine dell' Osservatorio di Parigi il calore è costantemente di 10 gradi, ma in altre latitudini è maggiore o minore secondo la varia attività del calor solare. Quindi il calore interraneo può riguardarsi come una quantità quasi costante, la quale non molto influisce nella mutazione nè del clima geografico, nè del fisico.

LXIX. Esaminiamo ora se il clima geografico possa essersi mutato per qualche altra cagione. Ciò, che costituisce il clima geografico di ciascun luogo terrestre, è la posizione dell' ecclittica per rapporto all' equatore o all' asse terrestre; onde non può intervenire una mutazione nel rapporto dei climi, se non quando si muti l' indicata posizione; e questa si può mutare in più modi, cioè 1.° se si muti l' asse di rotazione rimanendo costante il piano dell' ecclittica; 2.° se rimanendo costante l' asse si muta la posizione dell' ecclittica per rapporto al medesimo; 3.° in ambi i modi insieme. Noi abbiamo provato, che l' asse terrestre al presente è lo stesso con quello, che era al tempo dell' inondazione. Dunque non può esser intervenuta variazione nei climi se non per la seconda cagione, la quale dipende del tutto dal sistema de' corpi celesti. Ora gli Astronomi ci assicurano che l' obbliquità dell' ecclittica non ha che due piccolissime variazioni, l' una quasi uniforme, per cui si diminuisce di circa 20″ per ogni secolo, l' altra periodica ed ineguale, per cui ogni 9 anni alternativamente si aumenta, e si diminuisce di 9″ (V. *Caille Astronomie* pag. 382.). Per lo che da tali variazioni non può essere derivata veruna sensibile mutazione di climi nel tempo trascorso dall' inondazione fino a noi, il quale, come sarà altrove provato, non oltrepassa i 30 secoli.

LXX. Rimane a determinare se intervenne mutazione nel clima fisico. Questo riguarda massimamente i continenti, e dipende principalmente dalla loro elevazione sul livello del

mare. Avendo noi provato, che il mare prima dell'inondazione era press'a poco al livello presente, è chiaro, che da questa cagione non potè intervenire verun cangiamento nel clima fisico. Un'altra cagione, che v'influisce, è lo stabilimento dei ghiacci perpetui. Prima dell' inondazione ne dovea esistere una certa quantità press' a poco negli stessi siti, ove ora si trovano, perciocchè la loro formazione dipende dal clima geografico, e dall' elevazione dei siti stessi sul livello del mare: le quali due circostanze, siccome provai nelle proposizioni precedenti, prima dell' inondazione erano le stesse come ora sono. Altronde il tempo trascorso tra l' origine della primaria costituzione del globo terrestre e l'inondazione, come altrove mostrerò, è poco diverso da quello, che trascorse dall'inondazione sino a noi. Per lo che i ghiacci, che esistevano prima di questa, dovettero essere press'a poco eguali in quantità a quelli che ora esistono, i quali certamente cominciarono dopo l' inondazione, dovendosi in questa essere liquefatti gli antecedenti. Quindi i ghiacci permanenti non possono aver prodotta una sensibile diversità tra il clima presente e l'antico. Siccome però i ghiacci presenti si formarono per successivi aumenti, così è da dire, che nei tempi più vicini al termine dell' inondazione la quantità di ghiacci sarà stata minore, e perciò il clima per tal motivo sarà stato alquanto diverso dal presente, e da quello che immediatamente precedette l'inondazione medesima.

LXXI. Ma la principal mutazione di clima dovette esser prodotta dai cangiamenti, che nella superficie dei continenti intervennero per l'azione delle acque inondatrici. Queste coi loro moti aprirono nuove valli, diminuirono le altezze di alcuni monti, e coi diroccamenti fabbricarono nuove colline, coi lenti depositi formarono nuove montagne, e di altre aumentarono l'altezza, e per la nuova forma dei continenti molte situazioni mutarono di clima quanto al calore avventizio proveniente dalla diversa influenza dei venti, delle piogge, e di altri simili agenti di natura, la cui azione è variabile secondo la diversa forma della superficie terrestre. Questo cangiamento però non potè aver luogo se non in certi siti parziali, e solo fino ad una certa elevazione, cioè fino a quella, ove giungono i più grandi depositi: giacchè

al disopra di tal elevazione i continenti nel totale rimasero quasi gli stessi.

LXXII. Finora abbiamo considerato il clima soltanto per rapporto al calore, ed abbiamo trovato che nel totale l'inondazione non vi produsse una molto sensibile mutazione. Ma se noi lo considereremo per rapporto alla vita e sussistenza dei corpi organizzati, e massime degli animali, troveremo che fu considerabilmente mutato nell' universale. Alla vita, e sussistenza de' corpi organizzati, e massime terrestri richiedesi non solo un clima di un dato calore, ma inoltre un' atmosfera dotata di certe qualità; e secondo la diversità di queste vivono più o meno vigorosi, e per un tempo più, o meno lungo. L'inondazione, di cui parliamo, dovette alterare di molto la generale costituzione dell' aria. Perciocchè allora si putrefece nelle acque un' immensa quantità non solo di animali terrestri, ma anche di quelli che vivevano nei mari, ed in altre acque; ed inoltre si scomposero altri molti corpi contenenti sostanze infiammabili, e saline, e le loro esalazioni, e sottili materie, che si sviluppavano, si unirono coll' aria, e la resero meno pura, e meno respirabile. Quindi il clima per gli animali posteriori a tal inondazione dovette essere meno favorevole alla loro sussistenza: ed in ciò si potrà avere una ragione, per cui al presente negli animali l' aumento in grandezza sia minore, e la vita meno lunga di quel che fosse prima dell' enunciato avvenimento; e fors' anco si potrà avere uno dei motivi, per cui alcune specie perirono. Una tal considerazione, che facilmente si presenta ad ognuno, che riguarda le cose ne' rapporti di connessione, viene confermata dalle più esatte osservazioni de' moderni Chimici. Trovano essi, che l' aria atmosferica al presente è composta massimamente di due sostanze, cioè d' aria vitale atta alla respirazione, e vita degli animali, e di un' altra aria inetta a tal fine, nella quale, quando è sola, gli animali restano prestamente soffocati; e questa chiamasi mofetta atmosferica, o aria flogisticata. Osservarono di più che questa stessa si sviluppa appunto dalla putrefazione de' corpi organizzati, e dalla scomposizione di sostanze infiammabili; che inoltre essa forma circa i tre quarti dell' aria atmosferica; e che finalmente essa vi è semplicemente mischiata con un quar-

to d'aria vitale. Da che ognuno facilmente deve conchiudere, che realmente l'aria atmosferica ſia divenuta meno vitale per la cagione da me aſſegnata. Avendo ſempre eſiſtito, e tuttavia eſiſtendo in qualche parte le cagioni producenti mofetta atmosferica, una certa porzione di queſta era miſchiata nell'aria anche prima dell'inondazione, ed una certa quantità vi ſi va continuamente miſchiando. Queſti aumenti però di tal ſoſtanza ſoffocante, che intervenivano, e vanno intervenendo nel corſo ordinario delle cagioni fiſiche, hanno un certo compenſo, in quanto che formaſi anche nuova aria vitale, ed altronde una porzione di mofetta atmosferica o ſi ſcompone, o ſi ſepara dall' aria, sì che nel corſo ordinario di natura ſi conſerva preſs' a poco la ſteſſa coſtituzione dell' atmosfera. Ma la ſtraordinaria quantità della ſoſtanza ſteſſa, che ſi dovette miſchiare coll' atmosfera per la cagione da me aſſegnata, non potè eſſere ſenſibilmente diminuita nel corſo ordinario della natura, che dopo quello ſconvolgimento ſi riſtabilì, e però l'aria dovette rimanere meno vitale di quel che foſſe per innanzi.

PROPOSIZIONE IV.

Allorachè cominciò la generale inondazione eſiſtevano le ſpecie di corpi organizzati ora viventi.

LXXIII. A pruovare eſattamente l'enunciata propoſizione converrebbe enumerare ad una ad una le ſpecie di animali ora eſiſtenti, e moſtrare di ciaſcuna un ſimile reſiduo foſſile, il quale foſſe un depoſito formatoſi nell' inondazione. Io però non iſtimo, che poſſa eſſervi un così rigido eſattore di pruove; e quando pur vi foſſe, egli non avrebbe la pazienza di ſeguirmi nella minuta, che io dovrei fare: giacchè le ſole ſpecie di animali, e di piante finora conoſciute giungono a molte migliaja. Convien dunque riportarſi ad un altro genere di pruove. E' certo, e niſſuno ne dubita, che moltiſſimi corpi organizzati, che ora ſi trovano foſſili, furono depoſitati da acque inondatrici di tutto il globo, e che quelli ſono della ſteſſa ſpecie con altri che ora vivono. Se queſto ad altri non baſtaſſe per concludere, che eſiſtevano anche le

altre ſpecie ora viventi, io ſeco lui così ragionerei. L'origine degli animali non può derivarſi ſe non o da creazione, o dal caſo, cioè da un fortuito concorſo di materia, e di forze indipendente da qualunque intelligenza, o cauſa finale. Queſta ſeconda opinione, per laſciare altri argomenti, viene apertamente eſcluſa da un'obvia oſſervazione, che io già produſſi come deciſiva anche contro la catena degli eſſeri fiſici (V. l' Introduzione agli Elementi di ſtoria naturale del *Leſke* da me tradotti). L'oſſervazione è, che tra i moltiſſimi animali maſſimamente terreſtri forniti di piedi, niſſuna ſpecie ſe ne trova, che ne abbia un numero diſpari, cioè 3, 5, 7, 9 ecc. Ora il caſo è indifferente a qualunque numero; altronde in una data ſerie di numeri naturali, la quale per eſempio dall' unità giunga al 9, i diſpari ſono tanti, quanti ſono i pari, non eſſendo l'unità nè pari nè diſpari. Per lo che nelle fortuite combinazioni è tanto facile il riſultato di piedi pari, quanto quello dei diſpari. Che coſa è dunque che impediſce le fortuite forze dal produrre negli indicati animali anche le ſpecie a numero diſpari di piedi, cioè di parti ſimili naturalmente inſervienti al ſoſtegno del corpo moventeſi? Ciò non può aſcriverſi ſe non ad una non fortuita determinazione inerente alle forze originarie; e ſe la determinazione non è fortuita deveſi neceſſariamente derivare da un agente intelligente, che limitò le forze a certi effetti. E veramente ſe nella ſucceſſione delle varie ſpecie conſervaſi il numero pari di piedi, cioè 2, 4, 6, 8 ecc. conviene, che almeno nei primi originarj individui, da cui vanno propagandoſi le ſpecie ſteſſe, le forze ſieno ſtate moderate da una intelligenza, la quale le abbia dirette a produrre certe parti convenientemente a certi fini; ed il fine nella parità dei piedi è manifeſto. Perciocchè gli animali, che ne ſono forniti, hanno da natura la facoltà di muoverſi per traslocazione; ed all' eſercizio di tale facoltà il numero pari di piedi o è neceſſario, o certamente è il più conveniente (*a*). Poſto che negli ori-

(*a*) Un ſimile argomento ſomminiſtrano altre parti degli animali, come per eſempio le ali dei volatili, e le alette o pinne remiganti dei nuotanti, le quali ſono ſempre di numero pari, ſiccome quello, che è il più atto agli uſi, a cui quelle naturalmente ſervono.

ginarj individui della ſpecie ſieno così moderate le forze, queſti devonſi pure riguardare come formati dallo ſteſſo eſſere intelligente, che poi è il ſupremo; e poichè le ſue opere, quando hanno rapporto all' origine degli eſſeri fiſici, ſi ſogliono riportare a creazione, perciò gli individui originarj delle ſpecie devonſi ammettere come creati. Ma queſti poſſono eſſere ſtati creati o ſimultaneamente, o in diverſe e tra loro lontane epoche; per eſempio una porzione avanti della generale inondazione, ed altra dappoi. Ognuno però, che ammetta i principj antecedentemente eſpoſti, i quali non poſſono eſſere ragionevolmente contraddetti, facilmente conſentirà, che tutti quegli individuj originarj abbiano avuta l'eſiſtenza in un' epoca anteriore all' inondazione ſteſſa: maſſime che dal tempo, in cui ſi hanno memorie ſtoriche, non appare verun eſempio di ſpecie d' animali nuovamente prodotta. Cogli argomenti eſpoſti viene pure eſcluſa la opinione del Conte di *Buffon* ſiccome quella che in ſoſtanza deriva l'origine degli animali dal caſo. Avendola però egli appoggiata a certe particolari ipoteſi, ſarà pregio dell'opera il rifiutarne brevemente almeno i principali. Vuole egli, che ſparſe ſieno in natura certe molecole organiche, le quali in certe circoſtanze favorevoli ſi ſviluppino in diverſi tempi, e ſucceſſivamente divengano compiuti animali. A queſta ipoteſi opponeſi primieramente l' oſſervazione. Perciocchè in tutti i corpi organnizzati di una certa ſpecie, nei quali ſi poſſono fare non dubbioſe oſſervazioni, noi vediamo che eſſi non ſi moltiplicano ſe non da altri individui di ſimile ſpecie, nè alcuno mai potè moſtrare una ſpecie nuova, la quale ſia ſtata riconoſciuta come prodotta da elementi non provenienti da individui di ſimile ſpecie. Niſſuno per eſempio vide mai nè un cane, nè un cavallo naſcere ſpontaneamente quaſi fungo dalla terra, o eſſere provenuto da gatto, o da bue, o da altro animale di altra ſpecie. Si riſponderà forſe, che al preſente la natura ha perduta tal facoltà? Ma prima di aſſerire che l'abbia perduta, convien provare che l'abbia avuta, e realmente non ſi pruova nè l'una coſa, nè l'altra. Il fondamento del Sig. *de Buffon* per aſſerire, che dalle molecole organiche ſi andarono ſucceſſivamente ſviluppando i diverſi animali, era l'immaginato calore interraneo, o centrale, il

quale a misura che diveniva di una certa temperie sulle diverse parti del globo favoriva lo sviluppamento or di queste, or di quelle molecole. Ma noi abbiamo mostrato, che tal calore è del tutto ipotetico, ed altronde quand' anco fosse reale, in esso non è una sufficiente ragione per far nascere animali da molecole di natura non animale. Abbiamo inoltre provato, che il rapporto de' diversi climi sul globo terrestre prima dell' inondazione era press' a poco eguale al presente. Per lo che se lo sviluppamento degli immaginati elementi dipendeva dal favore dei climi, dovettero prima dell' inondazione svilupparsi tutti quei corpi organizzati, che comparvero in seguito, e che ora riconosciamo. In ogni modo è certo, che l' uomo dovette esistere tra' primi animali; perciocchè esso può vivere, e sussistere in qualunque dei climi, in cui vivono altri animali; e se l' ipotesi richiede, che sieno comparsi per primi gli animali atti a sostener i caldi climi, la conseguenza porta, che tra questi si enumeri anche l' uomo, cioè quella specie d' animali, che l' enunciata mia proposizione ha massimamente in vista.

LXXIV. A comprovare l' esistenza dell' uomo prima della generale inondazione concorrono anche le osservazioni geologiche. Ossa umane fossili furono già trovate dal Sig. Ab. *Fortis* nell' isola di Cherso, dal Sig. Professore *Spallanzani* nell' isola di Citera, o Cerigo nell' Arcipelago (V. tomo 3. Società Italiana), da' Sigg. *Boddington* e *Hunter* nella rocca di Gibilterra (Phil. Transf. t. 60.), e da altri altrove. Che tali ossa siensi ammassate per trasporti, o depositi di una inondazione, appare dalle circostanze, da cui sono accompagnate. Nell' isola di Citera trovansi in gran copia con altre ossa in un monte, la cui base ha il circuito di un miglio: la qual estensione, e mischianza toglie ogni idea che quel sito fosse un cemeterio, ma mostra un accumulamento prodotto da trasporti fatti da acqua inondatrice. Nella rocca di Gibilterra trovansi con conchiglie: il che pure indica una rivoluzione acquea.

LXXV. Io qui non dissimulerò una difficoltà, che altri potrebbe fare: dicendo non essere forse abbastanza verificato, che tali ossa sieno umane. La difficoltà può nascere da ciò, che scrisse il Sig. *Camper*, il quale per esaminare sì fatte

produzioni

produzioni fossili avea un ossario per Museo. Scrive egli, che tra le molte ossa non mai gli riuscì di trovarne uno umano, il quale fosse impietrito. (*N. Acta Acad. Petropolit. an.* 1788). Per valutare tale difficoltà converrebbe sapere, che cosa il Sig. *Camper* intendesse per osso impietrito: giacchè tra' Naturalisti non si è ancora ben precisata l'idea di pietrificazione. Alcuni più rigidi richiedono, che un corpo organizzato abbiasi a dire pietrificato soltanto allora che è mutato in pietra selciosa; altri si accontentano di riguardarlo come pietrificato, quando è penetrato da un sugo pietrigno di natura qualunque, abbenchè silicea, sì che la sua durezza, ed il suo peso sia divenuto assai maggiore dell' originario. Sembra che il Sig. *Camper* abbia voluto parlare di pietrificazione rigorosa; ma quand' anco la cosa fosse altrimenti, non perciò sarebbe da conchiudere, che fin' ora non siensi trovate ossa umane impietrite nel secondo senso. Questo illustre Anatomico non poteva attestare se non ciò che era relativo ai pezzi fossili, che avea raccolti, ed esaminati; ma egli non ne ebbe da tutti i luoghi, ove altri illustri Osservatori ci dicono di averne trovati. Può dunque verificarsi la di lui asserzione, ed insieme quella dell'esimio Naturalista il Sig. *Spallanzani*, dell' *Ab. Fortis*, e di altri ancora. Per altro non è da ommettere la somma difficoltà, che trovasi nell'omologare le ossa fossili, ossia nel riconoscere decisamente a quali specie di animali appartengano: onde è che lo stesso Sig. *Camper* versatissimo più che altri mai in tal genere spesso rimane dubbioso, e talor si riconobbe di qualche omologazione da lui fatta (N. Act. Petropol. t. 2. p. 257.). La difficoltà nasce dall' essere generalmente le ossa fossili più o meno mancanti, ed alterate nella loro figura, e dalla somiglianza, che spesso hanno tra loro le ossa anche naturali di diverse specie di animali. Tra le ossa umane il teschio sarebbe il più decisivo quando avesse denti, ma questi ordinariamente nei fossili mancano.

LXXVI. Saravvi forse altri, il quale dirà, che se gli uomini avessero esistito prima dell'inondazione dovrebbersi trovare ammassi delle loro ossa in quantità molto maggiore dell' accennata, o almeno in quantità maggiore di quella che si trova in altra specie di animali terrestri. Questa difficoltà, se pure così si può chiamare dopo le positive prove poc' anzi

arrecate per la mia propoſizione, ha più riſpoſte. Affinchè ſi trovino oſſa umane o in genere ſpoglie di animali e di vegetabili foſſili, richiedeſi che queſti ſieno ſtati ſeppelliti in luogo, dove ſi poteſſero conſervare, e dove ſi poſſano ora facilmente ſcoprire. Acciocchè ſi conſervino è neceſſario maſſimamente che ſieno ſottratti all' azione dell' acqua, e dell' aria, e che ſieno circondati da materie, le quali o tendano alla loro conſervazione, o almeno non ne promovano la putrefazione o ſcompoſizione. Ora chi ha compreſo l' andamento dell' inondazione da me aſſunta (Capo IV.), toſto intende, che gli uomini furono i primi ad eſſere ſeppelliti ſotto le più groſſe macerie, che furono traſportate dai torrenti terreſtri prima che le acque marine giugneſſero a quella grande altezza, a cui poco dopo ſi elevarono. Per entro a tali macerie penetrava l' acqua inondatrice, e ceſſata l' inondazione potè avervi acceſſo anche l' aria. Quindi dovette preſtamente non ſolo putrefarſi la ſoſtanza carnoſa, ma anche riſolverſi in terra la maſſima parte delle oſſa reſidue. Abbiamo dunque la cagione, per cui non ſi potettero conſervare le oſſa umane ſe non al più in piccola quantità. Di più eſſendo ſeppellite ſotto groſſe, e copioſe macerie è chiaro, che non così facilmente può intervenire circoſtanza favorevole alla loro ſcoperta, quand' anco ve ne eſiſteſſe molta quantità: il che tanto più è da valutarſi, in quanto che pochiſſimi ſono i ſiti finora eſaminati dai Geologhi in confronto della vaſtiſſima ſuperficie del globo terreſtre.

LXXVII. Nell' inondazione ſteſſa, e nella diverſa natura degli animali abbiamo anche la cagione, per cui ſi trovi una minore quantità di oſſa umane foſſili in confronto di quelle di altre ſpecie di animali terreſtri. Gli uomini ſogliono abitare in vaſte pianure, e ſebbene eſſi alle prime dirotte piogge abbiano cercato di ſottrarſi col fuggire verſo le alture, nulladimeno impediti maſſimamente dalle decorrenti acque che incontravano, pochi potettero pervenire in ſituazione tale da poterſi per un certo tempo ſottrarre al naufragio. Laddove altri animali abitatori di ſiti montuoſi come elefanti, pecore, capre ecc. potettero più facilmente portarſi in ſiti più eminenti, ed iſolati, ove i torrenti prodotti da piogge ſono meno copioſi che nelle ſituazioni meno elevate, e

le acque inondatrici sempre più crescenti giunsero più tardi: essi inoltre per loro natura potevano resistere di più alle piogge, a cui sogliono stare esposti in ogni tempo. Quindi, mentre per altri animali eravi ancora speranza di scampo, gli uomini, come già accennai, vennero seppelliti in massima parte tra le più grosse macerie, che per le prime vennero trasportate dai torrenti, ed insieme con esse depositati, e perciò non potettero galleggiare per entro alle acque della inondazione in seguito cresciuta. Per contrario gli altri accennati animali essendo stati annegati dappoichè le acque già erano molto cresciute o per le sole piogge, o anche per altre eruttate da sotterranei luoghi, potettero galleggiare nelle acque, ed essere almeno in parte trasportati, e depositati insieme con sostanze terree in diversi siti della nuova superficie terrestre, che si andava formando da materie trasportate e depositate dalle acque. Le ossa fossili più copiose sono appunto in gran parte o di elefanti, o di altri animali più grandi dell'uomo, e massime di ruminanti, i quali sogliono abitare alle montagne: il che conferma com'essi potettero sottrarsi per più lungo tempo al naufragio, ed inoltre somministra la ragione intrinseca, per cui le loro ossa si sieno potute conservare più delle umane, la quale è riposta nella loro maggiore grossezza, e consistenza, e nell'essere state seppellite insieme con copiose, e sottili terre, dalle quali furono sottratte all'azione dell'acqua, e dell'aria.

LXXVIII. Dal principio accennato nel §. LXXVI. appare ancora il motivo, per cui le conchiglie fossili sieno in assai maggior copia delle ossa umane, o anche di altri animali terrestri: giacchè è noto che esse, o anzi i loro gusci, essendo di natura calcarea, sono soggetti alla scomposizione molto meno di quel che sieno altre sostanze animali: altronde la loro quantità, mentre vivono, supera d'assai la copia degli animali massime terrestri forniti di vere ossa.

LXXIX. Le riflessioni finora esposte non solo presentano il motivo della minore quantità di ossa umane fossili in confronto di quelle di altri animali, ma possono anche bastare per dar ragione di una totale mancanza delle medesime, quando si verificasse, che realmente non si trovi verun osso umano nè pietrificato, nè fossile.

PROPOSIZIONE V.

Sotto terra esistevano, e tuttavia esistono acque sufficienti ad una generale inondazione della superficie terrestre.

LXXX. Avendo io provato, che una generale inondazione certamente intervenne, e che antecedentemente alla medesima il mare era press' a poco al presente livello, e le montagne aveano circa la stessa elevazione che ora hanno al disopra del medesimo, è manifesto che doveano sottoterra esistere acque sufficienti per tale effetto, a meno che non si voglia, che queste sieno state espressamente create per tal fine; o che vi sieno pervenute da qualche altro pianeta, come per esempio da una cometa. Ma ognuna di queste due ipotesi non è da ammettersi, essendo esse non solo arbitrarie, ma anche inutili; e tali appariranno, quando io altronde provi, che sottoterra esiste la copia sopraccennata di acque. Colla teoria della terra già da me prodotta la cosa è facilmente provata. Il globo terrestre almeno sino ad una certa profondità originariamente ebbe una fluidità acquea: il che da ogni buon Geologo è ora ammesso. La parte acquea dovette essere assai maggiore della terrea, affinchè questa potesse in quella rimanere o sciolta, o stemperata. Al presente la superficie terrestre, ossia la regione superiore del globo è distinta in valli, e monti, e nelle valli più profonde stanno raccolte le acque, le quali, come portava la prevalenza originaria della parte fluida, superano in quantità la terra ferma, computando il tutto dai fondi noti del mare. Questa separazione in mari, e continenti, secondo la mia teoria, provenne dalla forza centrifuga; ed una simile separazione con certe modificazioni dovette intervenire in altre regioni inferiori, in cui può intendersi distinto il globo medesimo: onde anche al disotto della regione superiore da noi abitata devono essersi formate valli piene di acqua colla sola differenza, che esse sono chiuse superiormente dalla regione soprastante, e per tal motivo voglionsi chiamare caverne. Così dunque in diverse regioni inferiori del globo dovettero esistere caverne, e molte tra loro comunicanti, le cui acque

ſecondo il principio ſopraeſpoſto dovettero in proporzione eſſere maggiori della parte ſolida. Da che appare che ſino dalla primaria coſtituzione del globo eſiſtevano ſottoterra, e tuttavia eſiſtono acque più che ſufficienti per inondare tutta la ſuperficie terreſtre.

LXXXI. Ma ſi preſcinda, ſe così piace, dalla teoria, e ſi ragioni ſecondo gli ſteſſi principj di chi ſoſtiene quella inondazione permanente, che noi eſcludiamo. I ſoſtenitori di eſſa vogliono, che le acque dopo di eſſere ſtate ſino alle più alte cime ſi ſieno poc'a poco ritirate in ſotterranee caverne. Se così foſſe, vi eſiſteranno dunque anche al preſente; e ſe vi ſono, non ci potranno fare difficoltà, ſe noi aſſumeremo, che anche prima dell'inondazione vi foſſero caverne ed acque colà raccolte in quantità ſufficiente ad una generale inondazione.

PROPOSIZIONE VI.

L' inondazione generale provenne parte da dirotte piogge, e parte da acque elevateſi da ſotterranee caverne.

LXXXII. Troppo ardita ſembrerà forſe a taluno queſta propoſizione ſiccome quella, che non ſembra poterſi provare con oſſervazioni. Luſingomi però, che anche per tale oggetto eſſe non mancheranno. Avendo provato, che ſottoterra eſiſtevano acque ſufficienti ad una generale inondazione, e che perciò ſarebbe inutile il volere, che d'altronde ſieno pervenute ſulla tetra quelle acque, che certamente la inondarono, è chiaro che l'inondazione ſteſſa deve aſcriverſi alle acque ſotterranee. Ora dopo le propoſizioni precedentemente ſtabilite noi troviamo, che in tre modi quelle potettero eſſere portate alla ſuperficie, cioè o per piogge, o per eruzioni ſotterranee, o per le une, e le altre inſieme. Chi conoſce la natura dei fluidi, e la mutua relazione tra le acque e l'atmosfera toſto vedrà, che queſto terzo modo fu quello che realmente ebbe luogo. Certamente le ſole piogge non potevano produrre un'elevazione di acque ſino alle più alte cime. Perciocchè ſiccome le acque per la gravità tendono ad abbaſſarſi, così quelle già uſcite dalle caverne, ed elevate dalle

piogge, e decorrenti sulla superficie terrestre sarebbero ricadute nelle caverne stesse a misura che su quella ascendevano ad una certa altezza. Affinchè pertanto le acque cadute per piogge potessero successivamente elevarsi era necessario, che qualche cagione impedisse la loro ricaduta nelle caverne, le quali certamente doveano essere aperte nel tempo che andavano somministrando acque all' atmosfera. Tal cagione non può essere riposta se non in forze impellenti, le quali dal fondo de' sotterranei abissi agissero contro la gravità delle acque, cioè a dire tendessero continuamente a spingere in su le acque medesime: il che è l'effetto di eruzioni sotterranee. Da queste dunque necessariamente dovettero essere accompagnate le piogge, affinchè potessero produrre l'inondazione.

LXXXIII. Vicendevolmente se intervennero eruzioni sotterranee, conviene ammettere che quelle producessero dirotte piogge. Perciocchè le forze impellenti agitando, dividendo, ed alzando le acque dovettero renderle più atte ad essere sciolte o elevate nell' atmosfera, ed a formare dense nuvole.

LXXXIV. Ciò, che ragionando abbiamo stabilito, confermasi colle osservazioni. Gli effetti parziali di dirotte piogge, ed universali già furono da noi riconosciuti nelle colline di trasporto formate di sassi originarj senza mischianza di calcarj (§. XLVII), e si vedranno confermati da altro fenomeno, che sarà spiegato al §. CIII. Che se alcuno non stimasse provata la enunciata proposizione se non quando gli si mostrino anche gli effetti contemporanei di dirotte piogge, e di elevazioni violente delle acque marine, egli potrà essere soddisfatto, girando lungo le coste de' mari. Passeggi egli sulle carte Geografiche più esatte, accompagni i viaggiatori nelle loro descrizioni, e vedrà che per lo più i fiumi anche più grandi hanno il loro sbocco in seni più o meno internati nella terra ferma. Tali sono nell' America l' Orinoco, il Maragnone, la Plata, l' Araguaja, ed il Rio S. Lorenzo; nell' Asia l' Eufrate, il Gange, il Kung, l' Achtuba, la Chatanga, l' Hoan-ho, l' Jenisei, l' Obi, la Lena, ed i fiumi di Ava, e di Siam; nell' Africa il Rio Grande, il Senegal, la Gambia, il Rio S. Spirito, la Majomba; nell' Europa la Guadiana, il Guadalquivir, il Tago, la Senna, la Garonna, la Loira, il Tamigi, il Mezen, il Dneper, il Volga, la Mosa, l' Elba, ed altri molti.

LXXXV. Questa circostanza dello sbocco de' fiumi indica, che esso è situato altrimenti di quel che la loro natura richieda, e deve certamente essere derivata da qualche atta cagione. Per riconoscerla cominci egli a riflettere, che i fiumi anche nel loro stato ordinario sempre trasportano materie in mare, sì che per esse vengono al loro sbocco aumentati i continenti; dai quali aumenti risultano non seni, ma punte o capi, che sporgono in fuori dai fianchi delle vicine sponde marine. Questo effetto doveva molto più essere prodotto dai fiumi nel caso assunto, cioè se ingrossarono assai per dirotte piogge, o per altre acque terrestri; giacchè per tal motivo avrebbero dovuto trasportare ai loro sbocchi un' immensa quantità di materie. Se dunque queste non vi esistono, conviene che qualche grande cagione abbia impedito tali depositi; e questa cagione non può derivarsi se non da forze contrarie alle correnti de' fiumi medesimi, cioè da straordinarie eruzioni di acque, che dai mari erano dirette verso i continenti. In fatti nell' incontro di torrenti terrestri coi primi sforzi delle correnti marine dovettero nascere strani movimenti, e rapidissimi vortici, i quali in breve tempo avranno sconvolti e trasportati i vicini fondi dei fiumi divenuti allora fondi di mare, lasciando quei seni che allo sbocco dei fiumi ora generalmente si osservano. Questi dunque possiamo dire, che attestano una contemporanea azione di acque provenute da dirotte piogge, e da elevazioni dei mari, le quali tutte insieme produssero la generale inondazione.

LXXXVI. Le dirotte piogge, da cui ho detto essere stata accompagnata l' elevazione delle acque marine, furono da me provate per tre capi, cioè 1.° per le colline di trasporto, 2.° per essere le piogge una naturale conseguenza di un grande sconcerto d' equilibrio nelle acque, 3.° per la situazione sinuosa degli sbocchi della maggior parte de' grandi fiumi. Sul primo genere di pruove io devo avvertire che quello è appoggiato ad osservazioni, che finora mi si presentarono in pochi siti, tra quali sono quelli da me indicati nel §. XLVII. In ogni modo io ne feci uso come se generalmente si trovassero simili colline in molte altre parti del globo, in quanto che queste osservazioni, sebbene sieno parziali pel locale, pure nella cagione equivalgono ad osserva-

zioni generali. Perciocchè sembra, che acque tanto dirotte, quali dovettero essere quelle che fecero gli indicati trasporti, non possano avere agito se non in occasione di un generale sconcerto di forze; e tanto più, quanto che esaminando il locale trovasi, che tra quelle materie di trasporto originarie ed i monti, d'onde esse derivarono, sono frapposte profonde valli, che dovettero essere scavate da grandi sconvolgimenti di acque: e che inoltre quelle colline formano lungo le valli stesse altrettante frontiere, le quali non essendo dirette verso i monti originarj indicano di non essere provenute da semplici torrenti, che sieno derivati dai monti medesimi.

LXXXVII. L'avere io confermata con due altri validi argomenti l'azione delle piogge nell'inondazione generale dà alle accennate mie osservazioni sulle colline di trasporto un diritto maggiore per essere valutate; ed io non dubito che sia per trovarsi una simile struttura di colline in molti altri siti, quando diligenti osservatori si occupino su tale oggetto. Forse di tal natura sono le pendenze, che salendo dall'Ingria all'alto della Russia incontransi formate di terre depositate miste con massi di granito, tra' quali se fosservi stati anche massi calcarei, non sarebbero stati ommessi dall' oculatissimo *Pallas* nella descrizione che ce ne dette. Della stessa natura possono pure essere alcune di quelle montagne di trasporto situate ne' Pirenei composte di terre, e di massi di granito; tra i quali il Sig. *Barone de la Peirouse* assicura, che quasi mai non si trova pietra calcaria (Sur les mines de fer Notes pag. 332.)

PROPOSIZIONE VII.

Le acque inondatrici dovettero in breve tempo, che potette essere non maggiore di 40 giorni, elevarsi dal mare presente fino sopra le più alte montagne, e per ritirarsi al presente livello non era necessario un tempo maggiore di un anno.

LXXXVIII. Nell'antecedente proposizione abbiamo provato, che le acque inondatrici non potettero dal livello presente del mare giugnere fino alle più alte cime, se non intervenendo anche l'azione di forze impellenti, che dalle caverne

verne sotterranee le elevassero: delle quali forze abbiamo grandiosi esempj nelle eruzioni vulcaniche, le quali talora portano anche acqua a grandissime altezze. Esaminiamo pertanto le circostanze meccaniche, con cui tali forze agiscono. Per facilità assumiamo, che le eruzioni avessero la loro origine ad una profondità di 1000 tese al disotto del livello presente del mare. Essendo la massima altezza dei monti 3220 tese, l' elevazione, a cui la forza avrà dovuto spingere le acque, sarà di 4220 tese, ossia di piedi 25320. Per render la cosa più intelligibile cerchiamo quanta velocità, e quanto tempo sarebbe richiesto ad una forza per spingere un piede cubico di acqua all' indicata altezza. Dalle note formole del moto uniformemente accelerato noi troviamo che la velocità dovrebbe essere di 1200 piedi, ed il tempo di 41 minuti secondi. Così dunque in meno di un minuto primo potette, anzi dovette essere portato un piede cubico di acqua a quell' altezza per l' azione di un impulso. Ma quel piede cubico per la gravità sarebbe ricaduto nello stesso tempo di 41″, se non fosse stato sostentato da una forza continuamente agente. Posta l' inondazione, il sostentamento fu operato da altr' acqua sottoposta, la quale parimenti dovette essere portata, e ritenuta in alto da forza sotterranea. Immaginiamo dunque, che su tutta l' altezza di 25320 piedi sorga una colonna d' acqua, la cui base sia di un piede quadrato; ed alla cui cima esista l' accennato piede cubico, e così avremo il sostegno sì di questo all' accennata altezza, come pure degli altri piedi cubici d' acqua contenuti in quella colonna a diverse altezze successivamente minori. Questa colonna però non poteva essere elevata se non da una forza impellente molto maggiore di quella, che abbiamo trovata sufficiente per portare in alto un solo piede cubico d' acqua. Allo scopo presente non serve il calcolare tal forza; e ci basterà notare, che quando questa colonna fosse stata elevata tutta insieme da una forza impellente istantanea, questa avrebbe bensì dovuto essere assai maggiore della calcolata; ma però il tempo per elevarla avrebbe dovuto essere ancora di 41″ anche nel caso che la colonna avesse una base molto più ampia dell' accennata. Solo per mantenere la colonna stessa alla medesima altezza per un dato tempo per esempio di 15 giorni sarebbe

ſtato neceſſario, che la forza medeſima ſi manteneſſe coſtante per altrettanto tempo.

LXXXIX. La baſe delle cavità della ſuperficie terreſtre è quaſi tre quarti della baſe dei continenti, cioè forma circa una ſuperficie di 19000000 di leghe quadrate. Se noi intendiamo, che ſu tutta queſta ſuperficie agiſſero forze ſotterranee atte a ſpingere l' acqua all' altezza ſopraindicata di 25320 piedi, il globo ſarebbe ſtato inondato preſſ' a poco in 41″. Ma non è veriſimile, che le forze impellenti abbiano agito ſu tutta quella eſtenſione, e l' una contemporaneamente all' altra; ed a ben conſiderare eſſe non dovettero eſercitare la loro azione ſe non in quella eſtenſione che formava le aperture di comunicazione tra le caverne ed i mari. Poniamo pertanto, che queſte aperture in tutto formaſſero una ſuperficie ſoltanto di 400 leghe ripartite in diverſe regioni del globo. Dividendo per 400 la ſuperficie di 19000000 di leghe, ſi avrebbe 47500 per quoziente, il quale proſſimamente indicherebbe il numero delle eruzioni richieſte per inondare tutto il globo a quella altezza, alla quale le acque ſono portate in 41″ da ogni eruzione. Ora il tempo di 40 giorni equivale a 3456000″ e dividendolo per 41″ ſi avrà 84292 per quoziente, dal quale vedeſi, che in 40 giorni poteva, e doveva intervenire un numero delle indicate eruzioni quaſi doppio di quello, che era neceſſario per la totale inondazione. Il tempo pertanto di 40 giorni era più che ſufficiente al diviſato effetto, e tanto più ſe colle forze impellenti concorrevano anche le attraenti, da cui derivavano le piogge. Se io dunque aſſumo, che dentro l' indicato tempo ſiaſi compita l' inondazione, ciò è conforme alla natura delle forze che dovettero agire; altronde la coſa ſarà più preciſamente provata quando tratterò della cagione che miſe in azione le forze medeſime.

XC. Affinchè le forze impellenti produceſſero l' indicata inondazione doveano ſuperare la forza di gravità dell' acqua. Quindi col ceſſare o col diminuirſi delle medeſime la gravità dell' acqua dovette prevalere, e ſe eſſa foſſe ſtata libera ſi ſarebbe abbaſſata in aſſai breve tempo fino al precedente livello, cioè in meno di un minuto. Ma la ricaduta oſſia il ritiro della medeſima avea più oſtacoli oſſia ritardi. Primamen-

te le aperture, per cui doveano ſcendere nelle caverne, erano, come già indicai, limitate ad un certo numero: onde la ſuperficie terreſtre inondata era quaſi nello ſteſſo caſo di un grande ricettacolo d'acqua, che deve vuotarſi per un dato numero di determinate aperture. Inoltre nel concorrere l'acqua alle aperture ſteſſe dovette ſoffrire molte reſiſtenze per le ineguaglianze montuoſe della ſuperficie, per l'incontro di correnti oppoſte, e per molte altre cagioni. Atteſa la moltiplicità dei ritardi e della indeterminazione dei dati, vano conſiglio ſarebbe il tentare di calcolare coi principj meccanici il tempo preciſo della ceſſazione dell'inondazione. Ma ben poſſiamo provare che alle acque inondatrici un anno era più che ſufficiente per produrre ſulla ſuperficie terreſtre tutte le variazioni, che ora ſi riconoſcono come effetti di una generale inondazione; e quando queſto ſia provato, ſarebbe inutile coſa il volere, che vi abbiano fatta una più lunga permanenza. Gli effetti da ſpiegarſi ſi riducono a due capi, cioè alla quantità della materia, e maſſime calcarea dalle acque traſportata, e depoſitata; ed alla grande diſtanza, a cui certi corpi furono traſportati. Il primo oggetto, ſiccome riduceſi alla ſpiegazione di certi fenomeni geologici, così ſarà trattato a ſuo luogo, cioè nel Capo VIII, e maſſime all' Articolo VII. L' altro oggetto poichè è comune a molti fenomeni, io per maggior brevità lo dichiarerò in queſto luogo. Nella Siberia, nella Toſcana, ed in altri ſiti trovanſi ſpoglie di elefanti che dovettero eſſere traſportate da climi caldi, in cui ſoltanto vivono, e ſi moltiplicano. Così pure in altre regioni trovanſi conchiglie, ed altri corpi organizzati, i quali ſono proprj di altre regioni aſſai rimote. Queſti ed altri corpi eſotici ai ſiti, ove ora ſi trovano, vi dovettero eſſere traſportati dalle acque inondatrici. Cercaſi pertanto come dentro un anno abbiano potuto giugnere a tanta diſtanza. Il problema è toſtamente ſciolto. L' inondazione fu accompagnata da molte rapide correnti, dalle quali furono fatti que' traſporti. Le mediocri potevano avere almeno una velocità di una lega per ora, come anche al preſente oſſervaſi in mare. Tutto il giro della terra è di leghe 7200, ed un anno contiene 8760 ore. Per lo che è manifeſto, che in tal tempo ſi potè fare abbondantemente qualunque lonta-

nissimo trasporto. Se noi volessimo determinare quello degli elefanti in Siberia, lo potremmo fare facilmente assumendo che vi sieno pervenuti dall' Asia da una distanza, che può essere al più di 30 gradi, ossia di 600 leghe. Ritenendo nella corrente soltanto una lega per ora troveremo, che in soli 25 giorni dovette intervenire l'accennato trasporto.

CAPO VI.

Sulla corrispondenza dei singoli fenomeni geologici colla straordinaria, e breve inondazione più sopra determinata.

XCI. Già fu da me provato 1.° che la terra fu generalmente inondata fino alle più alte cime, 2.° che tale inondazione non fu permanente a lungo tempo, e che perciò dovette essere straordinaria, e di breve durata, 3.° che le circostanze da me assunte per determinare i dati di una straordinaria, e breve inondazione ebbero realmente luogo. Quindi sembra non doversi più altro richiedere per decidere che realmente tutti i fenomeni geologici, che ora si riconoscono prodotti da acque inondatrici, sieno provenuti dall' inondazione da me assunta. Io però per mettere la cosa in più chiaro lume prenderò inoltre a provare, come con essa si spieghino i singoli fenomeni geologici assai più felicemente, che con una permanente inondazione, o con altra qualunque ipotesi: il che servirà di confermazione alle proposizioni già stabilite e di soluzione alle difficoltà, che altri potrebbe opporre. Questo richiede, che io partitamente esamini ciascuno dei principali fenomeni: il che farò dividendo questo capo in altrettanti articoli.

ARTICOLO I.

Su diversi corpi organizzati esotici ai climi, in cui ora si trovano fossili.

XCII. Tra le circostanze dei corpi organizzati fossili, che fissano l'attenzione dell'osservatore, una è, che in molte regioni se ne trovano specie, le quali non potettero nè

viverci, nè moltiplicarvisi. Taluno attribuisce tal fenomeno ad accidentali, e parziali trasporti; ma a questa opinione si oppone la grande copia che trovasi in certi siti, e la moltiplicità dei luoghi, in cui si trovano. Qual accidente parziale potè mai seppellire nella fredda Siberia quella copia d'elefanti, i cui soli denti già da molto tempo forniscono per l'avorio un non indifferente commercio? O quale altro potè trasportare quella quantità di piante, che il Sig. *Jussieu* (*a*) trovò impresse nella montagna a S. Chaumont nel Lionnese, e che riconobbe come proprie delle Indie Orientali, e dei climi caldi dell' America? Pensò altri, che questi corpi esotici fossero un argomento di una mutazione dei climi. Ma questa opinione fu già da me dimostrata del tutto vana (Capo III.), e per tale sempre più apparirà, quando parlerò in particolare degli elefanti, e rinoceronti seppelliti nella Siberia.

XCIII. Chi considera il fenomeno colle circostanze, da cui è accompagnato, non può a meno di riconoscere in esso una pruova di straordinaria, e breve inondazione. Ciò io specialmente proverò nell' articolo seguente, ed in questo io solo rifletterò primamente, che le piante esotiche di S. Chaumont sono tutte disposte nello stesso senso. Tal circostanza mostra, che furono da altri climi trasportate per mezzo di una corrente. Ora questa non poteva formarsi se non in una grande inondazione. Tal inondazione non poteva esser permanente, e tranquilla: perciocchè grande tempo sarebbe stato richiesto per giugnere le piante sino nella Francia; ed in questo tempo si sarebbero alterate, e putrefatte, o almeno dai venti, e dai diversi movimenti del mare sarebbero state qua e là disperse, sì che non mai avrebbero potuto depositarsi unite come ora si trovano. Convien dunque dire che l'inondazione sia stata straordinaria; e nella rapidità delle prime acque agenti sulla terra ferma abbiamo la cagione, per cui sieno stati distrutti molti boschi, staccati dagli alberi i ramoscelli, e sradicate dal terreno molte piante; in una ra-

(*a*) Ac. R. de Sciences an. 1723.

pida corrente, da cui ne fu trasportata una porzione, abbiamo pure la cagione, per cui molte giunsero in buono stato al sito, ove ora si trovano depositate. Una simile argomentazione vale pei pesci esotici, ed altri corpi organizzati, i quali galleggiano sulle acque.

XCIV. Potrebbe altri opporre, che se le correnti fossero state tanto rapide, i corpi da esse trasportati si sarebbero tra loro urtati, e guastati, sì che non potrebbero trovarsi sì bene conservati, come molti si trovano. A che è da rispondere, che per diverse cagioni molti veramente si trovano mal conservati; ma la rapidità delle correnti poco o nulla dovette concorrere a tal effetto. Perciocchè quando una certa quantità di corpi è entrata in una corrente, essi vanno con una velocità comune, conservando la loro situazione o distanza relativa; che se pure mutandosi la velocità in qualche sito, essi si vengono a toccare, l' urto è proporzionale soltanto alla differenza delle velocità dei due corpi, che si vengono a toccare, la qual differenza non potè essere che assai piccola, e perciò l'effetto non dovette essere considerabile.

XCV. Non è qui da ommettere, che molti dei corpi organizzati fossili, che altri riguardò come esotici, talora non lo sono; e nel numero di questi sono forse da annoverare anche le piante di S. Chaumont esaminate dal Sig. *Jussieu* altronde eccellente Botanico. In ogni modo però quei corpi organizzati fossili, che non possono essere soggetti a tal dubbio, e le circostanze, che accompagnano anche i dubbiosi, sono sufficienti a stabilire anzi una straordinaria, che una permanente inondazione. (V. il §. CIII.)

ARTICOLO II.

Sugli elefanti, ed altri grandi animali terrestri, che trovansi fossili massime nella Siberia, ed in particolare sul rinoceronte colà trovato ancora coperto di sua pelle.

XCVI. Il fenomeno, che ora prendo a spiegare, è un vortice, in cui l'ipotesi di una permanente inondazione viene sconvolta in ogni sua parte, e vi rimane del tutto sobbissata. L'osservazione di quello, che presentasi nella Siberia,

merita di essere enunciata colle parole del grande osservatore, e sommo Naturalista il Sig. *Pallas*. Alla pag. 38 *Observations sur la formation des montagnes* così scrive „ Dans
„ ces mêmes dépôts sableux, et souvent limoneux gissent les
„ restes des grands animaux de l' Inde, ces ossemens d' elé-
„ phans, de rhinoceros, de busles monstrueux, dont on de-
„ terre tous les jours un si grand nombre et qui sont l'ad-
„ miration des curieux. En Sibérie ou l' on a découvert le
„ long de presque toutes les rivières ces restes d' animaux
„ étrangers, et l' yvoire même bien conservé en si grande
„ abbondance, qu' il forme un article de commerce, en Si-
„ berie, dis je, c'est aussi la couche la plus moderne de li-
„ mon sabloneux qui leur sert de sépolture, et nulle part
„ ses monumens étrangers sont si fréquens qu'aux endroits ou
„ la grande chaine, qui domine sur tout la frontiére méri-
„ dionale de la Sibérie, offre quelque depression, quelqu'
„ ouverture considerable.

„ Ces grands ossemens epars, tantôt entassés par squelet-
„ tes, et même par hécatombes, considéres dans leurs sites
„ naturales, m'ont surtout convaincu de la réalitè d'un dé-
„ luge arrivé sur notre terre, d' une catastrophe dont j'avoue
„ n'avoir pû concevoir la vraisemblance avant d' avoir par-
„ courru ces plages, et vû par moi-même tout ce qui peut
„ y servir de preuve à cet événement mémorable. Une in-
„ finité de ces ossemens couchés dans des lits mêlés de peti-
„ tes tellines calcinées, d'os de poissons, de glossopétres, de
„ bois chargés d'ocre ecc. prouve déja qu'ils ont été trans-
„ portés par des inondations. Mais la carcasse d'un rhinoce-
„ ros trouvé avec sa peau entiére, des restes de tendons,
„ de ligamens, et de cartilages dans les terres glacées des
„ bords da Viloûi, dont j' ai déposé les parties les mieux
„ conservées au Cabinet de l' Académie, forme encore une
„ preuve convainquante, que ce devoit étre un mouvement
„ d'inondation des plus violens, et des plus rapides, qui
„ entraina jadis ces cadavres vers nos climats glacés avant
„ que la corruption eut le téms d' en détruire les parties
„ molles. Il seroit à souhaiter qui un observateur parvint
„ aux montagnes qui occupent l'éspace entre les fleuves In-
„ dighirka et Kolima ou, selon le raport des chasseurs, de

,, semblables carcasses d'eléphans et d'autres animaux gigan-
,, tesques, encore revetues de leurs peaux, ont été remar-
,, quées à plusieurs reprises. ,,

XCVII. Nissuno ignora, che gli elefanti, ed i rinoceronti sono animali proprj soltanto di climi caldi, e che la Siberia è ora di clima freddissimo, come ho provato (Cap. III.), che doveva essere anche prima dell' inondazione. Altronde trovandosi le spoglie di questi animali miste con conchiglie di mare è chiaro, che essi furono depositati da acque inondatrici miste colle marine. Ritenuti questi dati, conviene per la spiegazione del fenomeno trovare la cagione che unì tanta copia di quegli animali nel loro sito natale, poniamo nell' Asia; quella che li tenne uniti nel trasporto dall' Asia fino in Siberia; quella finalmente, per cui uniti, e ben conservati furono depositati su una data ampiezza di questa regione. Inoltre nei rinoceronti di fresca conservazione devesi anche assegnare la cagione, per cui siensi così conservati. Nella inondazione da me assunta tutte queste cagioni tosto si presentano. Nella prima escrescenza delle acque questi animali si rifugiarono alle alture, ove perciò molti si trovarono uniti da diverse parti. Da una corrente delle acque maggiormente cresciute furono contemporaneamente annegati; e vennero unitamente trasportati in quanto che i corpi entrati in una corrente vi sogliono rimanere finchè vengano depositati; o se da qualche altra corrente vengono rapiti, in questa pure sogliono rimanere uniti. Venendo inoltre seppelliti in climi freddi, ed in terreni che dopo l' inondazione dovettero prestamente divenir gelati, potettero ben conservarsi fino a' nostri tempi. Così dunque si spiega come le loro spoglie si trovano ora unite, e ben conservate. Dalle circostanze locali notate dal *Pallas* noi possiamo inoltre verificare l' esistenza di tali correnti, e l' epoca dell' inondazione, in cui tali scheletri furono depositati. Osserva egli, che colà massimamente si trovano, ove è qualche depressione, o qualche considerabile apertura verso il mare: e noi sappiamo, che nelle inondazioni le correnti si formano generalmente verso i siti più bassi. Di più essendosi depositati in que' siti, in cui eranvi correnti, ed altronde dovendo que' corpi essere quasi galleggianti, convien dire che le acque al tempo che

furono

furono depositati, fossero già di molto abbassate, e che fossero poco più elevate dei siti, in cui si trovano tali depositi, cioè conviene che l' inondazione fosse verso il suo termine, giacchè quelli sono poco elevati sul livello del mare.

XCVIII. Cerchiamo ora la cagione della fresca conservazione del rinoceronte. Questo animale avendo un duro cuojo per pelle avrebbe potuto stare ben anche un anno immerso nelle acque senza putrefarsi, e tanto più se per accidente si fosse trovato in acqua mista a molta terra. La natura pertanto dell'animale ci somministra facilmente il motivo, per cui siasi conservato nel trasporto dell' inondazione sino nella Siberia; e nel clima Siberico combinato con qualche altra circostanza accidentale avremo il motivo, per cui siasi in parte conservato fresco sino a noi. Terminata che fu l' inondazione, le acque si ritirarono al presente livello, ed i climi rimasero press'a poco com'erano per innanzi (Capo III.). Al presente il clima Siberico è così freddo che anche il terreno rimane gelato la maggior parte dell' anno ad una considerabile profondità; altronde è noto, che il ghiaccio preserva per lunghissimo tempo dalla putrefazione gli animali. Tutto ciò ci viene attestato per rapporto alla Siberia anche dal Sig. *Braun*, il quale nell'esposizione delle osservazioni fatte sopra luogo dal *Ch. Gmelino* così scrive „ *In diversis Siberiæ locis insigne frigus regnare solet, ita ut terræ ad exiguam tantum profunditatem tempore æstivo regelentur, & corpora sepulta putrescere non soleant* „ (*Act. Acad. Petr. tom. VI an.* 1741). Se dunque per qualche accidente l' accennato rinoceronte fu seppellito in sito, in cui o per la caduta di più copiose nevi, o per altra cagione si sieno più prestamente che altrove formati de' ghiacci, esso potè conservarsi per lungo tempo abbastanza fresco: ed essendo di poi recentemente scoperto per le intervenute rimozioni delle materie, che lo coprivano, potè presentare ancora alcuna delle sue parti in quello stato di freschezza che dallo stesso *Pallas* fu riconosciuto (Tom. XVII. Nov. Act. Petropol.).

XCIX. Ecco dunque spiegato coll' inondazione da me assunta ciò, che sarà inesplicabile in altre ipotesi. Paragoniamo la nostra spiegazione colla più celebre ipotesi, che è quella del Conte di *Buffon*. Spiega egli la grande quantità

degli accennati scheletri fossili col dire, che per antico la Siberia aveva un clima assai più caldo, e che fu la prima abitazione degli elefanti, e di altri animali terrestri di caldo clima. Poniamo per un momento, che la Siberia fosse stata tanto calda, e che vi sussistessero tali animali, come ora sussistono nell' Asia, e nell' Africa. Gli animali che muojono in tali climi, e che rimangono esposti sulla superficie della terra, prestamente si putrefanno, o divengono pascolo delle fiere, e le loro ossa rimangono qua e là sparse per una vasta superficie, ove successivamente si vanno risolvendo in terra per essere continuamente esposte alle ingiurie dell' atmosfera. Come dunque si potettero conservare fresche alcune parti del rinoceronte? o come potettero rimanervi fino a noi tante spoglie di quegli animali? e quelle ben conservate? Di più se intanto ora si trovano nella Siberia i loro scheletri, in quanto che ci vissero, dovette la Siberia, alloraquando morirono, essere a secco, giacchè questi animali non vivono nell' acqua. Come dunque si trovano ora seppelliti, e tra mezzo a conchiglie marine? Questo prova manifestamente o che non vissero nella Siberia, o che dopo essere morti intervenne una straordinaria inondazione, che alzò le acque marine, e le portò fino sopra la Siberia. Così dunque chi vuole, che gli elefanti abbiano vivuto nella Siberia, deve ancora ammettere una straordinaria inondazione. Ma, ammessa questa, deve poi concedere, che le ossa al presente esistenti nella Siberia non sono di animali, che ci abbiano vivuto prima della inondazione. Perciocchè quand' anco vi fossero state sparse sulla superficie della Siberia, le acque decorrenti le avrebbero trasportate altrove. Quando in un dato spazio sia intervenuta una inondazione, e vi si trovano materie mobili per l' azione di essa, non si erra asserendo, che quelle vi furono trasportate da sito lontano da quello in cui si trovano.

C. Vedesi pertanto come non avvi una plausibile spiegazione di tal fenomeno, se non riducendosi a dire che le ossa fossili della Siberia non sono di animali originarj di quella regione, e che quelle vi pervennero per una straordinaria inondazione.

CI. Nè varrebbe il dire che nel tempo, in cui furono seppelliti quegli scheletri, l' inondazione era bensì permanen-

te, ma soltanto sino ad una certa elevazione così che gli elefanti potevano allora abitare le alte cime, e da queste poi per mezzo dei fiumi potettero essere trasportate le ossa nel mare allora sottoposto alle cime stesse, ed essere nel suo fondo seppelliti. A questo risugio certamente opponesi l'ottimo stato di conservazione, in cui si trovano massime i denti canini degli elefanti, i quali sono in gran parte interi, e forniscono un ottimo avorio. Se gli scheletri fossero stati trasportati dalle acque decorrenti per le pendenze dei monti, certamente si sarebbero spezzati urtando contro ai sassi, che formano il letto, e le sponde dei torrenti montuosi. Oltre a che siccome non è credibile che appena morti fossero trasportati dalle acque, così dovettero rimanere esposti alla superficie della terra per un tempo sufficiente ad alterarne massime i denti eburnei; e finalmente essendo rimasti seppelliti in fondo marino, colà pure doveano alterarsi. In somma questo fenomeno non si può spiegare se non assumendo che da rapida morte furono sorpresi quegli animali, e da rapida cagione furono seppelliti in un terreno atto ad impedirne la scomposizione, com' è quello della Siberia: il che non può ottenersi se non coll' inondazione da me assunta.

CII. Sulle cose esposte gioverà far due riflessioni, cioè 1.° che i denti d'elefanti, ed il rinoceronte di fresca conservazione provano, che quando furono seppelliti quegli animali, già il clima Siberico era assai freddo cioè atto a tener ghiacciato il terreno almeno per la maggior parte dell'anno. 2.° che non poteva agghiacciarsi il terreno se non quando il mare fosse stato di livello inferiore a quello del terreno che loro serve di sepolcro: il che altronde è provato da ciò che poc' anzi esposi: d' onde appare che siccome quel terreno, per quanto rilevasi dalle osservazioni Barometriche (Act. Petr. an. 1761 pag. 486), è elevato sul livello presente del mare soltanto tese 100 in circa; così il mare dovette dopo l' inondazione essere press' a poco al livello, in cui ora si trova; le quali due riflessioni servono di confermazione a ciò, che ho stabilito nel §. LV.

CIII. La spiegazione da me data alla grande copia delle ossa di animali di climi esotici, che ora si trovano in Siberia, vale anche per altri siti, in cui osservasi un simile fe-

nomeno. Anche la grande quantità di ossa d' altri animali terrestri, benchè non sieno esotici alle regioni, nelle quali si trovano fossili, è un' altra circostanza che non può intendersi, se non assumendo, che una straordinaria escrescenza di acque abbia rapidamente annegati gli animali sparsi su di una vastissima estensione della superficie terrestre, e che gli abbia trasportati, e seppelliti, ove ora si trovano le loro spoglie: il che importa l' inondazione straordinaria da me assunta. Alcuni dei luoghi, ove trovansi tali ammassi, furono già da me indicati nel §. LXXIV; e qui aggiugnerò, che secondo le osservazioni di *Fortis* (Giorn. Ital. t. 7. pag. 158) in tutto l' Illirico lungo le coste della Dalmazia, e per le isole fino al mare Jonio, e all' Arcipelago giacciono ossa fossili umane, e belluine. Ed è pure da notare, che queste spoglie fossili di animali terrestri sogliono esistere soltanto a piccole elevazioni sul livello del mare: il che ci dà argomento da dire, che nella straordinaria inondazione furono trasportati, e depositati da torrenti terrestri provenuti da dirotte piogge, prima che le acque marine si elevassero a maggiori altezze. Certamente se questi depositi fossero intervenuti allorachè le acque già erano giunte a molta elevazione, dovrebbero essersi formati anche ad altezze maggiori di quelle, in cui si trovano, e ciò tanto più avrebbe dovuto accadere se l' inondazione fosse stata permanente a lungo tempo nelle elevazioni da altri supposte.

ARTICOLO III.

Sui pesci impietriti, o fossili, e massime su quelli che trovansi nel monte Bolca.

CIV. Uno strano fenomeno offrono all' osservatore alcuni monti, i quali racchiudono nel loro seno le impressioni di decisi pesci; e tra quelli è singolare il monte Bolca situato nel territorio Veronese, da cui la curiosità dei Naturalisti già da qualche secolo ne scavò un' immensa copia, e tuttavia vi trova da soddisfarsi. In questo monte i pesci esistono in una pietra calcarea bituminosa e gialliccia, la quale si sfende a strati, e nei due piani opposti della sfenditura aperta pre-

ſenta metà per parte il peſce compito, e sì ben conſervato, che ſenza ambiguità ſpeſſo ſe ne può riconoſcere la ſpecie. Molti ſono della ſteſſa ſpecie con quelli, che vivono nel Mediterraneo, ma molti pur anco ſono proprj dell'Oceano Americano, e dell'Aſiatico, come appare dall'erudito Indice pubblicato dal Sig. *Bozza*. Coi peſci talora ſono miſti anche diverſi ramoſcelli di piante terreſtri, o piuttoſto le loro impreſſioni. Vengano ora i ſoſtenitori di una permanente, e tranquilla inondazione, e ſi provino a ſpiegare con queſta la grande quantità, e varietà di peſci accumulati in un piccolo tratto di queſto monte (*a*), la conſervazione della loro figura, la miſchianza con peſci eſotici, e con piante terreſtri. Eſſi devono dire, che le materie coſtituenti queſto monte furono tranquillamente depoſitate in una lunga ſerie di ſecoli. Ma come potè uno ſteſſo ed anguſto ſito divenire lentamente il ſepolcro di tanti, e sì varj peſci? I peſci quando muojono vengono a galla dell'acqua, e vi divengono preda di animali o marini, o anche terreſtri, oppure qua e là ſparſi vi ſi putreſanno, e tanto più preſtamente in quanto che l'acqua marina accelera la ſcompoſizione delle ſoſtanze animali. Che ſe vanno al fondo, colà pure o ſi ſcompongono, o da altri animali vengono conſunti. Dunque una lunga permanenza di acque non ſolo non trova verun appoggio nei peſci foſſili, ma anzi viene da queſti del tutto roveſciata. Per contrario una rapida, e ſtraordinaria inondazione ſpiega felicemente tutte le circoſtanze di sì grande fenomeno, e ſenza di quella eſſo è ineſplicabile. I peſci così come altri animali acquatici allo ſconvolgerſi delle acque cercano di ritirarſi nei ſiti più tranquilli; ed allora ſi trovano in molta quantità uniti anche da lontaniſſime parti peſci di genere, e di climi molto diverſi. I luoghi di una certa tranquillità in quell'univerſale ſconvolgimento delle acque dovettero eſſere pochi; epperò in uno ſteſſo, e piccolo tratto di mare facilmente potette concorrere una grande copia di peſci sì dal mare Europeo, co-

(*a*) Il Sig. *Vincenzo Bozza* nell' Opuſcolo della univerſale rivoluzione ci aſſicura, che la Cava di queſti Peſci del Bolca non oltrepaſſa la lunghezza di cinquanta paſſi geometrici.

me dall' Oceano Americano ed Asiatico. Così dunque negli sconvolgimenti della straordinaria inondazione abbiamo la cagione, per cui si unirono in piccolo spazio tanti pesci, e di specie molto diversi che non sogliono vivere negli stessi tratti di mare. In una torbida corrente, che sorprese questi pesci così attruppati, abbiamo inoltre la cagione, per cui furono trasportati unitamente fino a quel luogo dove furono depositati. Tale deposito si fece unitamente colle terre, e con altre materie entrate nella corrente, ed essendo così stati seppelliti o vivi, o non molto dopo la loro morte potettero conservare la loro figura perdendo soltanto la sostanza carnosa, la quale si diffuse per la terra stessa che l' involgeva, e che di poi si consolidò in pietra.

CV. La mischianza di corpi esotici, ed indigeni unita a qualche altra circostanza fornisce gli indizj per riportare questi depositi ad una certa epoca dell' inondazione: cioè a dire trovando noi questi corpi esotici abbiamo da dire, che i depositi si fecero dappoichè già le acque erano molto cresciute, ed era passato tanto tempo quanto bastasse per giugnere da altri climi que' corpi. Di più vedendo tali depositi stratificati dobbiamo riportarli all' epoca terza, in cui le acque si andavano ritirando. Essendo del tutto naturale che verso quei siti, ove si facevano que' trasporti e depositi, concorressero da diverse parti altre correnti cariche di corpi di altra qualità, abbiamo quindi la cagione, per cui coi pesci marini si trovino misti anche vegetabili terrestri, pesci esotici di acqua dolce, e simili; le quali circostanze attestano inoltre che il tutto intervenne per una inondazione che si stendeva anche sui continenti.

CVI. Potrebbe alcuno dire che il Bolca fu vulcanico, e che per una straordinaria eruzione intervenuta nella permanente inondazione sieno stati morti, e seppelliti que' pesci che vi si trovano; ed a confermazione di questa opinione potrebbe aggiugnere, che molti vi hanno riconosciute pietre vulcaniche, e che altronde si hanno esempj di vulcani sottomarini che agirono anche ne' tempi più vicini a noi, producendo la morte de' pesci esistenti nei loro contorni. Io volentieri concederò, che un vulcano sottomarino possa in una permanente inondazione seppellire una certa copia di pesci,

e neppure negherò che il Bolca presenti pietre vulcaniche; ma sostengo, che se in questo monte, mentr'era sott'acqua, agì un vulcano per seppellire i corpi organizzati che ora si trovano, l'azione intervenne in tempo della straordinaria inondazione che ho assunta. Se il vulcano avesse agito durante una tranquilla permanenza di acque, non avrebbe potuto involgere nelle sue eruzioni se non quei generi di corpi, che trovavansi nel suo circondario. Ora essendo il Bolca di poca estensione, non potevano allora nel suo circondario trovarsi che pochi generi di pesci, giacchè sappiamo che i diversi generi sogliono abitare in diversi tratti di mare, abbenchè sieno proprj dello stesso clima. Come dunque nel Bolca vennero ad essere seppelliti insieme i sgombri, i luci, gli squali, le morene, ed altri molti generi proprj del mare Europeo? Di più, come vi si trovano mischiati anche vegetabili terrestri, e molti generi di pesci del tutto esotici, la cui abitazione è distante dal Bolca molte centinaja di leghe? che se vi sono, come realmente vi si vedono, convien dire che vi sieno stati trasportati da qualche corrente di straordinaria inondazione. Nè si può replicare che anche in tranquilla permanenza di mare potevano intervenire tali trasporti. Perciocchè questi in tale ipotesi sarebbero stati lenti, come sono quelli, che ora nei mari talora intervengono, e perciò que'corpi organizzati si sarebbero putrefatti, e questi, e massime gli esotici. Se dunque sono ben conservati, è da dire che il trasporto fu di una rapidità tale da non potersi derivare se non da una straordinaria inondazione. Aggiugnesi, che la pietra racchiudente tali pesci non è certamente vulcanica, essendo una marna bituminosa, ed inoltre disposta a strati: il che è anzi indizio di materie depositate da acqua e non eruttate da volcani. Finalmente anche la molta copia de' pesci simultaneamente seppelliti in quel monte attesta, che non può essere un effetto di vulcano sottomarino. In tali eruzioni interviene certamente che molti pesci muojano. Ma dopo morte tosto galleggiano, e rari si disperdono per la vastità del mare, siccome appunto si osservò nelle eruzioni sottomarine avvenute all' isole Santorini, ed alle Tercere nel principio del corrente secolo. Non posson dunque da un volcano essere seppelliti all'atto della loro morte se non al più

quelli, che per accidente si trovano nelle acque soprastanti al cratere, e che vengono involti nelle materie eruttate, i quali certamente non possono essere che pochi, massime che i volcani prima di scoppiare con impeto sogliono alterare le acque per certi moti o per certe sostanze che vi esalano; ed i pesci, siccome quelli che sono molto sensibili ad ogni alterazione dell' elemento da essi abitato, tosto si sogliono sottrarre colla fuga. Dunque o per la fuga mentre vivevano, o per la dispersione dopo la morte pochissimi pesci potevano trovarsi nel circondario del vulcano, e perciò non potevano esservi da questo seppelliti in quella quantità, in cui si trovano, e molto meno in così piccolo spazio quale è quello che li contiene.

CVII. Il complesso dunque delle circostanze, che accompagnano questo fenomeno nel monte Bolca, sono una decisa pruova di straordinaria inondazione, e dopo quella sarebbe inutile il consermarla con altri simili fenomeni.

ARTICOLO IV.

Sulla quantità, ed altre circostanze delle conchiglie fossili.

CVIII. Ad escludere una straordinaria inondazione si servirono già altri della grande quantità di conchiglie fossili, che nelle diverse parti del globo si sono fino ad ora scoperte, dicendo essere tante, che non è credibile che potessero vivere tutte nello stesso tempo. Quindi per intender la cosa vogliono, che queste conchiglie sieno quelle, che in una lunga serie di secoli si sono ammassate sui fondi del mare ora divenuti continenti. Con dir questo essi suppongono, che in una straordinaria inondazione dovessero essere trasportate, e seppellite nei continenti soltanto conchiglie allora viventi: la quale supposizione non può essere ammessa da chi abbia compresi gli effetti di una straordinaria inondazione. Noi abbiamo al §. XXXIX. veduto, come questa dovette sconvolgere i fondi dei mari, e portare in alto non solo conchiglie viventi, ma anche quelle che già erano estinte. Quand' anco dunque la quantità delle fossili fosse sì grande, come altri s'immagina, essa non sarebbe difficoltà al mio sistema.

CIX. Ma

CIX. Ma a ben considerare l' asserzione sopraccennata non è che una arbitraria ipotesi. Egli è vero, che le conchiglie talora veggonsi continuate in diversi monti sulla lunghezza di varie leghe, e su una larghezza talora non minore. Ma la profondità loro non su riconosciuta, e generalmente si assume assai maggiore di quella, che è realmente, stimandosi che anche tutto l'interno di que' monti sia similmente composto: il che generalmente non può ammettersi. Perciocchè quelle spoglie animali o vi sono perchè vi furono trasportate e depositate, ovvero perchè gli animali stessi morirono nello stesso sito, in cui vissero. Se vi sono per depositi, è del tutto verisimile, che al disotto le deposizioni abbiano trovata un' elevazione già esistente, su cui si sieno formate, come intervenne anche ad altri depositi calcarei (*a*). Se gli stessi animali erano della natura di quelli, che vivono stando aderenti ad altri corpi, noi sappiamo che questi sogliono attaccarsi a scogli, o elevazioni già esistenti sott' acqua: onde è da presumere che le loro spoglie non esistano se non sulla superficie dei monti fino ad una certa profondità. Posto pertanto che i monti conchigliarj nel loro interno sieno di altra natura, è manifesto che l' immaginata quantità di conchiglie fossili viene molto diminuita.

CX. Avvi un altro titolo di diminuzione. Le conchiglie, che ora si trovano, sogliono essere miste con una grande quantità di sostanze terree, o calcaree, o argillose, detratte le quali, le spoglie animali riduconsi ad una mediocrissima quantità. Che se alcuno volesse che anche tutta la sostanza calcarea sia provenuta da frantumi, e scomposizioni di conchiglie, e di altri animali marini, egli introdurrebbe un' ipotesi che non potrebbe provare, ed altronde non sarebbe al proposito presente, in cui si tratta di verificare le cose con osservazioni, e non con teorie astratte. Per mostrare come la quantità di conchiglie sia stata valutata oltra al dovere io esaminerò quella, che il Sig. Conte di *Buffon* rammemora come la più prodigiosa. Consiste questa in quello

(*a*) V. la prima Parte di questa Memoria §. 126.

ſtrato della Turenna viſitato dal Sig. *Reaumur*, a cui egli aſſegna nove leghe quadrate di ſuperficie ſotto una profondità almeno di 20 piedi. Queſto ſtrato è coperto di terra ora più, ora meno elevata, così che non ſi può riconoſcere l'eſiſtenza di conchiglie al diſotto di eſſa ſe non per eſcavazioni. Siccome di tali conchiglie ſi fa uſo per fecondare le terre, così in molti ſiti eſſe ſi ſcavano (*Reaumur* Mem. Acad R. an. 1720). Ma prima ſi ſcandaglia il terreno, o quando trovaſi che la terra è alta più di 9 piedi, ſi tralaſcia l'eſcavazione, ſiccome quella che ſarebbe troppo diſpendioſa. Così dunque in tutti i ſiti, in cui la terra ſi trova più alta di 8 piedi, ſi ommette di ſcandagliare il terreno a maggiore profondità, e perciò ben potrebbe eſſere che la terra anche al diſotto di quella altezza proſeguiſſe ad approfondarſi ſenza che al diſotto vi foſſero conchiglie. Non può dunque dirſi che queſte eſiſtano ſu tutta l'eſtenſione di 9 leghe quadrate. Ma quand'anche ciò ſi ammetta, che ſarebbe queſta eſtenſione in confronto della vaſtità della ſuperficie dei continenti?

CXI. Fatte le indicate deduzioni apparirà, che anche al preſente può vivere in mare una quantità di conchiglie non minore di quella che trovaſi foſſile. Delle conchiglie alcune ſono erranti, altre ſtanno aderenti ad altri corpi o con qualche loro parte molle, come le patelle, o colla loro parte dura, come le oſtriche; altre finalmente vivono ſtando in parte inſinuate nei fondi ſabbioſi, o fangoſi, come molti mitoli, ovvero inſerite anche in pietre dure come i mitoli litofaghi, o forapietre, ed i datteri di mare. Le conchiglie ſi moltiplicano con una rapidità, ed in una quantità maraviglioſa; a pruovare la qual coſa può ſervire la teſtimonianza dello ſteſſo Conte di *Buffon* (*a*), il quale ci aſſicura, che per eſempio le oſtriche da un anno all' altro tornano ad aumentare gli ſcogli in una grandiſſima eſtenſione. Stando una gran parte delle conchiglie ſulla ſuperficie dei fondi, e delle coſte di mare, è chiaro che per eſtimare la loro quantità conviene aver riguardo alla eſtenſione de' fondi e delle coſte. Ora an-

(*a*) *Buff.* Hiſt. nat. t. I. pag. 272. Anche il *Bartram* Phil. Tranſ. an. 1744 oſſervò, che in mare formanſi banchi immenſi di oſtriche vive e morte.

che al presente il mare in superficie è quasi il triplo della terra ferma, se il globo terracqueo si considera come una superficie unita, e senza ineguaglianze. Ma la superficie delle ineguaglianze sottomarine è senza paragone più estesa di quel che sia la superficie delle ineguaglianze terrestri, ossia delle montagne. Perciocchè le ineguaglianze marine consistono in tutte quelle innumerevoli elevazioni che rimangono sotto il livello del mare, le quali comprendono gli scogli, e le pendenze sottomarine dei contorni continenziali, e delle isole. Laddove le ineguaglianze terrestri si riducono alle poche montagne che sorgono al disopra del livello medesimo. Se dunque intendesi, che la superficie delle ineguaglianze sottomarine, e de' suoi fondi sia abitata da conchiglie viventi, facilmente comprendesi, come queste possono formare una massa equivalente alle conchiglie fossili, le quali altronde non coprono che una piccolissima parte delle ineguaglianze terrestri. Questo dimostra, che per ispiegare la presente quantità di conchiglie fossili non è necessario il supporre, che esse sieno i residui di animali morti nella successione di molte migliaja di secoli antecedenti; mostra inoltre che quand' anco nella straordinaria inondazione non fossero state trasportate sui continenti se non le conchiglie allora viventi, queste sarebbero sufficienti a spiegare la quantità delle fossili, che ora si trovano. Ma realmente in quella inondazione dovette essere trasportata anche una grande quantità di quelle, che per innanzi giacevano estinte ne' mari: e posta tal cosa, non ci fa più veruna difficoltà la loro quantità. Che anzi se si riguardano alcune loro circostanze, si troverà che la cosa è meglio spiegata con una straordinaria che con una permanente inondazione. Tra le conchiglie fossili molte se ne trovano benissimo conservate, e le quali inoltre, quando sono bivalve, hanno il guscio chiuso colla cerniera situata esattamente nello stesso modo come quando sono viventi. Questa circostanza mostra, che esse furono seppellite vive, e per una rapida cagione. Perciocchè quando naturalmente muojono in mare, e stanno giacenti sul fondo, mancando la forza vitale, con cui l'animale per mezzo dei ligamenti situati alla cerniera tiene chiuse le sue valve, queste si aprono; onde o rimangono aperte, ovvero se i ligamenti si putrefanno, o in altro modo

lasciano libere le valve, queste pei movimenti delle acque o per la caduta di altri corpi sopra di esse vengono portate l' una in distanza dell' altra, e quand' anco non intervenga alcuna cagione estranea che le separi, ma l'accidente permetta che una naturalmente ricada sull'altra, pure non può generalmente intervenire, che si richiudano esattamente, attesa la struttura dei denti della cerniera, li quali in molte specie sono formati in modo che i superiori s'inseriscono esattamente negli inferiori, nè si possono chiudere le valve se non per un esatto incontro de' medesimi; e poichè dopo essere state aperte la sola variazione, che interviene nei ligamenti col putresarsi poc'a poco, o coll'alterarsi in altro qualunque modo, basta per trarre i denti fuori della loro corrispondenza; così dopo che le conchiglie bivalve sono morte e si sono aperte, non possono generalmente richiudersi esattamente. Se dunque molte anche di quelle, che sono fornite di denti di difficile incontro, come sono i cardj, trovansi esattamente chiuse, è segno che queste furono trasportate, e seppellite vive, cioè involte tutt' all' intorno da copiose sostanze terree, che col loro peso ne impedirono l' aprimento. Tale maniera di trasporto e di deposito appare nelle correnti di una straordinaria, ma non nella tranquillità di una permanente inondazione.

CXII. Un simile argomento ci somministra l'ottimo stato di conservazione, in cui trovasi una gran parte delle conchiglie fossili. Se queste fossero residui di lunghi depositi sottomarini, dovrebbero quasi tutte trovarsi come generalmente si osservano sui fondi presenti dei mari, cioè o bucherate da vermicelli, o corrose, o frantumate: nel quale cattivo stato furono riconosciute negli scandagli di mare indicati dal Sig. *Diquemar*, dal giornale del viaggio alle Indie orientali del *Sonnerat*, e da altri ancora. E' finalmente da osservare, che le conchiglie esotiche, e quelle che trovansi ammassate in famiglie attestano pur esse anzi una straordinaria che una permanente inondazione, come a suo luogo è provato (§. XLVIII.

CXIII. Che molti testacei, così come altri animali acquatici, sieno stati trasportati vivi, e ben conservati, non sarà meraviglia a chi due cose consideri, cioè primamente che anche al presente in occasione di furiose tempeste vengono nelle acque trasportati vivi a grandissima distanza diversi pesci,

ed altri animali marini; in secondo luogo che nella vastità delle acque inondatrici molti tratti di quel passaggero Oceano decorrevano con moti rapidi bensì, ma però abbastanza uniformi. Tra gli animali però che vennero trasportati vivi una certa quantità fu seppellita tra le deposizioni, ed altri sopravvissero all'inondazione, e da essi vennero conservate le specie ora viventi.

ARTICOLO V.

Sugli ammassi di conchiglie, e di altri corpi organizzati fossili distinti in famiglie o specie,

CXIV. Questo fenomeno fu già da me più sopra spiegato (§. XLVIII); ed in questo luogo solo mi resta a mostrare, che la spiegazione riesce molto più facile, e molto più plausibile assumendo una straordinaria, e breve inondazione, che una lunga permanenza di acque sul globo. Questa seconda ipotesi presenta una sola maniera di spiegazione, e consiste nel dire, che per esempio le conchiglie intanto si trovano ne' monti unite in famiglie, in quanto che esse sogliono così vivere, e moltiplicarsi; ed al presente dopo essersi abbassate le acque si trovano in quello stesso sito, in cui erano mentre le acque inondavano il globo. Ma assumendo la straordinaria inondazione serve alla spiegazione non solo l'indicata proprietà delle conchiglie viventi, ma inoltre la proprietà che hanno le correnti di produrre spesso una separazione dei corpi omogenei dagli eterogenei, così che quand' anco non si verificasse in molte conchiglie l'indicata proprietà, come realmente non si verifica, pure nelle correnti della straordinaria inondazione si avrebbe la cagione della separazione dei corpi omogenei da altri eterogenei: il che nel §. XLVIII fu già da me dichiarato. Una simile spiegazione vale per le piante, o impressioni di piante della stessa specie, che scopronsi in diversi strati o argillosi o calcarei.

ARTICOLO VI.

Sulle foladi, ed altri vermi marini fossili, che sembrano essere nello stesso sito, in cui vissero.

CXV. Dei testacei marini alcuni vivendo hanno la proprietà di forare le pietre, e di vivere annicchiati nelle medesime. Tali sono per esempio le foladi, i datteri di mare, i mitoli forapietre; altri si moltiplicano formando certe ramificazioni di natura o calcarea, o cornea, le quali colla loro base sono aderenti a scogli, o ad altri corpi; e di tal natura sono le madrepore, i coralli, i ceratofiti, ed altri, che in genere vengono sotto il nome di zoofiti, e litofiti di stirpe fissa.

CXVI. Ora in alcuni monti, come nel territorio Senese, nella Calabria, ed altrove, si osservano pietre calcaree, in cui sono annicchiati testacei della natura dei forapietre, ed anche vermi di stirpe fissa, i quali sembrano avere la stessa situazione, che hanno in mare, quando sono viventi. Tali osservazioni sembrano attestare incontrastabilmente, che quei siti ora di terra ferma sieno già stati fondo di mare. Da che altri senza esitare conchiudono, che il mare abbia fatta una lunga permanenza sulla superficie dei continenti, e che perciò debbansi ascrivere a depositi di un mare permanente anche le conchiglie, che trovansi fino all' elevazione di 2200 tese sul livello del mare presente.

CXVII. Quest' ultima conseguenza però non può in verun modo derivarsi dall' accennate osservazioni. La legittima deduzione da queste sarebbe al più, che il mare abbia soggiornato sul globo fino all' altezza, in cui que' corpi marini si trovano, o anche ad un' altezza alquanto maggiore: giacchè massime i testacei forapietre sogliono abitare poco sotto il livello delle acque, come fu osservato dall' egregio Sig. *Fasano* nei viventi (*a*). Per ragionare adunque su quelle os-

---

(*a*) Atti della Accad. R. di Napoli an. 1789. Vedi la prima Parte di questa Memoria Capo XIV.

servazioni, conviene primamente riconoscere a quale altezza quelli esistano. Gli osservatori, per quanto io mi sappia, non ce l'hanno esposta, nè finora mi si è presentata occasione di poterla riconoscere: il che per altro mi lusingo di poter eseguire tra breve. Intanto dalle descrizioni mi sembra di poter rilevare, che l'altezza, in cui fu osservato tal fenomeno, sia assai piccola, cioè non maggiore di qualche centinajo di piedi. In fatti le foladi della Toscana ci vengono descritte come esistenti in basse colline (*Targioni* Viaggi per la Toscana): quelle della Calabria come situate sulle coste montuose del mare, le quali pure sono di poca elevazione (*Fasano* l. c.); e le madrepore dei colli Euganei esistono ad un'altezza assai minore di 250 tese, che è la massima, a cui giungono alcune cime dei colli medesimi (lettera del *Strange* presso *Targioni* Viaggi tomo X.) (*a*). Poste tali circostanze le accennate osservazioni niente si opporrebbero alle proposizioni già da me stabilite, abbenchè si ammettesse che quei siti sieno tempo fa stati fondi di mare: conciossiachè tra i dati da me assunti, e privati uno sia (§. LIII.), che la differenza tra il livello dei mari antecedente all'inondazione straordinaria ed il presente sia stata piccola, cioè con una differenza non maggiore di qualche centinajo di piedi, e quando il mare fosse stato permanente all' altezza indicata da que' corpi marini, il suo livello non sarebbe stato diverso da quello che io ho assunto. Quelli però, a cui è noto, che al presente gli accennati animali vivono in grande copia, ed in molti siti lungo le coste, e gli scogli sottomarini, come si può ben anche nel solo mediterraneo riconoscere, non stimeranno le arrecate osservazioni sufficienti a provare una permanente inondazione superiore al livello presente, se non quando sieno verificate in un numero di luoghi assai maggiore di quello che finora fu prodotto.

(*a*) Io qui non valuto l'osservazione dell' egregio Sig. *Gerolamo Festari* riportata nel Tomo IX. dei Giornali d'Italia, e da lui fatta al monte Lora nel Vicentino all'altezza forse di 1100 tese: giacchè egli stesso ci avverte di non avervi vedute le foladi stesse, ma soltanto le loro impressioni, le quali egli bensì riguardò come fatte da foladi viventi, ma non ne dette sufficiente prova.

CXVIII. Non essendo dunque dalle prodotte osservazioni abbastanza provato, che la parte di terra ferma, in cui furono fatte, sia stata fondo di mare permanente, vediamo, come si spieghino con una straordinaria inondazione, la quale fosse ben'anche intervenuta, allorachè il mare non era superiore al presente livello. Noi abbiamo provato, che nella straordinaria inondazione molte conchiglie dovettero essere trasportate vive (§. CXI.). Sappiamo altronde dalle osservazioni di *Reaumur* (Acad. R. des sciences an. 1712), che i testacei forapietre per annicchiarsi non sempre traforano pietre, ma si accontentano anche d' insinuarsi in molle terra. Quindi ben può essere intervenuto, che una certa quantità di questi vermi, che stavano annicchiati in mobile terra, sieno stati sollevati, e trasportati vivi dal mare, in cui abitavano, e che dopo essere intervenute le deposizioni terree siensi in queste insinuati durante il ritiro delle acque inondatrici: ed essendosi di poi consolidate quelle terre non è maraviglia, se ora si trovino insinuati in pietre colla stessa disposizione, che hanno mentre vivono nei presenti mari. Se quello, che io dico dell' annicchiamento di questi vermi ancora viventi intervenuto in breve tempo dopo i depositi calcarei prodotti dalla straordinaria inondazione, non fosse che una semplice possibiltà, questa sola basterebbe ad eludere ogni difficoltà, che potesse da quella derivarsi contro il mio sistema già altronde provato in ogni sua parte. Ma la cosa è inoltre del tutto naturale, e verisimile, epperò devesi anzi riguardare come un fenomeno coerente al sistema medesimo. Certamente, avendo esistito prima dell' inondazione quelle specie di animali, che ora vivono, le acquatiche, come le foladi, devono essersi conservate nelle acque durante l' inondazione stessa. Moltissimi individui dovettero senza dubbio perirvi; ma attesi i varj stati, che aveano le acque in diversi tempi, e luoghi, dovettero in varj siti intervenire circostanze favorevoli alla conservazione di un certo numero d' individui (§. XLV); e quelli, che sopravvissero, avranno certamente seguito il loro solito e naturale costume, per quanto le circostanze permettevano. Quelli pertanto che hanno da natura l' istinto di annicchiarsi in terre, o pietre, lo avranno seguito tosto che avranno potuto, cioè a dire tosto che si saranno

trovati

trovati in vicinanza di terree depoſizioni. Secondo tale principio ſpiegaſi non ſolo la ſomiglianza della ſituazione delle foladi foſſili con quella che hanno le viventi, ma anche la corroſione della pietra, in cui trovanſi le foſſili, la qual corroſione vedeſi ſimile a quella, che viene prodotta da vermicelli nudi e cilindrici mentre vivono. Perciocchè ſiccome queſti ſogliono vivere in vicinanza dei teſtacei forapietre, così è da dire che le acque elevarono inſieme a queſti teſtacei anche quei vermicelli, e che inſieme ſieno giunti o da uno ſteſſo o anche da diverſo luogo a quelle depoſizioni, in cui tutti eſſi, ſeguendo il loro coſtume, s' inſinuarono. Chi conſidera, che i teſtacei forapietre vivono in grande copia in molti mari, e maſſime nelle coſte del Mediterraneo, facilmente concederà, che ſe il mare foſſe ſtato permanente ad un' altezza o eguale, o maggiore di quella, in cui que' vermi trovanſi foſſili, dovrebbero queſti trovarſi nei preſenti monti in grandiſſima quantità, ed in moltiſſimi luoghi; e poichè realmente queſto fenomeno di rado trovaſi, è del tutto naturale che i foſſili ſieno una porzione di que' teſtacei, che traſportati viſſero durante la ſtraordinaria inondazione. Vuolſi inoltre notare, che in diverſi ſiti, come nella Toſcana, le pietre con foladi annicchiate non formano montagna, ma bensì ſono pezzi iſolati; ed allora il fenomeno ha anche un' altra ſpiegazione; e queſta conſiſte nel dire, che quelle pietre furono elevate e traſportate dalle eruzioni marine: il che tanto più è veriſimile, in quanto che anche al preſente queſti vermi viventi trovanſi ſpeſſe volte annicchiati in ſaſſi iſolati, giacenti ſui fondi dei mari.

CXIX. E' ora da eſaminare la ſituazione dei litofiti, e zoofiti foſſili. Ci ſi dice, che ſono impiantati nel monte in quello ſteſſo modo, con cui vivono, e creſcono ſugli ſcogli ſottomarini. L' impiantazione può conſiderarſi per due riſpetti, cioè o quanto alla ſituazione del totale di ognuno di eſſi per rapporto all' orizzonte, oppure quanto all' adeſione della loro radice ad altri corpi. Circa il primo rapporto, quelli, che ci diſſero trovarſi le madrepore, ed i coralli foſſili nella ſteſſa ſituazione, che hanno i viventi, ſuppoſero che la loro naturale poſitura conſiſteſſe nell' avere il capo rivolto in giù; la quale ſuppoſizione è quella prodotta dal Conte *Marſigli*.

Ma il Sig. *Strange* diligentiſſimo oſſervatore ci aſſicura, che nelle peſcagioni di tali vermi da lui fatte in Napoli, ed altrove non trovò generalmente vera quella aſſerzione. Aggiugne per rapporto a que' vermi foſſili, che eſſi ſpeſſe volte da lui furono anzi trovati col capo rivolto in ſu, e maſſime nei contorni di Caſciana, ed in altri colli della Toſcana, e nelle colline del Veroneſe. (Lettera di *Strange* preſſo *Targioni* Viaggi t. I.). Appare quindi, che varia è la ſituazione di queſti vermi sì foſſili, che viventi; e che perciò quella non può fornire verun argomento per aſſerire, che i foſſili ſieno in quello ſteſſo luogo, in cui viſſero; giacchè queſta varietà di ſituazione, che hanno i foſſili, può ſpiegarſi coll' aſſumere, che ſieno ſtati traſportati da acquee eruzioni. Per iſpiegare come molti ſieno ſtati depoſitati capovolti, baſta riflettere alla loro ramificazione, la quale è più copioſa verſo la teſta, che alla radice. Per tale ſtruttura, allorachè erano immerſi nell' acqua, la loro radice come meno peſante del capo dovette ſecondo le leggi idroſtatiche rivolgerſi in ſu, e così depoſitarſi. Che ſe trattaſi di ſpiegare come altri ſienſi depoſitati in poſitura contraria, non altro richiedeſi, che di richiamare la moltiplicità delle circoſtanze, che accompagnarono que' traſporti. Se per eſempio alcuni coralli aveano aderente alla loro radice qualche corpo peſante, o ſe i loro rami erano ſottili o troncati, eſſi ſi ſaranno depoſitati col capo rivolto in ſu; e lo ſteſſo ſarebbe avvenuto, ſe dall' urto dell' acqua foſſero ſtati raddirizzati, e per la tenacità delle materie con quella miſchiate non aveſſero potuto ripigliarvi la ſituazione corriſpondente al maggior peſo della loro teſta. Eſaminiamo ora il ſecondo rapporto di ſituazione. Io ſenza difficoltà ammetterò, che molti litofiti foſſili ſi trovino ancora radicati ſu diverſi altri corpi, e ſaſſi; ma non per queſto ſarà provato, che queſti animali ſieno creſciuti nello ſteſſo ſito, ove ora ſi trovano. La ſtraordinaria inondazione ſollevò dal fondo dei mari corpi aſſai più peſanti di quel che ſieno le maſſe di ciaſcuno degl' indicati foſſili, e potè traſportarli, e depoſitarli ſui continenti ove ora ſi trovano, rimanendo la loro radice aderente a quei corpi, a cui era per innanzi attaccata. Più ſopra abbiamo veduto, come in occaſione di un vento tempeſtoſo furono ſollevati

dal mare cumuli immensi di madrepore, ed altri litositi, tra'quali erano anche de' cerebriti, che sono di un volume e peso assai considerabile. Le objezioni, che a simili trasporti possono farsi, già furono preoccupate nel Capo III. §. XLI.

ARTICOLO VII.

Sui monti Calcarei, ed altri depositi marini Secondarj.

CXX. Uno dei fenomeni più difficili ad intendersi è la quantità di materie calcaree, che trovansi sulla superficie terrestre formate da' depositi delle acque. Già abbiamo veduto come da permanente mare questi non possono derivarsi. Per ascriverli alla straordinaria inondazione da me assunta conviene spiegare 1.° d'onde ne sia venuta tanta quantità, 2.° come sia stata trasportata unita, 3.° come siasi depositata in diversi siti unitamente, 4.° come nel breve tempo di circa un anno abbia potuto essere trasportata, e depositata.

CXXI. Circa la quantità dei depositi è da richiamare ciò, che già ho avvertito (*a*), cioè che essa non è tanta quanta altri suppone, dovendosi su di essa detrarre i monti calcarei originarj, e riducendosi a pochi monti di mediocrissima altezza, ed a piccoli strati, che a maggiore altezza coprono monti di altra natura. Nei sconvolgimenti dei fondi marini provenuti dalle straordinarie irruzioni, ed eruzioni di acque noi troveremo una sufficiente cagione per accumulare sui continenti tanta terra calcarea polverizzata che basti all'intento. Sui fondi marini giaceva una considerabile quantità di questa terra ancor molle adunatasi negli antecedenti tempi, e questa facilmente potè essere sollevata anche da mediocri movimenti di acque. Sui fondi stessi esistevano innumerabili scogli di litositi, e di testacei, i quali essendo disposti in masse molto irregolari, e con infiniti rilievi presentavano alle acque una superficie amplissima. I moti convulsi di esse li corrosero, e molti ne diroccarono, e nei di-

(*a*) V. il Capo XI. della prima Parte di questa Memoria.

roccamenti si formò una immensa quantità di terra minuta; i rottami spinti tra loro, e contro ai residui scogli produssero altra simile terra; altrettali sminuzzamenti si formarono anche nei testacei ruzzolati. Il proseguimento di tali moti per soli cento giorni da tutta la capacità de' mari quanto grande effetto dovesse produrre sarà compreso da chi consideri l'immensa mole di terre, che vengono formate ed accumulate in mediocri inondazioni di breve durata, ed il disfacimento polveroso che avviene nei materiali dei monti, e degli edifizj che per tremuoti, o altri strani movimenti vengono rovesciati. Alle materie calcarie marine se aggiungonsi anche quelle, che dovettero sfarinarsi nei diroccamenti di molte parti dei monti calcarei originarj, la cosa diverrà sempre più intelligibile (§. XXXVIII).

CXXII. La materia così elevata da un certo tratto di mare potè, come ognuno intende, essere trasportata dalle correnti a grande distanza, ed esservi depositata in breve tempo. La prontezza dei depositi dipende dalla velocità del trasporto, e della discesa delle parti stemprate nell'acqua. La terra calcarea non è certamente solubile in molta quantità nelle acque marine; ma una grandissima quantità vi poteva rimanere stemprata a motivo dei movimenti rapidi, ed irregolari delle acque stesse. Neppure le terre, che in qualunque inondazione vengono trasportate, e depositate, sono solubili nelle acque; in ogni modo, mentre decorrono, ne tengono talora stemperata in tanta copia che questa talora forma più della metà dell'acqua stessa (§. XLI); e sì grande copia potè dalle correnti in pochi giorni essere trasportata dal mare sui continenti sino alla più grande distanza, in cui ora si trovano: il che ognuno potrà per se stesso calcolare, assumendo nelle correnti la sola velocità di 4 leghe per ora.

CXXIII. Quanto al tempo richiesto pei depositi, siccome le terre erano non compiutamente sciolte, ma soltanto stemperate nell'acqua in virtù degl'irregolari, ed ondeggianti suoi movimenti, così è facile ad intendersi, che essendosi ritardate le correnti, e diminuiti i moti, allorachè le acque già erano giunte alle più alte cime, dovettero le terre stesse depositarsi assai rapidamente. Prendiamo per esempio i de-

poſiti più elevati, e perciò i più difficili a ſpiegarſi, cioè quelli che ſi trovano a 2300 teſe di elevazione. Le acque, che le depoſitarono, erano elevate al diſopra di queſto ſito circa 1000 teſe (§. VII e ſegg.). Poniamo, che la terra ſtemperata in queſte acque foſſe ſoltanto un venteſimo del volume dell'acqua; il depoſito ſarebbe riuſcito di 51 teſe di groſſezza, la quale forſe è maggiore di quella che eſiſte sulle pendenze delle Cordilliere a quella elevazione di teſe 2300. Queſta quaſi tranquilla depoſizione ſarebbeſi compita ſoltanto nel tempo di 9 ſecondi, ſe non vi foſſe intervenuta la reſiſtenza dell'acqua. A motivo di queſta deveſi bensì aſſumere un tempo maggiore; il quale però non potè eſſere che di pochi giorni, giacchè noi vediamo sì nelle inondazioni de' fiumi, come nelle miſchianze artificiali, che preſtamente le acque torbide depongono le terre in eſſe ſtemperate.

CXXIV. Abbiamo dunque in un anno, cioè nella durazione dell'inondazione da noi aſſunta, un tempo più che sufficiente per intendere i traſporti, ed i depoſiti più elevati di terre calcaree. Altronde nell'uniforme coſtituzione, che molti di eſſi ci preſentano nel loro interno, abbiamo un argomento deciſo per dire, che realmente provennero da una rapida cagione, come già fu provato al §. XIX. Quindi colla medeſima potranno eſſere facilmente conciliati altri ſimili fenomeni, i quali dal precedente non ſono diverſi ſe non nella qualità delle materie traſportate da un luogo, e depoſitate in altro, cioè in quello, in cui ora ſi oſſervano. Tali ſono le colline formate di ſabbie, e di terre argilloſe e miſte, le miniere di carbon foſſile, le miniere metalliche di traſporto, cioè quelle che ſi riconoſcono non come originarie, ma come ſecondarie, e ſimili. Eſaminando inoltre queſti fenomeni vi ſi oſſervano certe circoſtanze loro particolari, che non ſi poſſono derivare da una permanente inondazione. Per brevità io ora mi ridurrò ſolo ad accennarne una di quelle, che ſogliono accompagnare le miniere di carbon foſſile; ed è che eſſe trovanſi per lo più in montagne compoſte di ſchiſti argilloſi contenenti copioſi e ben conſervati ramoſcelli di alberi terreſtri. Da che rilevanſi due coſe, cioè 1.° che rapidamente furono diſtrutti vaſti boſchi, 2.° che le diverſe parti delle piante furono rapidamente involte, e ſep-

pellite da quelle terre, in cui ora si trovano. Ora queste due cose non potettero aver luogo in un breve spazio di tempo, quando un mare permanente fosse allora stato a quella altezza, in cui ora sono que' monti schistosi. In tale ipotesi si potrà bensì intendere, che al disopra di quel mare esistessero boschi, e che essendo questi distrutti per qualche rapida cagione fossero trasportate al mare le diverse parti degli spezzati alberi insieme con copiose terre. Ma al primo entrare di queste materie nel mare dovette intervenire una spontanea separazione, portandosi a galla i ramoscelli, ed altre parti vegetali, e discendendo per contrario le parti terree e più pesanti. Quindi que' vegetabili galleggianti dovettero essere dispersi per la vasta superficie di quelle acque, ed essere altrove trasportati: nel quale trasporto dovettero inoltre guastarsi, ed alterarsi assai prima che scendessero al fondo. Così dunque non può intendersi, come siensi depositati in buono stato di conservazione, nè come fossero seppelliti entro a quella grande quantità di terra, che ora è consolidata in pietra. Per contrario la straordinaria inondazione da noi assunta ci presenta due maniere del tutto naturali per ispiegare la cosa. Primamente può dirsi, che il seppellimento di que' vegetabili intervenne per la rapida azione dei torrenti terrestri prodotti dalle dirotte piogge, prima che le eruzioni delle acque marine giugnessero all' altezza, in cui ora si trovano que' depositi. Questa spiegazione rendesi del tutto verisimile dal vedere, che nei depositi medesimi ordinariamente non trovansi corpi marini; e quella perciò è la più generale e coerente all' osservazione. In secondo luogo possono essere intervenuti alcuni degli indicati depositi anche dappoichè le acque inondatrici già erano cresciute ad un' altezza qualunque. Siccome tali acque erano accompagnate da veloci correnti, così le materie sopraccennate rapite al principio da torrenti terrestri potettero facilmente entrare, e rimanere per un certo tempo in alcune di quelle correnti; ed a motivo del moto, e della tenacità delle materie terree coll' acqua mischiate potè essere impedita la separazione dei vegetabili sì che al ritardarsi della corrente, questi si depositarono insieme colle terre, e fors' anco con corpi marini portativi da altre correnti laterali. Questa maniera si assume-

rà per quegli schisti, in cui oltre ai vegetabili terrestri si trovassero anche corpi marini.

ARTICOLO VIII.

Sui massi granitosi ed originarj, che trovansi sparsi a diverse altezze sui monti secondarj.

CXXV. Come questo strano fenomeno venga spiegato nel mio sistema fu già da me esposto nel Capo IV §. XLIX. Al presente dirò, come questo non possa spiegarsi con una permanente inondazione; e scioglierò alcune difficoltà che possono farsi alla spiegazione da me addotta. Osservandosi gli accennati massi su molte montagne secondarie, e situate in lontanissime parti del globo è chiaro, che il trasporto di quelli fu fatto dappoichè esistevano quelle altezze, su cui essi si trovano, e provenne da una cagione che agì generalmente sulle diverse parti del globo terrestre. Chi vuole, che tali trasporti sieno intervenuti in tempo che quelle altezze secondarie erano sotto le acque di un mare permanente, ci dice, che quei monti secondarj furono formati sott' acqua da lenti depositi intervenuti nella lunga serie di secoli, in cui le acque soggiornarono sulla superficie terrestre. Così dunque in questa ipotesi convien dire, che le materie costituenti i monti secondarj già fossero consolidate a quell' altezza, in cui si trovano gl' indicati massi: giacchè la lunghezza del tempo assunto, ed antecedente al trasporto di que' massi era più che sufficiente alla consolidazione delle materie depositate. Ora tali materie secondarie, e consolidate o erano già separate dai monti originarj per mezzo delle valli intermedie che ora si osservano, oppure erano unite in dolci pendenze coi monti medesimi. Se erano separate da valli, non più si trova il modo da intendere come dai monti originarj sieno pervenute sui secondarj quelle masse originarie. Se erano unite, avranno bensì potuto le masse stesse giugnere sulle materie secondarie, ma converrà assumere, che dalla terra ferma allora esistente sieno venute rapide correnti atte a trasportare que' massi. Queste però nell' ipotesi indicata non si possono in verun modo intendere. Perciocchè la terra ferma, alloraquando

erano sott'acqua quelle cime, su cui si trovano que' massi, consisteva in poche, e piccole isole, elevate sul livello d'allora qualche centinajo di tese, se si prescinde dall'altezza delle Cordilliere. Per lo che su' continenti di sì poca estensione non potevano nè per piogge, nè per altre note cagioni formarsi torrenti tanto copiosi, e rapidi da trasportare tali masse a tanta distanza; e quand' anco si fossero formati, sarebbero stati ritardati dalle acque marine, in cui dovevano entrare, e proseguire il loro corso, sì che non mai avrebbero potuto fare gl' indicati trasporti. Di più quand' anco questi fossero seguiti, rimarrà inesplicabile come di poi in materie già consolidate sieno state scavate le valli, che ora esistono.

CXXVI. In ogni modo se si vuole che o nell'una, o nell'altra maniera gl' indicati effetti sieno stati prodotti in tempo di una permanente inondazione, convien pur ammettere straordinarj movimenti di acque atti a trasportar sì grandiosi massi, ed anche a scavare monti già esistenti; cioè a dire conviene ammettere almeno gli effetti di una straordinaria inondazione nello stesso tempo, che questa si vorrebbe escludere.

CXXVII. Due difficoltà si possono fare alla spiegazione da me data. La prima è, che questi massi spesse volte sono arrotonditi; il che indica che furono trasportati urtando con altri sassi: e questo non sembra poter essere accaduto su un terreno molle. A questa io risponderò primamente che l'arrotondimento potè esistere nei massi prima che giugnessero sui freschi depositi, su cui rotolarono sino al sito ove ora si trovano; giacchè è noto che nei monti granitosi spesso esistono tali sassi così configurati. In secondo luogo può dirsi, che si arrotondirono stando esposti alle ingiurie de' tempi. E' noto che anche i graniti più fermi sono soggetti ad una spontanea scomposizione, e questa in un dato masso deve intervenire massime nelle parti meno grosse, come sono quelle che ne formano gli angoli. Così dunque col tempo gli angoli svaniscono risolvendosi in terra; e, tolti quelli, rimane nei pezzi un certo arrotondimento. L'arrotondimento delle materie granitose vedesi anche negli stessi risalti, e nelle cime che formano il corpo stesso delle montagne, eccetto il

caso

caso in cui i graniti sieno formati a lastroni irregolari, giacchè allora formano anzi certe guglie o piramidi parimenti irregolari.

CXXVIII. L'altra difficoltà potrebbe farsi dicendo, che se i massi granitosi fossero stati trasportati su recenti deposizioni, essi si sarebbero insinuati e fermati entro di queste. A questa difficoltà già in parte feci risposta al §. L. Qui aggiugnerò che posta una grande velocità nella corrente che li trasportava, questo effetto non doveva intervenire. Perciocchè nel tempo, in cui que' massi per il peso si abbassavano comprimendo la sottoposta materia, questa prendeva una certa consistenza atta a reggere il peso soprapposto, e per la continuazione del moto già comunicato quelli proseguivano ad avanzarsi: onde sebbene per l'abbassamento venisse ritardato alquanto il loro corso, pure potevano proseguire ad avanzarsi con molta rapidità. Un fatto analogo a quello, di cui si tratta, renderà più credibile la cosa. Racconta il *Buffon* t. 1. pag. 571, che nel 1685. nella valle Nant-phrencon si staccò un masso, il cui pezzo più grosso, dopo essersi diviso in molti, continuò a correre su un prato della pianura, facendovi una profonda traccia; e traversò anche un piccol fiume, fermandosi sulla riva opposta. Questo effetto provenne dalla sola forza di gravità; ed intanto continuò il moto nel masso in quanto che la velocità acquistata si conservò anche sulla pianura, benchè non fosse spinto da nuova forza. Che se ciò non ostante potè continuar il moto traversando il fiume, cioè senza esserne sostentato, molto più avranno potuto i massi proseguir il moto, essendo sostentati da un terreno benchè molle, ed essendo spinti dalla rinnovata azione delle acque correnti.

CXXIX. Io ho assegnata la cagione più generale, che deve avere portati i massi originarj nei monti secondarj. Saranvi però state in alcuni casi altre cagioni. Tra queste sono da annoverare le eruzioni sotterranee, come le vulcaniche. In qualche caso, se si esamineranno i contorni, si vedrà che potettero essere trasportati da torrenti posteriori all' inondazione generale. Talora possono essere residui di monti originarj che si sieno disfatti.

ARTICOLO IX.

Sulla corriſpondenza delle ſtratificazioni, e delle materie in monti tra loro diſtanti per l'interpoſizione di ſtretti di mare, e valli.

CXXX. I ſoſtenitori di una permanente inondazione produſſero già a loro favore quegli ſtretti di mare, o quelle valli, a' cui fianchi ſorgono montagne compoſte di ſimili materie, ed egualmente ſtratificate da ambe le parti, come ſono allo ſtretto di Gibilterra. Un argomento più debole non fu mai prodotto per ſoſtenere una più rovinoſa propoſizione. Sieno pure, ſe così piace, depoſitate da acqua le materie, che ſono ſtratificate, ed abbiano eſſe contemporaneamente, oſſia nella ſucceſſione di un certo numero di ſecoli formate quelle montagne oppoſte. Ma come ſono queſte ſeparate da uno ſtretto, oſſia da una valle intermedia? E perchè queſta non è pur eſſa occupata da depoſiti, che ſi fecero ſu tutta la larghezza tra quelle montagne contenuta? Riſpondono eſſi, che i depoſiti ſi fecero realmente, e che la valle tempo fa era chiuſa, ma che ſi aprì o per irruzione di acque, o per tremuoti. Il fenomeno adunque, il quale conſiſte non nella ſola corriſpondenza delle materie, e degli ſtrati coſtituenti le due montagne, ma anche nella interpoſizione della valle, non dipende dalla ſola permanenza di acque ordinarie, ma anche dall'azione di cagioni ſtraordinarie, cioè da quelle, che producono ſtrani movimenti sì nell' acqua, che ſulla terra. Il fenomeno pertanto dipendendo da moltiplici cagioni dovrebbe preſentare i dati per verificare, che eſſe abbiano realmente agito. Ma queſti mancano del tutto; che anzi in un mare permanente, o in un tremuoto non ſi riconoſce una forza atta a far ſvanire un monte sì vaſto, quale è quello, che chiudeva lo ſtretto. Conviene dunque per iſpiegare la coſa ricorrere a cagioni ſtraordinarie; e l'inondazione da me aſſunta la ſpiega aſſai facilmente. Allorachè le acque ſi andavano ritirando, la materia, che venne traſportata da una vaſta corrente eſſendoſi depoſitata, formò quelle montagne ora oppoſte, ed allora unite tra loro;

la materia, con cui erano unite, fu quindi, mentre era ancor molle, trasportata da altra più rapida corrente, che si formò nel mentre che le acque erano ridotte a minore altezza, e così risultarono due montagne separate da uno stretto, o da una valle. Che in meno di un anno potesse farsi l'indicato deposito fu provato nell'Articolo VII. Che inoltre in pochi giorni potesse da una corrente escavarsi una vastissima valle nissuno dubiterà, il quale ritenga, che que' depositi erano ancor molli, e che le correnti prendono una immensa forza massime colà dove per l'abbassamento delle acque manchi alle medesime l'anteriore sostegno, come dovette avvenire principalmente nei siti vicini al mare. Per altro potrebbe anche sostenersi, che due monti simili nella materia sieno stati formati con una valle intermedia.

ARTICOLO X.

Sui Volcani subacquei, e massime sui monti composti di strati alternativi di lave, e conchiglie, ed anche di terra vegetale.

CXXXI. Fu da alcuni osservato, che in alcuni monti talora trovansi strati alternativi di lave, conchiglie, e terra vegetale, la quale alternazione riguardano essi come un deciso testimonio dell'azione di grandi cagioni successivamente intervenute in una lunghissima serie di secoli. Dalle conchiglie unite con lave deducono essi, che que' monti sieno stati vulcani, che agirono sotto le acque di un mare permanente. A motivo della terra vegetale frapposta a strati di lave, e di conchiglie pensano, che que' monti sieno stati abitati, e coltivati, e nel vedere soprapposte lave, e conchiglie alla terra vegetale conchiudono, che il mare dopo essersi ritirato abbia di nuovo inondati que' contorni.

XXXII. Io non saprei ben dire, se sieno abbastanza verificate le circostanze che accompagnano questo strano fenomeno: ma ben asserisco, che con una sola e breve inondazione esso si può meglio spiegare, che con replicate e lunghe azioni di altre cagioni. Le lave certamente provano

l'azione vulcanica; la loro miſchianza con conchiglie atteſta, che il vulcano agiva mentre era ſott'acque inondatrici, che contenevano corpi marini. Quanto alla terra vegetale ne parleremo in ſeguito. La coſa dunque ſi riduce a ſpiegare primamente come ſiaſi fatto un certo numero di ſoprappoſizioni alternative di lave, e di conchiglie. Noi ſappiamo, che i vulcani anche nel breve ſpazio di pochi giorni agiſcono a varie ripreſe, sì che i loro moti convulſivi ceſſano per qualche tempo, e poi tornano ad infuriare, eruttando ora ſaſſi, ora terre, ora materie liquefatte. E' pur noto, che nelle ſtraordinarie eſcreſcenze di acque anche in un breve tratto di tempo s'incamminano verſo uno ſteſſo ſito diverſe correnti cariche in diverſi tempi di diverſe materie, le quali ſucceſſivamente ſi vanno deponendo. Poniamo ora, che nella ſtraordinaria inondazione un vulcano già inondato abbia eruttate materie liquefatte, che formarono il primo ſtrato inferiore delle lave oſſervate; e di poi ſiaſi tranquillizzato per un certo tempo, durante il quale ſienſi ſopra tale ſtrato depoſitate conchiglie portatevi da una corrente. Poniamo inoltre, che dopo tale depoſito ſienſi rinnovati i moti convulſivi del vulcano, ed abbia formato un altro ſtrato di lave; e che, ceſſata queſta ſeconda convulſione, ſiaſi fatto un altro depoſito di conchiglie portatevi da altra corrente; e così di ſeguito. Chi negherà, che in tal modo ſia ſpiegata del tutto naturalmente l'alternazione degli ſtrati di lave, e di conchiglie? A che dunque ſervirebbe introdurre una lunga ſerie di ſecoli per iſpiegare un fenomeno, che in pochi giorni poteva eſſere prodotto da cagioni, i cui ſimili e rapidi effetti la natura non di rado ci preſenta? Il monte nuovo di Napoli, che ha 3 miglia di circuito, e circa mezzo miglio di altezza, fu pure formato in meno di 6 giorni da eruzioni vulcaniche agenti a varie ripreſe. (*Giac. da Toledo* Ragionamento del terremoto e nuovo monte ec. Nap. 1539.). Similmente nel 1628 una delle iſole Azorie s'alzò in 15 giorni dal fondo del mare formando una montagna lunga 3 leghe, larga 1 $\frac{1}{2}$, alta 360 piedi ſul livello del mare, oltre all'altezza di 800 piedi, che ha al di ſotto del livello medeſimo (Abregé Trans-Phil. t. 1. p. 151). In pochi giorni parimenti nel principio del corrente ſecolo videſi da un vulcano

ſottomarino formata un' iſola preſſo Santorini nell' Arcipelago (Trans-Phil. an. 1711 n.° 332). Altri ſimili fatti non ſono rari nelle Storie, da' quali ci viene atteſtata l'eruzione di vulcani ſubacquei, e la loro azione a varie riprese intervenute nel corſo di breviſſimo tempo, ed accompagnate da grandiſſimi effetti. Molto più adunque dobbiamo dire, che ſimili cagioni abbiano agito in un generale ſconvolgimento di natura, al quale le forze di Vulcano concorrevano con quelle di Nettuno.

CXXXIII. Ma, dicono altri, tra quegli ſtrati di lave e di conchiglie ſono frappoſti altri ſtrati di terra vegetale; e queſta moſtra, che il monte fu coltivato: il che non può intenderſi ſe non ammettendo, che quel terreno ſia ſtato alternativamente ora in aſciutto, ora ſott' acqua. Sembra incredibile che altri abbia potuto fare un così ſragionato abuſo delle oſſervazioni. Eſaminiamo i terreni lungo i fiumi. Ne troveremo alcuni con ſtrati di terra vegetale ſrappoſti a ſtrati di ſabbia, e di ghiaje. Saravvi egli alcuno, il quale perciò conchiuda, che quello ſtrato di terra vegetale ſia ſtato coltivato in quello ſteſſo ſito, in cui ſi trova? Se alcuno così conchiudeſſe, dovrebbe ignorare, che i fiumi nelle loro eſcreſcenze traſportano terra vegetale, e la depongono in certi ſiti, coprendola di poi preſtamente di qualche altro ſtrato di altra materia, che rende incoltivabile il terreno. Eſiſtano pur dunque ſtrati vegetali tra lave e conchiglie, ma eſſi non provano che ſieno ſtati coltivati: e realmente vi poſſono eſſere ſtati traſportati in due modi, nel mentre che tutto il monte era ancora inondato. Tra le materie traſportate dalle correnti di una ſtraordinaria inondazione, molte certamente dovettero eſſere di terra vegetale, giacchè la ſuperficie terreſtre fu in molti ſiti ſtemperata nelle acque inondatrici. Qual maraviglia dunque ſarebbe, ſe quelle ſieno ſtate depoſitate ſu un monte, in cui a riprese agiva un vulcano ſubacqueo? Sono eglino moltiplici queſti ſtrati, ed alternanti colle lave, e colle conchiglie? L'alternazione delle convulſioni vulcaniche, e delle varie materie traſportate dalle correnti, e ſucceſſivamente depoſitate in diverſi tempi ſpiega il tutto, anche aſſumendo un breve ſpazio di pochi meſi. L'altro modo, con cui la terra vegetale potè pervenire a quei

ſiti, ove ora ſi trova, io derivo dalle ſteſſe eruzioni vulcaniche. Le materie, che ſono eruttate dai vulcani, ſpeſſo conſiſtono in terre o ſabbie abbruſtolite che vengono ſotto il nome di ceneri vulcaniche, le quali contengono una miſchianza di diverſe qualità di terre, e maſſime calcaree, argilloſe, e quarzoſe. Di più generalmente le materie vulcaniche ſi ſcompongono in argilla, ed in altre terre miſte, le quali formano una terra vegetale molto feconda, come può riconoſcerſi maſſime nei contorni del Veſuvio. Non ſarà dunque inveriſimile, che gli accennati ſtrati ſieno provenuti da eruzioni dello ſteſſo vulcano che formò gli ſtrati di lave; ed avendo agito mentre era coperto da una ſtraordinaria inondazione, ſi ha anche nell' acqua ſteſſa, oſſia nelle materie saline, e craſſe che vi erano miſte, una ragione per cui le terre eruttate abbiano potuto prendere più preſtamente la natura di terra vegetale.

CXXXIV. Coll' alternazione delle eruzioni di vulcani e dei traſporti di diverſe correnti ſi ſpiegherà qualunque altra alternazione di diverſe materie ſtratificate con lave. Nè ci ſarà difficoltà quand' anco queſte foſſero in forma di vere correnti: il che però finora non ſembra abbaſtanza verificato. Egli è vero, che l' acqua ordinariamente tende a raffreddare, ed a rapprendere le materie infuocate, sì che ſembra che queſte ſott' acqua non poſſano decorrere con una certa fluidità. Ma quando la maſſa delle materie infuocate è grande, ed è mantenuta calda da una continua azione vulcanica, l' effetto dell' acqua al più è di farne rapprendere la croſta; ed al diſotto le materie ſteſſe proſeguono a rimaner fluide, ed a decorrere, rimanendo ferma la croſta, o anche venendo traſportata dalla ſottopoſta corrente; il qual modo di raffreddamento già fu riconoſciuto nelle lave del Veſuvio, e dell' Etna. Di più l' acqua intanto vi produce l' indicato rapprendimento, in quanto che eſſa ſottrae alle lave una parte del loro calore, ed altronde eſſa ordinariamente non può riceverne che un certo grado. Ma l' acqua a quella profondità, in cui tocca le lave ſteſſe può acquiſtare un calore aſſai maggiore di quello che eſſa ha allorachè è bollente, e mantenerlo per un certo tempo; e ciò a motivo del rimanente dell' acqua ſopraſtante che per rapporto alla ſottopoſta è co-

me un coibente del calore: onde questa ben può acquistare un calore tale da mantere liquide le lave medesime anche alla loro superficie. Tuttociò sarà più facilmente ammesso se si considereranno due cose. La prima è che la fluidità delle lave non dipende soltanto dal calore, ma anche dalla mischianza di sali, e di bitumi, che insieme colle sostanze terree sogliono eruttarsi dai volcani: per la qual mischianza si possono mantener fluide anche con un calore molto minore di quello, che è richiesto per rifonderle (V. la prima Parte di questa Memoria §. 191). La seconda è che l' acqua immediatamente circostante alle materie eruttate può fino ad una certa altezza formare coi sali, e coi bitumi medesimi un misto, il quale ritenga un calore assai maggiore di quello che osservasi nel riscaldamento ordinario della semplice acqua. Del resto come la lava possa decorrere per entro all' acqua si può riconoscere nel *Capo della Scala* formato dal Vesuvio entro al mare in lunghezza di un terzo di miglio, e in altri simili esempj (*a*).

CAPO VII.

Esame dell' opinione di chi ascrive le rivoluzioni secondarie a replicate inondazioni, o ad altre cagioni intervenute in una indefinita serie di secoli.

CXXXV. Dei fenomeni geologici, che non sembrano aver potuto intervenire se non in una lunghissima serie di secoli, alcuni si riconoscono provenuti dall' azione di acque, altri potettero da altre cagioni provenire, come da tremuoti, da vulcani, e simili. Tra quelli del primo genere alcuni si presentano come prodotti da acque parziali di torrenti, di fiumi, e simili. Ma questi vogliensi riguardare come fenomeni topologici anzi che geologici, e non entrano nel numero di quelli, per cui sia necessario introdurre l' azione di acque inondatrici. Tali sono le frequenti valli subalterne,

(*a*) V. Giorn. d' Italia tom. X. pag. 118, ove il Marchese *Galleani* congettura, che questo Capo o Promontorio sia stato formato nell' eruzione intervenuta ai tempi di Tito.

che trovansi scavate sulle pendenze dei monti, molti ammassi di sabbie, ghiaje, e sassi rotolati, che osservansi a diverse elevazioni sul livello del mare, e simili. Tutti questi fenomeni però non presentano alcun argomento per dire, che sieno opera di lunghissimo tempo: e ciò per due motivi, primamente perchè non sono di molta considerazione; in secondo luogo perchè a produrli potè, e spesso dovette concorrere anche l'inondazione generale, la quale come cagione molto efficace produsse grandi effetti in brevissimo tempo (Capo V.). Quanto agli altri, che si riconoscono come provenuti da non ordinarie escrescenze di acque, e massime marine, noi abbiamo già provato partitamente come essi si spieghino felicemente con quella straordinaria, e breve inondazione, che abbiamo assunta. Sarebbe pertanto inutile l' introdurre diverse inondazioni per ispiegarli, e di più sarebbero esse insufficienti, quando una di queste non fosse stata universale. In fatti avendo noi già dimostrato, che l' inondazione permanente, la quale cessò per diminuzione dell' altezza delle acque, è inetta a spiegare tali fenomeni (Capo II.), chiunque volesse spiegarli per replicate inondazioni, dovrebbe supporre che ognuna di queste fosse stata straordinaria, cioè che fosse intervenuta per uno straordinario ingresso di acque sulla superficie terrestre, e per un successivo ritiro delle medesime. Ora, ritenute le proposizioni stabilite nel Capo V., l' ingresso di straordinarie acque inondatrici non può intendersi se non in quattro modi, cioè o per elevazioni delle acque marine, o per eruzioni sotterranee di acque dai continenti, o per dirotte piogge, o per liquefazioni di ghiacci, e nevi permanenti. Queste ultime due maniere sono manifestamente insufficienti a spiegare i copiosi depositi marini che ora esistono a grandi elevazioni, cioè fino a 2200 tese sul livello del mare. L'eruzioni di acqua dai continenti, le quali riduconsi alle vulcaniche, possono bensì spiegare qualche parziale fenomeno, ma non il totale delle rivoluzioni secondarie, e massime gl' indicati depositi marini. Non possono dunque tali fenomeni derivarsi se non da elevazioni di acqua del mare: e quantunque si supponga, che esse sieno state moltiplici, in ogni modo conviene assumere, che ognuna di esse sia giunta a grande altezza, ed una almeno sia pervenuta sino alle

più

più alte cime, in vicinanza delle quali esistono corpi marini, cioè a dire conviene assumerne una, che sia stata universale, e straordinaria: e poichè si dimostrò, che l' universale inondazione non fu permanente a lungo tempo (Capo II.); perciò l' inondazione, che da altri si assumerebbe, coinciderebbe con quella già da me stabilita, ed essendo questa sola sufficiente alla spiegazione di tutti i fenomeni geologici, le altre devonsi rigettare come inutili, e mancanti altronde d' ogni pruova.

CXXXVI. Il motivo, per cui altri derivano da moltiplici inondazioni le rivoluzioni secondarie del globo, si è per ispiegare, come esse per cause naturali altronde note sieno intervenute. A tal fine essi così ragionano: In natura abbiamo esempj di molte forze atte a portare le acque a grande altezza, ed a produrre grandi inondazioni. Tali forze potettero agire interpolatamente in una lunga serie di secoli su diverse parti della superficie terrestre, e lasciare così da per tutto i vestigj di rivoluzione. E' dunque da dire, che realmente in una lunga serie di secoli sieno intervenute quelle interpolate inondazioni: giacchè altrimenti non troverebbesi in natura una ragione sufficiente delle indicate rivoluzioni.

CXXXVII. Questo argomento è del tutto vano, avendo noi già dimostrato, che alcuni fenomeni incontrastabilmente attestano una straordinaria, e simultaneamente generale inondazione, e che questa potè in breve produrre quelle rivoluzioni, per cui altri richiede un lunghissimo tempo. Il decidere poi se questa inondazione sia provenuta da cause naturali o no, dipende da altri principj, che a suo luogo saranno considerati. Qui però a maggiormente mostrare come i fondamenti della esposta argomentazione non sieno attendibili farò vedere, che la generale e straordinaria inondazione nella quale, come poc' anzi accennai, ogni ipotesi deve ricadere, o non fu prodotta da naturali cause, ovvero queste, se intervennero, dovettero produrre i loro effetti rapidamente, sì che la immaginata lunghezza di tempo sarebbe non solo inutile, ma anzi contraria alla natura delle forze intervenute.

CXXXVIII. Le forze impellenti, per cui si compì l' inondazione, dovettero derivare principalmente da elasticità, la quale dal calore massimamente dipende; ed il calore non può

di molto aumentarſi ſe non per l'azione del vivo ſuoco, come vedeſi anche nei vulcani. Ma il ſuoco non può accenderſi nè mantenerſi ſe non dentro a certi limiti. Perciocchè ad alimentarlo non ſolo richiedeſi un'atta materia, ma inoltre una grande quantità d' aria vitale; altronde in natura non appare una quantità di materia combuſtibile ſufficiente a produrre una molto grande quantità di fuoco, ovvero quand' anco eſſa eſiſteſſe naſcoſta, pure non troverebbeſi una quantità d' aria vitale ſufficiente a tenerla avvivata, e maſſime per lungo tempo. E veramente queſt' aria non potrebbe eſſere rapidamente fornita ſe non dall' atmosfera; e queſta è aſſai limitata, ſiccome quella che non ſi eſtende ſe non all' altezza di circa tre leghe ſopra il livello del mare preſente. Oltre a che l'atmosfera non contiene ſe non un quarto di tal aria vitale, e per altra parte lo ſteſſo copioſo ſviluppamento di arie flogiſticate, che ſuole derivare dai corpi infiammati, ſervirebbe a ſoffocarli, oſſia ad impedirne l' ulteriore combuſtione. Dalle recenti eſperienze ſappiamo, che un'oncia di carbone ardendo conſuma 4037 pollici di aria vitale, e ne produce 3021 di gaſſo mofetico ſoffocante anche del fuoco; e da queſti dati poſſiamo riconoſcere quanto piccola ſarebbe la quantità di fuoco, che potrebbe eſſere contemporaneamente alimentata, e mantenuta dall'atmosfera in confronto delle molte forze impellenti, che eſſo avrebbe dovuto mettere in azione per produrre una generale inondazione della terra. Per lo che dobbiamo dire, che o non avvi in natura una cauſa ſufficiente a produrla, o certamente che le forze meſſe in azione da queſta cauſa non potettero eſſere che di breve durata, producendo cioè in breve tempo effetti proporzionali alla loro attività, la quale, come già provai nella propoſizione VII al Capo V, non potè formare una generale inondazione ſe non eſſendo di una ſomma intenſità.

CXXXIX. I fenomeni, che da altri riguardanſi come lavoro di lunghiſſimo tempo, già furono in gran parte da me eſaminati nei riſpettivi capi, a cui appartenevano: e qui ſolo mi rimane a dire di alcuni altri, che altrove non potevano aver luogo. Il Cavaliere de *Montloſier* (Eſſai ſur la theorie des volcans d'Auvergne), oſſervò nei Pirenei il mon-

te d'oro, che è elevato circa 1100 tese sul mare, intorniato di varie creste composte di lave; il simile egli osservò nel Puy-de-Chopine poco distante dal Puy-de-Dome, che è elevato 800 tese, come pure a Chanturgue presso Clermont, a Chateaudoux, a Charade, ed a Gergovia. Tali lave vi sono disposte in correnti, e perciò indicano, che quelle creste isolate erano valli: il che viene confermato dal vedersi quelle lave sopra un letto composto di ciotoli, e di sabbie, che dovettero essere trasportate da fiumi, i quali non potevano decorrere se non in valli. Vedendo pertanto in queste creste le valli mutate in monti, ed i monti cangiati in valli, conchiude che tali cangiamenti non possano essere intervenuti se non nelle rimotissime epoche Buffoniane. Chiunque s'immagina di vedere in quelle cime le rughe del tempo conviene, che sia assai fanciullo nella cognizione della natura. Le cagioni di tali cangiamenti certamente agirono o sopra la superficie di que' contorni, o al disotto. Se furono superiori alla superficie, esse si riducono o ad acque, o all'azione dell' atmosfera; e se queste cagioni avessero agito lentamente su tutti que' contorni, avrebbero dovuto, come generalmente interviene, distruggere anche quelle cime residue nel tempo che distruggevano i monti ad esse laterali, e li riducevano in valli; e tanto più quanto che quelle lave riposavano su di un terreno poco fermo, come sono i ciotoli, e le sabbie. Non può dunque derivarsi l'effetto da lente cagioni superiori alla superficie: e però converrà riportarsi a cagioni sotterranee; e queste nel loro effetto riduconsi a diroccamenti ed abbassamenti dei monti per innanzi esistenti. Ora le cagioni di questi abbassamenti sono o cedimento di terreno per l'esistenza di caverne sotterranee, ovvero moti convulsi, come di tremuoti, o di vulcani. Ma tali cagioni per natura non agiscono lentamente, anzi possono, e sogliono in brevissimo tempo produrre il loro effetto. Noi nell' osservazione non abbiamo dati sufficienti per determinare l' epoca, in cui questi cangiamenti sieno accaduti, potendo essere intervenuti prima o anche dopo l' inondazione da me assunta; a me però basterà il provare, che verisimilmente intervennero nell' atto dell' inondazione medesima. Io concedo, che prima di questa esistessero vulcani: dalle eruzioni loro pro-

vennero quelle correnti di lave, che andarono a soprapporsi ai ciotoli, ed alle sabbie allora esistenti in valli. Ma essendo vulcanici quei contorni, dovettero esistervi varie caverne, e nello sconvolgimento di natura, che accompagnò l' inondazione, rovinarono per tremuoti o per altre cagioni quelle cavernose montagne, e parte si abbassò nelle sottoposte cavità, parte essendo sfrantumata su trasportata al basso ajutata anche dalle acque inondatrici; ed intanto rimasero quelle cime isolate in quanto che erano appoggiate su monti di base più ferma, o meno urtata dalle perturbatrici forze.

CXL. L' altra osservazione rivolgesi su quei ciotoli rotondati, che a considerabili altezze incontransi o staccati, oppure uniti in brecce, nei quali piace a taluno di riconoscere il tempo quasi per vecchiezza sdentato, in quanto che sembrano dimostrare l'una delle due cose, cioè che i fiumi tempo fa decorsero ad altezze assai maggiori, e che per giugnere alle bassure presenti abbia dovuto passare un lunghissimo tempo, ovvero che le pendenze, su cui si trovano, sieno state le coste di un mare permanente.

CXLI. Sieno pure quei ciotoli, se così piace, stati rotolati dai fiumi decorrenti da monti più elevati, che ora non più esistono, e sieno stati pur anco valli quelle pendenze o alture, su cui questi sassi ora giacciono. Tuttociò ha una facile spiegazione in cagioni rapidamente agenti. Prima della straordinaria inondazione i fiumi montuosi erano generalmente più elevati di quel che ora sono. Le dirotte piogge, che sul principio dell'inondazione formarono precipitosi torrenti, furono cagione, che questi scavassero alvei assai profondi, i quali potettero anche divenire tanto ampj da formare positive valli; ed in questi nuovi cavi di poi si abbassarono i fiumi che rimasero permanenti. Allo stesso profondamento degli alvei concorsero anche le correnti, che nel ritiro delle acque si formarono. Così dunque si ha una cagione rapida, per cui i fiumi si abbassarono di letto; e questa è da preferirsi alla lenta azione di acque ordinarie, che altri assume come cagione non solo dell'abbassamento degli alvei, ma anche della formazione delle valli; la qual lentezza altronde non mai potrà conciliarsi col complesso di altri fenomeni.

CXLII. Vediamo ora la cagione, per cui sieno divenuti monti quei siti che erano valli o letti di fiumi. Io accorde-

rò che ciò sia intervenuto in quanto che diroccarono i monti, che si alzavano sulle valli antiche, le quali ora formano considerabili alture. Resta dunque da vedere, se sia più verisimile, che il diroccamento sia intervenuto per lente, oppure per rapide cagioni. L'argomento poc'anzi arrecato (§. CXXXIX) ci determina a dire, che l'effetto fu rapidamente prodotto: altronde nella straordinaria inondazione abbiamo le corrispondenti cagioni. Le rapide correnti, che in quella si formarono, gli urti dei sassi da quelle portati, ed altri perturbati moti dovettero demolire le cime di molte montagne, oppure attaccare la loro base a diverse altezze, e determinare le parti soprastanti alla caduta. Aggiungansi i tremuoti, che probabilmente avranno agito in quello sconvolgimento di cose, o che certamente possono avere agito anche dopo l'inondazione; e così si avranno cagioni più che sufficienti all'effetto divisato senza introdurre una immaginaria lunghezza di tempo. Nissuno certamente potrà dubitare, che in quella straordinaria inondazione molte montagne siensi rovesciate, altre ne sieno state fabbricate, e molte nuove valli si sieno aperte.

CXLIII. Per altro può anche un'altra cagione aver portate a diverse altezze i sassi rotolati, e le brecce che ora vi si trovano. Le correnti, che si formarono nella straordinaria inondazione, ben potettero averli trasportati da lontano, e depositati colà ove ora si trovano. Tale spiegazione può massimamente applicarsi a quelle brecce calcaree dell'isola d'Aube, su cui il Sig. *Fortis* trovò arena quarzosa, come pure agli strati calcarei d'un colle d'Ostrovitza, su cui trovò arena ora quarzosa ora mista con corpi marini esotici (Viag. in Dalmazia p. 37 t. I.). Le brecce e gli strati si depositarono nel tempo che le acque inondatrici si ritiravano, ed una corrente carica di queste sabbie le soprapposе alla sostanza calcarea. Ciò tanto più è verisimile in quanto che, secondo le di lui osservazioni, non trovansi in quelle vicinanze monti quarzosi, ed altronde in vicinanza vi sono depositi di vermi marini esotici: onde il trasporto non può essersi fatto se non da rapida corrente, che venisse da lontano in tempo di una straordinaria inondazione.

CXLIV. Generalizzando le idee poc'anzi esposte

ritenere, che ognuna delle grandi rivoluzioni terrestri da altri attribuita al lavoro di lunghissimo tempo è anzi da riguardarsi come effetto di rapidissima cagione. Se le cagioni, da cui derivarono gli effetti, sono parziali, come fuochi, ed acque agenti soltanto in certi siti, allora abbenchè ogni effetto considerato separatamente sia stato prodotto in breve tempo, pure il complesso delle rivoluzioni può essersi compito succedendosi l' una all' altra con un intervallo di tempo più o meno grande; ed il determinare la durazione di ogni intervallo, e del tempo totale dipenderà da altri principj. Ma se gli effetti derivano da una cagione generale, per esempio da una universale, e straordinaria inondazione, quelli devono essere stati prodotti non solo rapidamente, ma anche contemporaneamente alla durata dell' inondazione medesima: le quali cose già furono partitamente da me dichiarate ai proprj loro luoghi.

CAPO VIII.

Della cagione d' onde derivarono le eruzioni acquee, e le piogge inondatrici del globo.

CXLV. Nella spiegazione dei fenomeni geologici io ho assunto, e provato, che questi sieno provenuti da una straordinaria, e generale inondazione prodotta da eruzioni sotterranee, e da dirotte piogge. Rimane pertanto a determinare la cagione, d' onde queste derivarono. In questa investigazione ognuno concederà, che non devonsi introdurre nuovi generi di forze, ma soltanto modificazioni delle già esistenti, quando pure queste bastino all' effetto. Un aumento nella velocità di rotazione della terra, uno straordinario sviluppamento di calore sotterraneo sarebbe stato sufficiente. Ma rimarrebbe ancora a determinare l' agente, che operò tale aumento o sviluppamento. Questa ricerca non sembra potersi fare se non colla guida della Storia, dalla quale pure deve dipendere la soluzione di altre quistioni relative a quello sconvolgimento di natura, cioè a dire come per esempio vi si sieno conservate molte specie di corpi organizzati non acquatici, quale sia l' epoca, in cui quello intervenne, e simili. Essendo già questa mia Memoria di troppo cresciuta tutti questi ed altri relativi oggetti io riservo ad altra opera, che

sarà *Delle epoche geologiche conciliate colle storiche*. La prima epoca comincierà dalla riduzione del globo terrestre in forma abitabile dai presenti corpi organizzati. Nella seconda io parlerò dei varj diluvj, di cui si ha memoria nelle Storie, e nei Poeti, e determinerò se tra questi siavene alcuno che corrisponda alla inondazione da me stabilita sulle osservazioni geologiche. La terza sarà dell'epoca tra tale inondazione ed i nostri tempi.

CXLVI. Nell' oggetto da me accennato per la seconda epoca ognuno si avvederà, che io alludo massimamente alla storia Mosaica, siccome quella che ci parla di un diluvio universale intervenuto appunto con quelle circostanze che io ho assunte per istabilire una generale, straordinaria, e breve inondazione della terra: onde taluno forse richiederà da me, che io su di quella in questo luogo mi dichiari: il che io pur farei quando con poche parole si potesse sottrarre agli insulti meno che filosofici, con cui altri tentò di screditarla. Al presente pertanto io mi accontenterò di fare le seguenti riflessioni. La narrazione del diluvio Mosaico o è la più verace, ed interessante storia dell' uomo, o la più sublime poesia, che mai fu immaginata. La novità, e grandezza dell' argomento forma il principale pregio di un poema. In confronto dell' universale naufragio, in cui ad uno sdegnoso cenno del Supremo Moderatore della natura la terra in seno a se stessa si perde, e nel medesimo tempo con provida aura tranquillo vi galleggia un naviglio riservato alla di lei ripopolazione, che cosa è mai l' incendio di Troja cantato da *Omero*, e da altri prima, e dopo di lui cogli accompagnamenti delle ire di Giunone, del tempestoso Eolo, e di altre più lusinganti invenzioni? La grandezza dell' oggetto fu certamente quella, che ritenne i sommi ingegni dal cantare l' eccidio della terra: giacchè dovettero avvedersi, che il volerlo abbellire colla poesia sarebbe stato lo stesso come colorire il Laocoonte del Vaticano, o il Gladiatore del Campidoglio. Essendo pertanto grandioso il pensiero, ed essendo altronde esposto con una non minore semplicità, convien dire, che l' autore fosse ispirato da un Nume più verace del Dio di Parnasso; cioè conviene riguardare la sua narrazione come un sublime poema senza invenzione, e senza metro; che è quanto a dire come una importante istoria divinamente ispirata.

Senza dubbio la narrazione di Mosè in tuttociò che riguarda le circoſtanze di una univerſale inondazione, corriſponde alle oſſervazioni geologiche, come appare dalle precedenti propoſizioni. Perlochè quella ha il diritto di eſſere ammeſſa anche in quelle circoſtanze che non potevano laſciar ſulla terra alcun veſtigio per eſſere riconoſciute, come ſono gli immediati conſigli del Supremo Nume.

CXLVII. L'argomento mi rapiſce ad accennare qui qualche altro inſigne tratto della ſtoria di Mosè, che per la ſemplicità dell'eſpoſizione non ſembra attendibile, ma che trovaſi conforme alle più ben ſondate teorie della terra. Ci eſpone egli la preparazione della terra all' abitazione dell' uomo dicendo che Dio diviſe le acque dalla terra ferma: il che ſuppone che il globo terreſtre foſſe un fluido acqueo miſto con ſoſtanze atte a conſolidarſi; e ciò trovaſi ora tanto conforme alla interna ſtruttura dei continenti, che niſſuno dei buoni Geologi più dubita, che il globo abbia avuta quella fluidità, e che vi ſia intervenuta l'accennata ſeparazione. Il mezzo, con cui la Creatrice mano ſece queſta diviſione, non ci viene indicato dallo Storico; ma ſolo ci dice, che fu fatta nel terzo giorno: il che indica che fu rapidamente compiuta quando pure per un giorno non ſi voglia intendere una lunga epoca: la qual coſa nel preſente caſo ſarebbe fuori di propoſito. Ora nell' ipoteſi, che al globo fluido ſia ſtata comunicata la forza di rotazione, queſta dovette rapidamente produrre una diſtinzione in mari, e continenti, come già provai nella Teoria della terra. Altronde queſta forza non potè derivare ſe non da mano Creatrice, ed allora appunto quella deve dirſi comunicata al globo, quando queſta era occupata nella formazione del medeſimo. E' pertanto del tutto veriſimile, che il mezzo per cui fu compiuta quella ſeparazione, ſia ſtato appunto la comunicazione della forza ruotante; ed in ogni modo la narrazione nell'unica circoſtanza che accenna, cioè nella rapidità della ſeparazione, concorda con quella teoria della terra, che io ho ſtabilita ſulle più accertate oſſervazioni.

CXLVIII. Lo ſteſſo Legislatore degli Ebrei ci dà un breve traſunto delle epoche dall'abitazione della terra ſino a que' tempi, che per altre ſtorie vengono uniti coi ſeguenti,

e continuati

e continuati di poi ſino a noi. Quanto queſte epoche concordino colle oſſervazioni geologiche, ſarà da me provato nell' opera accennata deducendo ciò dalla piccola quantità di ghiacci alpini e polari, dalla grande capacità tuttavia eſiſtente nei ſeni in cui sboccano i più grandi fiumi, dalla freſca conſervazione del rinoceronte foſſile della Siberia, e di molte reliquie di animali marini. Il tutto ſarà confermato moſtrando quanto ſieno favoloſe le lunghe epoche, che alcune nazioni producono, e di cui altri inettamente ſi ſervirono per impugnare le Moſaiche. Su di che ſtimo di dover qui anticipare una rifleſſione, che mi ſi preſentò in quelle prodotte dagli Indiani riputati i più antichi abitatori della terra. Eſſi ci dicono, che il mondo deve durare 4320000 anni diviſi in quattro età, delle quali la prima durò 1728000 anni, la ſeconda 1296000, la terza 864000, e la quarta che è di 432000 va tuttavia proſeguendo. Eſaminando queſti quattro numeri eſſi preſentano tutti i caratteri per eſſer riputati cabaliſtici. Primamente ognuno è diviſibile per molti numeri, e maſſime per 1, 2, 3, 4, cioè pel numero indicante la prima, la ſeconda, la terza, e la quarta età. Di più ciaſcuno è diviſibile per 120; il qual numero riſulta dalla moltiplicazione dei quattro numeri 1 2 3 4 e del 5, che indica il quinto gran numero riſultante dalla ſomma delle quattro età. Di queſte età la prima altro non è che il cubo di 120; la ſeconda è la metà della ſomma della prima, e della terza; la terza è la metà della prima; e la quarta è la metà della terza. Ora le epoche reali non mai ſi trovano terminate in numeri così rotondi, sì che ſieno diviſibili per 1000, come ſono queſti. Di più non è veriſimile, che in epoche reali ſi trovino tanti rapporti così regolari come quelli che ho indicati. Altronde ſcopreſi manifeſtamente la cabala nello ſcopo prefiſſo al totale delle età, che è d' indovinare il termine del mondo. Convien dunque dire che le Indie abbiano avuto prima della Francia qualche Conte di *Buffon* facitore di Epoche della Natura.

CXLIX. Ritenute queſte poche rifleſſioni, e le pruove da me arrecate di una ſtraordinaria, univerſale, e breve inondazione, ſi può ſenza ardimento aſſerire, che chiunque ſi oppoſe alla ſtoria Moſaica fu o un ragionatore ſenza oſſervazioni, o un oſſervatore ſenza principj.

INDICE

DEI CAPI CONTENUTI NELLA SECONDA PARTE DELLA MEMORIA GEOLOGICA.

INTRODUZIONE . . . . *pag.* 389
CAPO I. *Degli argomenti comprovanti, che la terra dopo di essere abitata fu inondata sino oltre le più alte cime dei monti* 392
CAPO II. *Argomenti ed osservazioni, che direttamente escludono una permanente e lunga inondazione di tutta la superficie terrestre, da che fu abitata* 397
CAPO III. *Delle circostanze che devonsi assumere per mostrare un' esatta corrispondenza tra le rivoluzioni secondarie della superficie terrestre, ed una generale straordinaria, e breve inondazione della medesima* 404
CAPO IV. *Sui diversi stati, ed effetti generali delle acque inondatrici nel breve tempo della loro permanenza sulla superficie terrestre* 408
CAPO V. *Pruove dirette dei dati assunti nel Capo III. per determinare l' idea di una generale inondazione esposte in distinte proposizioni* 424
PROPOSIZIONE I. *Allorachè cominciò la generale, e straordinaria inondazione del globo, il mare era press' a poco al presente livello* 424
PROPOSIZIONE II. *Prima che il globo fosse universalmente inondato l' asse terrestre avea per rapporto all' equatore presente quasi la stessa situazione, che ora vi si osserva, nè si mutò durante l' inondazione medesima* 425
PROPOSIZIONE III. *Il clima geografico della superficie terrestre antecedentemente all' inondazione generale era press' a poco eguale al presente; nel clima fisico però per l' inon-*

dazione intervennero ſenſibili variazioni maſſime per rapporto alla vita e ſuſſiſtenza dei corpi organizzati . 430

PROPOSIZIONE IV. *Alloraché cominciò la generale inondazione eſiſtevano le ſpecie dei corpi organizzati ora viventi* 437

PROPOSIZIONE V. *Sottoterra eſiſtevano, e tuttavia eſiſtono acque ſufficienti ad una generale inondazione della ſuperficie terreſtre* 444

PROPOSIZIONE VI. *L'inondazione generale provenne parte da dirotte pioggie, e parte de acque elevateſi da ſotterranee caverne* 445

PROPOSIZIONE VII. *Le acque inondatrici dovettero in breve tempo, che potette eſſere non maggiore di 40 giorni, giugnere dal mare preſente ſino ſopra le più alte montagne; e per ritirarſi al precedente livello non era neceſſario un tempo maggiore di un anno* 448

CAPO VI. *Sulla corriſpondenza dei ſingoli fenomeni geologici colla ſtraordinaria, e breve inondazione determinata nel Capo III*. 452

ARTICOLO I. *Su diverſi corpi organizzati eſotici ai climi ove ora ſi trovano foſſili* 452

ARTICOLO II. *Sugli elefanti, ed altri grandi animali terreſtri, che trovanſi foſſili maſſime nella Siberia, ed in particolare ſul rinoceronte colà trovato coperto ancora della ſua pelle* 454

ARTICOLO III. *Sui peſci impietriti, o foſſili, e maſſime ſu quelli che trovanſi nel monte Bolca* 460

ARTICOLO IV. *Sulla quantità, ed altre circoſtanze delle conchiglie foſſili* 464

ARTICOLO V. *Sugli ammaſſi di conchiglie, e di altri corpi organizzati foſſili diſtinti in famiglie, o ſpecie* 469

ARTICOLO VI. *Sulle foladi, ed altri vermi marini foſſili, che ſembrano eſſere nello ſteſſo ſito in cui viſſero* 470

ARTICOLO VII. *Sui monti calcarei, ed altri depoſiti ſecondarj* 475

ARTICOLO VIII. *Sui maſſi granitoſi, ed originarj, che trovanſi ſparſi a diverſe altezze ſui monti ſecondarj* 479

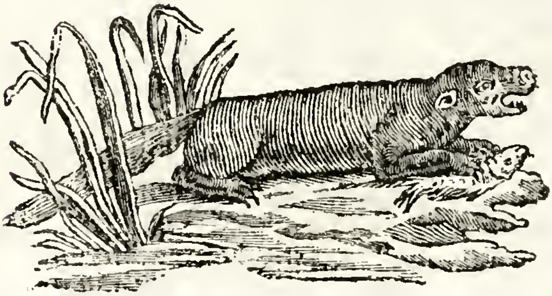
ARTICOLO IX. *Sulla corriſpondenza delle ſtratificazioni e delle materie in monti tra loro ſeparati per l'interpoſizio-*

ne di ſtretti di mare, e di valli 482

ARTICOLO X. *Sui vulcani ſubacquei, e maſſime ſui monti compoſti di ſtrati alternativi di lave, e conchiglie, ed anche di terra vegetale* 483

CAPO VII. *Eſame dell' opinione di chi aſcrive le rivoluzioni ſecondarie a replicate inondazioni, o ad altre cagioni intervenute in una indefinita ſerie di ſecoli* 487

CAPO VIII. *Della cagione d' onde derivarono le eruzioni acquee, e le piogge inondatrici del globo* 494



RIFLESSIONI

SULL' INTEGRAZIONE DI QUELL' EQUAZIONI, LE QUALI NON SODDISFANNO ALLE CONDIZIONI D' INTEGRABILITA'

Del Signor Pietro Paoli.

E' Noto che dell' equazioni differenziali tra tre o più variabili altre ammettono una equazione di un ordine inferiore, che ad esse soddisfà, e ne è l' integrale completo, altre nò. Dai Sigg. *Euler* e *Fontaine* per l' equazioni differenziali del prim' ordine, e dal Sig. Marchese di *Condorcet* per quelle degli ordini superiori sono state date le condizioni necessarie, perchè il primo caso abbia luogo. I Geometri hanno credute assurde ed impossibili tutte l' equazioni del secondo caso, perchè hanno pensato che una equazione differenziale non potesse esprimere una proprietà reale, se la medesima proprietà non era esprimibile da una equazione finita. Ma così pensando hanno attribuito ai criterj d' integrabilità più di quello, che loro conveniva in vigore de' principj, ond' erano stati dedotti. Poichè se in una data equazione queste condizioni non hanno luogo, non se ne può concludere che la proposta sia in qualunque senso assurda, ma che sia tale solo nell' ipotesi, alla quale è appoggiata la ricerca de' criterj medesimi, cioè che tutte le variabili dell' equazione, fuorchè una, siano tra loro indipendenti. Onde la conseguenza, che si deve dedurre dai criterj non soddisfatti, non è che la proposta sia assurda, ma che in essa tutte le variabili fuorchè una non possono essere indipendenti. E se si assumono tra queste variabili dei rapporti, che non essendo per alcuna parte determinati, sono perciò rilasciati al nostro arbitrio, la proposta esprimerà allora un rapporto reale tra tutte le variabili. Per fissar le idee supponghiamo che sia data una equazione differenziale tra le tre variabili x,

y, e z. Se essa soddisfà alle condizioni d'integrabilità, si potrà integrare nell'ipotesi, che le variabili x ed y siano tra loro indipendenti, e l'integrale riferito alla Geometria esprimerà una superficie curva. Se poi i criterj d'integrabilità non sono soddisfatti, la proposta non potrà sussistere, allorchè le variabili x ed y si riguardano come tra loro indipendenti, e non rappresenterà alcuna superficie. Ma poichè le variabili x ed y devono tra loro dipendere, se prendiamo una equazione qualunque tra x ed y, la proposta combinata con questa sarà integrabile, e l'integrale soddisfarà alla proposta, se insieme con esso avrà luogo l'equazione assunta tra x ed y. Cioè in questo caso la proposta non rappresenterà una superficie curva, ma una curva di doppia curvatura, espressa dalle due equazioni precedenti: e la curva di doppia curvatura risolverà il problema in questo caso, come nell'altro lo risolveva la superficie curva.

Il Sig. *Monge* il primo ha rilevata l'inesattezza di questo giudizio de' Geometri nelle Memorie della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno 1784. Questo gran Geometra ha osservato *a priori*, che l'equazioni riputate assurde, se si riferiscono alla Geometria, rappresentano proprietà reali dell'estensione, e perciò esse sono reali. Ma quella proprietà, che è espressa in una sola equazione differenziale, non si può rappresentare con una sola equazione finita, ma richiede necessariamente due o più equazioni. In fatti, allorchè quest'equazioni non comprendono che tre sole variabili, apparrengono, come abbiam detto di sopra, ad una curva di doppia curvatura; ed ognun sa che le curve di doppia curvatura non si possono esprimere in termini finiti, che mediante due equazioni. Tutte pertanto l'equazioni differenziali, tanto quelle che soddisfanno alle condizioni d'integrabilità, che quelle, le quali non sono alle medesime condizioni soggette, ha trovato il Sig. *Monge* esser capaci di una vera integrazione, con questa differenza però, che l'integrale delle prime è espresso da una sola equazione, mentre quello delle seconde non può esprimersi che col sistema di più equazioni simultanee.

L'oggetto di queste ricerche è quello d'illustrare questo nuovo ramo di Calcolo Integrale, e di dedurre la teoria di

queſt' equazioni da conſiderazioni puramente analitiche. Quantunque ſia più luminoſa la ſtrada tenuta dal Sig. *Monge*, la quale fa ſubito vedere, che quell' equazioni eſprimono una proprietà reale dell' eſtenſione, e dalla natura di queſta proprietà deduce l' integrale di quelle; pure ſembra più diretto il ricavare la ſoluzione di un problema analitico dai ſoli principj del Calcolo, tanto più che non ſi può queſto problema alla Geometria riferire, quando le variabili ſono più di tre. Si può in queſto modo più accuratamente giudicare del numero dell' equazioni integrali e della forma delle funzioni arbitrarie, che ſono in eſſe compreſe: ſu' quali due articoli ſon giunto ad alcuni riſultati non conformi a quei del Sig. *Monge*, i quali ſottopongo al giudizio de' Geometri.

ARTICOLO I.

Dell' equazioni del prim' ordine, nelle quali le differenze ſon lineari.

I. Supponghiamo che ſiano date due equazioni

$$\left.\begin{aligned} dz - Mdz - Ndy &= 0 \\ dz - Pdx - Qdy &= 0 \end{aligned}\right\} (a)$$

ove M, N, P, e Q ſiano funzioni delle variabili x ed y. Quantunque in ciaſcuna di queſt' equazioni le condizioni d' integrabilità non ſiano ſoddisfatte, pure conſiderate inſieme eſſe ſono reali, e determinano il valore di y e di z in x. Infatti ſe ne deduce

$$(M - P)\,dx + (N - Q)\,dy = 0,$$

e queſta equazione, non contenendo che due ſole variabili, è ſempre integrabile, ed il di lei integrale ci dà il valore di y in x. Si ſoſtituiſca queſto valore di y in una delle due prime equazioni, e queſta dopo la ſoſtituzione non conterrà che due variabili. Sarà dunque integrabile, e ſe ne potrà determinare il valore di z in x. Ne ſegue, che ciaſcuna delle due equazioni precedenti conſiderata da ſe ſola non ci dà alcun rapporto tra le variabili x, y, e z: ma ſe ſi combina con l' altra, il ſiſtema di queſt' equazioni determina due delle variabili x, y, e z per la terza. Abbiamo ſuppoſto che nelle quantità M, N, P, e Q non ſia contenuta la z;

ſe vi foſſe compreſa, ciò non ſarebbe altra differenza, ſe non che l'eliminazione di z non ſarebbe così facile.

Se foſſe data una ſola dell'equazioni (a), quella da per ſe ſola non ci darebbe alcuna relazione tra le variabili x, y, e z, poichè due di eſſe non poſſono eſſere tra loro indipendenti a motivo de' criterj d'integrabilità non ſoddisfatti, ma dovrebbe combinarſi con un'altra equazione. Queſta ſeconda equazione non eſſendo data, il problema, in cui ſi cerca l'integrale della prima, ſarà in certa maniera indeterminato, e potrà prenderſi per ſeconda equazione quella, che più ci piacerà. Ma poichè l'oggetto di queſta ſeconda equazione è di ſtabilire col mezzo di eſſa un rapporto tra due delle variabili, per eſempio tra x ed y, potremo ſubito ſupporre che eſſa ſia $y = \phi . x$, eſſendo $\phi . x$ una funzione qualunque arbitraria di x. Soſtituito queſto valore di y nella propoſta, eſſa diventerà un'equazione tra due ſole variabili z ed x, ed eſprimerà un rapporto reale tra z ed x: e queſto rapporto tra z ed x eſpreſſo in termini finiti, e combinato coll'equazione $y = \phi . x$ ſarà l'integrale dell'equazione propoſta. L'integrale pertanto di una equazione, nella quale le condizioni d'integrabilità non ſono ſoddisfatte, è contenuto in due equazioni, che devono aver luogo nel medeſimo tempo; e queſt'equazioni contengono una funzione arbitraria.

Sia data per eſempio l'equazione non integrabile da ſe ſola, $dz = aydx + bdy$, ove a e b ſono quantità coſtanti: facciamo $y = \phi . x$, e ſoſtituendo queſto valore, e ponendo $\frac{d . \phi . x}{dx} = \phi' . x$, $\frac{d . \phi' . x}{dx} = \phi'' . x$, ec. avremo $dz = adx\phi.x + bdx\phi'.x$, ed integrando $z = a\int dx\phi.x + b\phi.x$. Quindi l'integrale della propoſta è compreſo nelle due equazioni $z = a\int dx\phi.x + b\phi.x$, ed $y = \phi.x$, o ſia (poſto $\int dx\phi.x = \psi.x$ per evitare il ſegno ſommatorio) nelle due ſeguenti $z = a\psi.x + b\psi'.x$, ed $y = \psi'.x$. Infatti ſoſtituendo queſto valore di z nell'equazione $dz = aydx + bdy$ avremo $adx\psi'.x + bdx\psi''.x = aydx + bdy$, la qual equazione è identica a motivo di $y = \psi'.x$, e $dy = dx\psi''.x$.

Se vogliamo trasferire queſte coſe alla Geometria, e conſideriamo x, y, e z come le tre coordinate di una ſuperficie curva,

cie curva, le due equazioni $z = a\psi.x + b\psi'.x$, ed $y = \psi'.x$ esprimeranno due curve, una situata nel piano delle z ed x, l'altra nel piano delle x ed y. Queste due curve saranno le projezioni di una curva di doppia curvatura, i punti della quale soddisfaranno a quel problema, che ci ha condotti all' equazione proposta, perchè questi punti sono determinati dalle due equazioni, che considerate insieme soddisfanno all'equazione proposta, e ne formano l'integrale. Siccome $\psi.x$ è arbitraria, infinite saranno le curve di doppia curvatura, che soddisfanno; e ciò doveva succedere in un problema indeterminato, in cui possiamo prendere una equazione ad arbitrio, la quale secondochè diversa si assume, diverso ne deve nascere l'integrale delle due equazioni insieme combinate. Tutte però le soluzioni particolari sono comprese nelle due equazioni trovate, le quali hanno perciò il carattere d'integrale completo. Se per avere una soluzione particolare facciamo $\psi.z = x^2 + cx + e$, e quindi $\psi'.x = 2x + c$, avremo $z = ax^2 + (ac + ab)x + ae + bc$, $y = 2x + c$, le quali ci mostrano che al problema soddisfà la curva nata dall'intersezione di un piano condotto lungo la retta dell' equazione $y = 2x + c$ con la superficie dell'equazione $z = a(x^2 + cx + e) + by$. E quantunque questa curva sia di semplice curvatura, pure ritenendo le coordinate x, y, e z non possiamo rappresentarla che per mezzo di due equazioni.

Il problema dell' equazione precedente potrebbe enunciarsi così: trovare una curva di doppia curvatura, in cui sia $\frac{dz}{dx} = ay + b\frac{dy}{dx}$. Questa enunciazione ci fa vedere che il problema è indeterminato; poichè una curva di doppia curvatura è determinata, quando sono dati i rapporti $\frac{dz}{dx}$, e $\frac{dy}{dx}$. Ora questo problema dandoci il primo rapporto per il secondo, lascia questo pienamente al nostro arbitrio, e perciò possiamo supporlo qualunque. Se invece si proponesse di trovare una superficie, in cui fosse $\frac{dz}{dx} = ay + b\frac{dy}{dx}$, questa sola equazione basterebbe allora per determinare il problema;

ma l'equazione di condizione non soddisfatta ci avverte che una tal superficie non esiste.

II. Quantunque posta $y = \phi.x$ l'equazione differenziale tra tre variabili si riduca ad esser tra due sole, e perciò capace d'integrazione secondo i soliti metodi; pure questa integrazione sarà per lo più assai difficile, e la difficoltà in gran parte nascerà dalla funzione arbitraria $\phi.x$, che vi si è introdotta. Quindi per ottenere l'integrale in termini finiti converrà ricorrere ad altri artifizj. Incominciamo dal cercare un integrale particolare, perchè da quello potremo poi dedurre l'integrale completo. Data l'equazione $Adz + Bdx + Cdy = 0$ non integrabile da se sola, siccome possiamo prenderne un'altra ad arbitrio, che abbia luogo insieme con lei, prendiamo un'equazione qualunque $M = \alpha$, ove sia M una funzione determinata di x ed y, ed α una costante arbitraria. Per mezzo di questa equazione eliminiamo dalla proposta una delle variabili, ed il di lei integrale sia allora $N = \beta$, essendo β la costante arbitraria introdotta dalla integrazione. Le due equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$ considerate insieme soddisfaranno alla proposta, e ne saranno perciò un integrale particolare. Riguardo alla funzione M, bisogna proccurare di prenderla in modo, che dalla proposta combinata coll'equazione $M = \alpha$, ne nasca una equazione facilmente integrabile. Ma in qualunque modo si prenda, si avrà sempre un'equazione tra due variabili, l'integrazione della quale si suppone data, quando si tratta dell'equazioni tra tre variabili.

Trovato un integrale particolare, potremo da questo dedurre l'integrale completo, usando il metodo immaginato dal Sig. *de la Grange* di far variar le costanti, il qual metodo ha tanto contribuito all' avanzamento dell' Analisi. A quest' oggetto si osservi, che l'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$ soddisfanno all'equazione proposta, allorchè α, e β sono quantità costanti; e perciò sostituiti i valori di dz, e di dy ricavati dall'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$ nella proposta, essa diventa identica. Se adesso supponghiamo α e β variabili, la proposta sostituendovi i valori di dz e di dy, non sarà più identica, ma diventerà della forma $md\alpha + nd\beta = 0$. Facciamo $\beta = \phi.\alpha$, e questa equazione ci darà $m + n\phi'.\alpha = 0$: e

quindi alla propoſta ſoddisfanno l'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$, anche quando α e β ſon variabili, purchè abbia luogo l'equazione $m + n\varphi'.\alpha = 0$. L'integrale pertanto della propoſta ſarà eſpreſſo dalle tre equazioni $M = \alpha$, $N = \varphi.\alpha$, $m + n\varphi'.\alpha = 0$, cioè eliminata α dalle due equazioni $N = \varphi.M$, $m + n\varphi'.M = 0$.

Prendiamo per eſempio l'equazione

$$ydy + ydx + xdz = 0$$

nella quale non ha luogo la condizione d'integrabilità.

Ponghiamo $x + y = \alpha$, e ſoſtituito il valore di x nella propoſta, eſſa ci darà $dz = 0$, cioè $z = \varphi.\alpha$. Facendo adeſſo α variabile, e ſoſtituendo nell'equazione data i valori di dx e di dz preſi dall'equazioni $x + y = \alpha$, $z = \varphi.\alpha$ troveremo $y + x\varphi'.\alpha = 0$. Quindi l'integrale della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni $z = \varphi(x + y)$, $y + x\varphi'(x + y) = 0$.

Ponghiamo $x - y = \alpha$, ed avremo $2ydy + (y + \alpha)dz = 0$, cioè $2y - 2\alpha \log. (y + \alpha) + z = \varphi.\alpha$. Quindi una dell'equazioni integrali ſarà $z + 2y - 2(x - y) \log. x = \varphi(x - y)$, e l'altra ſi troverà $2x + y + 2x \log. x + x\varphi'(x - y) = 0$.

Ponghiamo $x = \alpha y$, e ſoſtituito queſto valore di x la propoſta diventerà $(1 + \alpha) dy + \alpha dz = 0$, cioè $\alpha z + (1 + \alpha)y = \varphi.\alpha$. Facendo variare α troveremo $z = \varphi'.\alpha$: onde le due equazioni integrali della propoſta ſaranno $x + (z + y) + y^2 = y\varphi.\frac{x}{y}$, e $z = \varphi'.\frac{x}{y}$. Aſſumendo altr'equazioni tra x ed y troveremo lo ſteſſo integrale eſpreſſo in infinite forme diverſe.

Se nell'equazione $M = \alpha$ noi facciamo $M = x$, o $= y$, o $= z$, il noſtro metodo ſi ridurrà ad integrare la propoſta nell' ipoteſi, che una delle quantità x, y, z ſia coſtante. Se l'integrale della propoſta è in queſta ſuppoſizione $N = \beta$, ſarà $N = \varphi.x$ (ſe per eſempio x è ſtata ſuppoſta coſtante) una dell'equazioni integrali, e l'altra ſi dedurrà dal paragone del differenziale di $N - \varphi.x = 0$ preſo nell'ipoteſi che anche la x varj con la propoſta. Queſto metodo è quel medeſimo, che ſi ſuole adoprare per l'equazioni da ſe ſole integrabili, ſe non che la ſeconda equazione ſerve allora a determinare la funzione arbitraria.

Ma qualunque ſia M, ſe il differenziale dell'equazione $N = \varphi.M$ ſi paragona con la propoſta, ne naſcerà l'altra equazione $(m + n\varphi'.x)dx$, cioè poichè $\alpha = M$,

$(m+np'.M)\frac{dM}{dx}dx+(m+np'.M)\frac{dM}{dy}dy=0$, e perciò nella equazione, che se ne otterrà, anderanno a zero i coefficienti di dx e di dy. Quindi si ricava un altro metodo, il quale mostra più da vicino la relazione, che passa tra quest' equazioni da loro sole non integrabili, e quelle a differenze parziali. Ponghiamo che una dell' equazioni integrali di $Adz+Bdx+Cdy=0$ sia una relazione tra x, y, e z, che differenziata ci dia $dz=pdx+qdy$. Sostituendo questo valore di dz nella proposta avremo $(Ap+B)dx+(Aq+C)dy=0$, e siccome devono svanire i coefficienti di dx e di dy, avremo $Ap+B=0$, $Aq+C=0$, le quali due equazioni a differenze parziali dovranno aver luogo insieme. Quindi integrata una di esse, o una che da ambedue dipenda, sarà questa una dell'equazioni integrali cercate, e l'altra si troverà paragonando la prima con quella dell' equazioni $Ap+B=0$, $Aq+C=0$, che non è stata contemplata, o con una qualunque di esse, se ambedue sono state considerate. Questo è il metodo del Sig. *Monge*, il quale combina esattamente col nostro, e ci mostra che quantunque le due equazioni integrali possano variare infinitamente di aspetto, pure ci danno sempre il medesimo integrale, perchè qualunque esse siano, devono sempre soddisfare alle due equazioni $Ap+B=0$, ed $Aq+C=0$.

III. Può succedere che l'equazioni, le quali formano l'integrale della proposta, sian tali, che dato un valore determinato alla funzione arbitraria in esse contenuta si riducano ad una sola. In questo caso avremo un integrale della proposta espresso in una sola equazione, ma questo sarà particolare senza alcuna costante arbitraria, perchè per ipotesi la proposta non è suscettibile d'integrale completo espresso in una sola equazione. Così data l'equazione

$$(y-z)dz+xdy+(z-y)dx=0,$$

di cui l'integrale è formato dalle due equazioni

$$z=x+\phi.y$$

$$z=y+\frac{x}{\phi'y},$$

è chiaro che posta $\phi.y=y$ queste due equazioni si riducono alla medesima $z=x+y$, la quale da se sola soddisfà alla

proposta. Ed ecco spiegata l'origine di quelle soluzioni particolari, che alcune volte si trovano soddisfare all'equazioni da loro stesse non integrabili, e che vengono indicate dai criterj d'integrabilità. Poichè è evidente che esse hanno luogo, quando le due equazioni componenti l'integrale completo possono ridursi ad una sola, e sono perciò comprese nel medesimo integrale completo.

IV. Se l'equazioni saranno tra quattro variabili, il Sig. *Monge* stabilisce, che non si potrà generalmente ad esse soddisfare, che per mezzo di tre equazioni, le quali comprendano una funzione arbitraria di due variabili. Egli eccettua però alcuni casi, ne' quali si può ad esse soddisfare con due equazioni, che contengono una funzione arbitraria di una sola variabile, come succede nell'integrale dell'equazioni a tre variabili. Pure vedremo in breve, che in tutti i casi si può ad esse soddisfare con due sole equazioni. Data qualunque equazione $Adu + Bdz + Cdy + Ddx = 0$, che non soddisfaccia alle condizioni d'integrabilità, ponghiamo $M = \alpha$, $N = \beta$, ove siano M ed N due funzioni determinate di x, y, e z, ed α e β costanti arbitrarie. Da quest'equazioni ricavato il valore di z e di y in x, si sostituisca nella proposta, ed essa diventerà una equazione tra due sole variabili u ed x, che integrata ci darà $P = \gamma$. L'equazioni $M = \alpha$, $N = \beta$, e $P = \gamma$ prese insieme soddisfanno alla proposta, e perciò sostituiti i valori di du, dz, e dy ricavati da esse nella proposta, la rendono identica. Ciò è vero quando α, β, e γ son costanti; ma se son riguardate come variabili, la sostituzione dei valori di du, dz, e dy non renderà più identica la proposta, ma ci darà una equazione della forma $md\gamma + ndx + pd\beta = 0$. Facciamo $\gamma = \phi(\alpha, \mu)$, e questa equazione diventerà $(m\frac{d\phi}{dx} + n)dx + (m\frac{d\phi}{d\beta} + p)\,d\beta = 0$. Quindi alla proposta soddisfarà l'equazione $P = \phi(M, N)$, purchè con essa abbian luogo anche l'equazioni $m\frac{d\phi}{dM} + n = 0$, $m\frac{d\phi}{dN} + p = 0$. Se noi facciamo $M = x$, ed $N = y$, questo metodo si ridurrà ad integrar la proposta nella ipotesi di x

e di y costanti, ed a completar poi l'integrale con una funzione arbitraria di x ed y. Le altre due equazioni si ricaveranno dal paragone del differenziale della prima con la proposta, posti $=0$ i coefficienti di dx e di dy dopo l'eliminazione di du e di dz.

Avremo adunque tre equazioni integrali tra x, y, z, u, ed una funzione ϕ di due variabili x, ed y. Per mezzo di esse potremo sempre eliminare z ed u, ed otterremo una equazione a differenze parziali tra x, y, e ϕ. Integrata questa equazione avremo ϕ espressa per una funzione di una sola variabile, e la sostituzione di questo valore di ϕ nelle tre equazioni integrali le ridurrà a due sole, perchè due qualunque di esse comporteranno la terza.

Prendiamo per esempio l'equazione

$$udu + xdz + zdy + ydx = 0$$

per esprimer l'integrale della quale il Sig. *Monge* crede necessarie tre equazioni. Supposte x ed y costanti, avremo integrando $u^2 + 2xz = \phi(x, y)$.

Il differenziale di questa equazione ci dà

$2udu + 2xdz + 2zdx = \frac{d\phi}{dx}dx + \frac{d\phi}{dy}dy$; e paragonato questo differenziale con la proposta, ne otterremo $2z + \frac{d\phi}{dy} = 0$, $2z - 2y - \frac{d\phi}{dx} = 0$. Quindi l'integrale della proposta è espresso dalle tre equazioni

$$u^2 + 2xz = \phi(x, y)$$

$$2z - 2y - \frac{d\phi}{dx} = 0$$

$$2z + \frac{d\phi}{dy} = 0.$$

Per ridurle a due, si elimini z dalle due ultime equazioni, e si avrà $\frac{d\phi}{dx} + \frac{d\phi}{dy} + 2y = 0$. Questa equazione integrata ci darà $\phi = \psi(x-y) - y^2$, e sostituendo questo valore di ϕ avremo

$$u^2 + 2xz = \psi(x-y) - y^2$$

$$2z - 2y = \psi'(x-y),$$

poichè la terza equazione è identica con la seconda. E' facile il vedere che queste due equazioni soddisfanno alla proposta; perchè la prima differenziata ci dà

$$2udu + 2xdz + 2zdx = \psi' dx - \psi' dy - 2ydy,$$

e sostituitovi il valore di ψ' ricavato dalla seconda

$$2udu + 2xdz = -2ydx - 2zdy,$$

che è la proposta.

Sia data in secondo luogo l'equazione

$$xdu + ydz - xdx - ydy = 0.$$

Integrando nella ipotesi di x ed y costanti avremo $xu + yz = \phi(x, y)$, e dal paragone del differenziale di questa equazione con la proposta ne dedurremo $u + x = \frac{d\phi}{dx}$, $z + y = \frac{d\phi}{dy}$. Dunque l'integrale della proposta è espresso dalle tre equazioni

$$xu + yz = \phi(x, y)$$

$$u + x = \frac{d\phi}{dx}$$

$$z + y = \frac{d\phi}{dy}.$$

Da quest'equazioni eliminiamo u e z, ed avremo l'equazione a differenze parziali $x\frac{d\phi}{dx} + y\frac{d\phi}{dy} = \phi + x^2 + y^2$. L'integrale di questa equazione ci darà $\phi = x^2 + y^2 + x\psi.\frac{x}{y}$: il qual valore di ϕ se si sostituisce nelle tre equazioni integrali, esse diventeranno

$$xu + yz = x^2 + y^2 + x\psi.\frac{x}{y}$$

$$u = x + \psi.\frac{x}{y} + \frac{x}{y}\psi'.\frac{x}{y}$$

$$z = y - \frac{x^2}{y^2}\psi'.\frac{x}{y}.$$

Poste due qualunque di quest'equazioni ne segue necessariamente la terza: quindi due qualunque di esse esprimono l'integrale della proposta.

Sia data finalmente l'equazione

$$3u^2du + x^2dz + \left(\frac{x^2z^2}{y^2} - xz\right)dy + y^2dx.$$

Poste x ed y costanti avremo integrando $u^3 + x^2z = \phi(x,y)$, e paragonando il differenziale di questa equazione, allorchè tutto varia, con la proposta troveremo $2xz - y^2 = \frac{d\phi}{dx}$, e $xz - \frac{x^2z^2}{y^2} = \frac{d\phi}{dy}$. Quindi l'integrale della proposta è rappresentato dalle tre equazioni

$$u^3 + x^2z = \phi(x,y)$$

$$2xz - y^2 = \frac{d\phi}{dx}$$

$$xz - \frac{x^2z^2}{y^2} = \frac{d\phi}{dy}.$$

Per ridurle a due eliminiamo z dalla seconda e dalla terza, ed avremo l'equazione a differenze parziali $y^4 - 4y^2\frac{d\phi}{dy} = \frac{d\phi^2}{dx^2}$. Questa non essendo lineare, non potremo con i soliti metodi esprimerne l'integrale in una sola equazione, ma in due, le quali si troveranno nel modo seguente. E' chiaro che all'equazione $y^4 - 4y^2\frac{d\phi}{dy} = \frac{d\phi^2}{dx^2}$ si soddisfà ponendo $\frac{d\phi^2}{dx^2} = \alpha^2 = y^4 - 4y^2\frac{d\phi}{dy}$, ed α costante. Ora l'equazione $\frac{d\phi^2}{dx^2} = \alpha^2$ ci dà $\phi = \alpha x + f.y$, e sostituendo questo valore di ϕ nell'equazione $y^4 - 4y^2\frac{d\phi}{dy} = \alpha^2$ ne ricaviamo $y^4 - 4y^2f'.y = \alpha^2$, cioè $f.y = \frac{\alpha^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \beta$, e quindi $\phi = \alpha x + \frac{\alpha^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \beta$. Ma questo valore di ϕ, che soddisfà all'equazione precedente allorchè α e β son costanti, vi sod-

vi soddisfarà ancora supposte α e β variabili, purchè ciò che nasce dalla variazione di queste due quantità sia $= 0$. Quindi posta $\beta = \psi.\alpha$, l'integrale dell' equazione $y^4 - 4y^2 \frac{d\phi}{dy} = \frac{d\phi^2}{dx^2}$ sarà espresso dalle due equazioni $\phi = \alpha x + \frac{\alpha^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \psi.\alpha$, e $x + \frac{\alpha}{2y} + \psi'.\alpha = 0$, (ove la seconda è $= \frac{d\phi}{d\alpha}$), cioè nascerà dall'eliminazione di α da queste due equazioni. Sostituiamo adesso il valore di ϕ nelle tre equazioni integrali, ed esse diventeranno

$$u^3 + x^2 z = \alpha x + \frac{\alpha^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \psi.\alpha$$

$$2xz - y^2 = \alpha$$

perchè la terza combina con la seconda; ma con queste due dovrà aver luogo anche l'equazione

$$x + \frac{\alpha}{2y} + \psi'.\alpha = 0.$$

L'integrale pertanto della proposta nascerà dall'eliminazione di α da queste tre equazioni: ma la seconda ci dà $\alpha = 2xz - y^2$; quindi sostituendo questo valore di α nelle altre due avremo l'integrale della proposta espresso dalle due equazioni

$$u^3 = x^2 z - xy^2 + \frac{(2xz - y^2)^2}{4y} + \frac{y^3}{12} + \psi(2xz - y^2)$$

$$x + \frac{2xz - y^2}{2y} + \psi'(2xz - y^2) = 0$$

com'è facile di verificare. Infatti prendendo il valore di du dalla prima di quest'equazioni, e sostituendolo nella proposta avremo

$$(2zdx - 2ydy + 2xdz)\left(x + \frac{2xz - y^2}{2y} + \psi'(2xz - y^2)\right) = 0.$$

la qual' equazione è identica a motivo di $x + \frac{2xz - y^2}{2y} + \psi'(2xz - y^2) = 0$.

V. Se l'equazione sarà tra cinque variabili r, u, z, y, ed x, poste x, y, e z costanti, il di lei integrale conterrà

una funzione arbitraria ϕ delle tre variabili x, y, e z. Col metodo precedente si troveranno le altre tre equazioni, che devono aver luogo insieme con questa per esprimere l'integrale della proposta. Per mezzo di queste quattro equazioni eliminando r ed u avremo due equazioni a differenze parziali tra x, y, z e ϕ. Integrata una di esse, o una che da ambedue dipenda, avremo ϕ espressa per una funzione ψ di due sole variabili, e la sostituzione di ϕ nelle quattro equazioni integrali le ridurrà a tre sole, perchè tre qualunque di esse comporteranno la quarta. Ciò è vero in generale, perchè se eliminate r ed u da queste tre ultime equazioni ne risultasse una equazione a differenze parziali, nella quale non avessero luogo che le variabili della funzione ψ, questa equazione potrebbe integrarsi, e le tre equazioni integrali per la sostituzione del valore di ψ si ridurrebbero a due sole, come vedremo negli esempj seguenti.

Sia proposta l'equazione

$$zdr + ydu - xdz - ydx - zdy = 0 .$$

Poste x, y, e z costanti troveremo integrando

$$zr + yu = \phi(x, y, z)$$

e dal paragone del differenziale di questa equazione con la proposta avremo le altre tre equazioni

$$r + x = \frac{d\phi}{dz}$$

$$u + z = \frac{d\phi}{dy}$$

$$y = \frac{d\phi}{dx}$$

La quarta equazione, che non contiene nè r, nè u, integrata ci darà $\phi = xy + \psi(y, z)$, e questo valore di ϕ sostituito nell'equazioni integrali le ridurrà alle tre seguenti

$$zr + yu = xy + \psi(y, z)$$

$$r + x = \frac{d\psi}{dz}$$

$$u + z = x + \frac{d\psi}{dy}$$

perchè la quarta è identica. Per vedere se quest'equazioni si posson ridurre a due, si elimini da esse r ed u, e si avrà

$z\frac{d\psi}{dz}+y\frac{d\psi}{dy}-z(x+y)=\psi$. Siccome in questa equazione si trova la x, che non è compresa tra le variabili della funzione ψ, essa non si potrà integrare, e perciò l'integrale della proposta non si potrà esprimere che per mezzo di tre equazioni.

Ma se nella proposta il coefficiente di dz invece di essere $-x$ fosse y, in luogo di $r+x=\frac{d\psi}{dz}$ avremmo $r-y=\frac{d\psi}{dz}$, le altre equazioni restando le medesime, ed eliminando r ed u, avremmo l'equazione $z\frac{d\psi}{dz}+y\frac{d\psi}{dy}=\psi$, la quale non contiene che le variabili y e z della funzione ψ. Il di lei integrale è $\psi=zF.\frac{y}{z}$, e sostituito questo valore avremo

$$zr+yu=xy+zF.\frac{y}{z}$$
$$r-y=F.\frac{y}{z}-\frac{y}{z}F'.\frac{y}{z}$$
$$u+z=x+F'.\frac{y}{z}$$

due qualunque delle quali equazioni comportano la terza: perciò due di esse esprimono l'integrale dell'equazione

$$zdr+ydu+ydz-ydx-zdy=0.$$

Sia data adesso l'equazione

$$xydr+y^2du-y^2dx+(xy-yu)dz+(yu+uz-xz)dy=0.$$

Facilmente troveremo le quattro equazioni

$$xr+yu=\phi(x,y,z)$$
$$r+y=\frac{d\phi}{dx}$$
$$x-u=\frac{y}{z}\cdot\frac{d\phi}{dy}$$
$$u-x=\frac{d\phi}{dz}$$

le quali esprimono l'integrale della proposta. Dalle due ul-

time eliminando u ottenghiamo $\frac{d\phi}{dz}+\frac{y}{z}\frac{d\phi}{dy}=0$, e quindi $\phi=\psi(x,\frac{y}{z})$: e fostituito questo valore di ϕ le quattro precedenti equazioni diventeranno tre, cioè

$$xr+yu=\psi(x,\frac{y}{z})$$
$$r+y=\frac{d\psi}{dx}$$
$$x-u=\frac{y}{z}\cdot\frac{d\psi}{dy}$$

perchè la quarta è la medesima che la terza. Per vedere se si possono ridurre a due, eliminiamone r ed u, ed avremo $x\frac{d\psi}{dx}-\frac{y^2}{z}\cdot\frac{d\psi}{dy}=\psi$. Facciamo $\frac{y}{z}=m$, in modo che $\psi(x,\frac{y}{z})$ divenga $\psi(x,m)$; e poichè $\frac{d\psi}{dy}=\frac{d\psi}{dm}\cdot\frac{dm}{dy}=\frac{1}{z}\cdot\frac{d\psi}{dm}$, l'equazione trovata diventerà $x\frac{d\psi}{dx}-\frac{y^2}{z^2}\cdot\frac{d\psi}{dm}=\psi$, cioè $x\frac{d\psi}{dx}-m^2\frac{d\psi}{dm}=\psi$. Siccome in questa non si trovano, che le quantità x ed m contenute nella funzione ψ, essa potrà integrarsi, ed il di lei integrale farà $\psi=xF(\log.x-\frac{1}{m})=xF(\log.x-\frac{z}{y})$. Se adesso sostituiamo nelle tre equazioni integrali questo valore di ψ avremo

$$xr+yu=xF(\log.x-\frac{z}{y})$$
$$r+y=F+F'$$
$$x-u=\frac{x}{y}F',$$

ove la terza dipende dalle due prime. Dunque l'integrale dell'equazione

$$xydr+y^2du-y^2dx+(xy-yu)dz+(yu+uz-xz)dy=0$$

è espresso dal sistema delle due equazioni

$$xr + yu = xF\left(\log. x - \frac{z}{y}\right)$$

$$x - u = \frac{x}{y} F'.$$

Per verificare queſto integrale non ſi ha da fare altro, che differenziare la prima di queſt' equazioni, e foſtituirvi poi i valori di F e di F' dedotti dalla prima e dalla ſeconda, e ne riſulterà la medeſima equazione propoſta.

Si può concludere dalle coſe precedenti, che l'equazioni tra tre e quattro variabili, le quali non ſoddisfanno alle condizioni d' integrabilità, ammettono un integrale eſpreſſo in due equazioni, le quali devono aver luogo nel medeſimo tempo. Se poi il numero delle variabili ſarà maggiore di quattro, l'integrale dell'equazioni ſarà generalmente eſpreſſo in tante equazioni ſimultanee, quanto è il numero delle variabili diminuito di due unità, quantunque ſpeſſo poſſa eſſere eſpreſſo in un numero minore di equazioni. Queſte equazioni comprenderanno una funzione arbitraria, la quale conterrà tante variabili tra loro indipendenti, quanto è il numero dell'equazioni integrali diminuito di una unità.

ARTICOLO II.

Dell' equazioni del prim' ordine, nelle quali le differenze ſono elevate.

VI. Paſſiamo all'equazioni tra tre variabili, nelle quali le differenze non ſono lineari. E' noto, che elle non potranno integrarſi da ſe ſole, quando non ſaranno riducibili ad una forma, in cui i differenziali ſiano lineari. Tale ſarebbe l'equazione

$$dz^2 = a^2 (dx^2 + dy^2)$$

perchè mediante l' eſtrazione della radice quadrata non ſi può ridurre alla forma $dz = pdx + qdy$. Pure ſe in queſta equazione ponghiamo y eguale ad una funzione qualunque arbitraria di x, eſſa diventerà un' equazione tra due ſole variabili, e perciò capace da ſe ſola d'integrazione. L'integrale pertanto di queſt' equazioni, come quello dell'equazioni lineari tra tre variabili, ſarà eſpreſſo dal ſiſtema di due equa-

zioni ſimultanee, le quali comprenderanno una funzione arbitraria.

Per integrare queſta ſorte di equazioni ſi potranno uſare i medeſimi artifizj, che per l' equazioni lineari; ma non sarà ſpeſſo poſſibile per mezzo di eſſi di eſprimerne gl' integrali in termini finiti. Prendiamo per eſempio l' equazione

$$dz^2 = a^2 dx^2 + b^2 dy^2$$

e ſupponendo dx coſtante avremo $dz = b dy$, ed integrando $z = by + \phi.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche x, e paragonandone il reſultato con la propoſta avremo $2b dx dy \phi'.x + dx^2 (\phi'.x)^2 = a^2 dz^2$, cioè $2b dy = \frac{a^2 dx}{\phi'.x} - dx \phi'.x$, ed integrando $2by = a^2 \int \frac{dx}{\phi'.x} - \phi.x$. Dunque l' integrale della propoſta sarà eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$z = by + \phi.x$$

$$2by + \phi.x = a^2 \int \frac{dx}{\phi'.x}.$$

Prendiamo in ſecondo luogo l' equazione

$$z^2 dz^2 = (a^2 - z^2)(dx^2 + dy^2).$$

Poſta x coſtante, queſta equazione ci darà $\frac{z dz}{\sqrt{(a^2 - z^2)}} = dy$, ed integrando avremo $-\sqrt{(a^2 - z^2)} = y + \phi.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche x, e paragonandone il riſultato con la propoſta troveremo l' equazione $2 dy \phi'.x + dx (\phi'.x)^2 = dx$, cioè integrando $2y + \phi.x = \int \frac{dz}{\phi'.x}$: e queſta equazione combinata con l' altra $y + \phi.x + \sqrt{(a^2 - z^2)} = 0$ formerà l' integrale della propoſta.

Nei due precedenti eſempj la ſeconda equazione tra x ed y era ſeparabile, e perciò facilmente ſe ne otteneva l' integrale. Ma il più delle volte queſta equazione non sarà ſeparabile; onde quantunque il problema ſia ridotto alla integrazione di una equazione tra due ſole variabili, pure queſta equazione non è generalmente integrabile per i metodi cogniti a motivo della funzione arbitraria, giacchè queſti metodi per lo più ſuppongono che i coefficienti dei differenziali

dx, e dy ſiano determinati ed abbiano una certa forma. Inoltre anche ne' caſi, ne' quali la ſeparazione delle variabili ſuccede, ſiccome queſto metodo ci conduce a dell'eſpreſſioni, che contengono la funzione arbitraria ſotto il ſegno integrale, niun vantaggio ne abbiamo ricavato, perchè potevamo ſubito una ſimile forma d'integrale ottenere ponendo $y = \varphi . x$. Infatti mediante queſta iſtituzione l'equazione $dz^2 = a^2dx^2 + b^2dy^2$ per eſempio diventa $dz = dx\sqrt{(a^2 + b^2(\varphi'.x)^2)}$, e quindi $z = \int dx\sqrt{(a^2 + b^2(\varphi'.x)^2)}$. Più generalmente l'equazione $dz^n = a^ndx^n + b^ndy^n$ poſta $y = \varphi . x$ diventa $dz = dx\sqrt[n]{(a^n + b^n(\varphi'.x)^n)}$, la quale integrata ci dà $z = \int dx\sqrt[n]{(a^n + b^n(\varphi'.x)^n)}$; e quindi l'integrale dell'equazione $dz^n = a^ndx^n + b^ndy^n$ è eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$z = \int dx\sqrt[n]{(a^n + b^n(\varphi'.x)^n)}$$
$$y = \varphi . x$$

VII. Il Sig. *Monge* facendo delle rifleſſioni ſulle proprietà delle curve di doppia curvatura, che conoſceva *a priori* dover ſoddisfare a queſta ſorte di equazioni, è giunto ad eſprimerne con molta eleganza l'integrale in termini finiti mediante tre equazioni, le quali contengono un' altra variabile non compreſa nella propoſta, che deve poi eliminarſi per avere le due equazioni integrali. Per eſporre i principj analitici di queſto metodo prendiamo la precedente equazione $dz^2 = a^2dx^2 + b^2dy^2$, e ſupponghiamo che una delle di lei equazioni integrali differenziata ci dia $dz = pdx + qdy$, ove ſi oſſervi che $p = \frac{dz}{dx}$, e $q = \frac{dz}{dy}$. Soſtituiamo queſto valore di dz, e la propoſta diventerà

$$(A) \quad p^2 - a^2 + 2pq\frac{dy}{dx} + (q^2 - b^2)\frac{dy^2}{dx^2} = 0.$$

E' in noſtro arbitrio di prendere un'altra equazione che abbia luogo inſieme coll' equazione (A), e ſe noi prendeſſimo o $p^2 - a^2 = 0$, o $q^2 - b^2 = 0$, caderemmo nel metodo precedente. Supponghiamo adunque che queſta nuova equazione ſia quella che naſce dal differenziale di (A) allorchè ſi fa ſolamente variare $\frac{dy}{dx}$, la quale ſi troverà eſſere

$$(B) \quad pq + (q^2 - b^2)\frac{dy}{dx} = 0.$$

Siccome le due equazioni (A) e (B) devono aver luogo insieme, eliminiamone $\frac{dy}{dx}$, ed otterremo

$$(C) \quad b^2p^2 + a^2q^2 = a^2b^2.$$

L'equazione (C), che è a differenze parziali, ci darà una equazione tra z, x, ed y, che farà una dell'equazioni integrali della propofta, e l'altra poi troveremo integrando l'equazione $pq + (q^2 - b^2)\frac{dy}{dx} = 0$, dopo di avervi foftituiti i valori di p e q in x ed y. Poichè quefte due equazioni finite foddisfaranno alle due (B) e (C), e quindi all'equazione (A) che è l'iftefſa che la propofta. E quantunque abbiamo prefa arbitrariamente l' equazione (B), fi vede che quefto integrale farà completo, perchè quello dell'equazione (C) comprenderà una funzione arbitraria. Pare a prima vifta, che quefto metodo non fia migliore de' precedenti, anzi più complicato; perchè primieramente conviene integrare l'equazione (C) a differenze parziali, e poi integrare l'equazione (B), la quale contiene una funzione arbitraria. A ciò fi aggiunga, che l'equazione (C) non effendo lineare, il di lei integrale non fi può con i metodi cogniti efprimere che in due equazioni, dal che rifultano nuove difficoltà per l' integrazione dell'equazione (B). Ma qui riefce fortunatamente, che data una certa forma all' integrale dell' equazione (C), fi può far di meno d'integrare l'equazione (B).

Quefta forma otterremo adoprando il metodo immaginato dal Sig. de la *Grange* per dedurre l'integrale completo di una equazione a differenze parziali da un di lei integrale particolare. Per aver un integrale particolare dell'equazione (C) faccio $p^2 = \alpha^2$, ed in confeguenza $a^2(b^2 - q^2) = b^2\alpha^2$ effendo α coftante. L'equazione $p^2 = \alpha^2$ integrata mi dà $z = \alpha x + \phi.y$, e quindi deduco $q = \phi'.y$, e foftituendo quefto valore di q nell'equazione $a^2(b^2 - q^2) = b^2\alpha^2$ ne ricavo $\phi.y = \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} + \beta$, effendo β una coftante: onde l' integrale particolare cercato farà

$z - \alpha x -$

$z - \alpha x - \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \beta = 0$. Ora osservo che questa equazione sarà sempre l'integrale di $b^2p^2 + a^2q^2 = a^2b^2$ anche supposte α e β variabili, purchè il differenziale di essa preso per rapporto ad α e β sia eguale a zero. Quindi se facciamo $\beta = \phi.\alpha$, ed $M = z - \alpha x - \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \phi.\alpha$, l'integrale dell' equazione $b^2p^2 + a^2q^2 = a^2b^2$ sarà espresso dalle due equazioni

$$M = 0$$

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = -x + \frac{by\alpha}{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}} - \phi'.\alpha = 0,$$

cioè nascerà eliminata α dalle due equazioni $M = 0$, e $\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$, e sarà completo perchè conterrà la funzione arbitraria ϕ.

Da questo integrale si ricava $p = \alpha$, $q = \frac{b\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a}$; e sostituiti questi valori l'equazione (B) diventa $\frac{ba\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \frac{b^2\alpha^2}{a^2} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$, cioè $dy = \frac{adx\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha}$. Per ridurre questa equazione tra due sole variabili, sostituiamoci il valore di dy ricavato dall' equazione $\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$, cioè $dy = \frac{adx\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha} - \frac{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha}\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) d\alpha$, ed essa diventerà $0 = -\frac{a\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{b\alpha} \cdot \left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) d\alpha$, cioè sarà soddisfatta dall' equazione $\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = 0$. Quindi l' integrale dell' equazione $dz^2 = a^2dx^2 + b^2dy^2$ nasce dalla eliminazione di α dalle tre equazioni

$$M = z - \alpha x - \frac{by\sqrt{(a^2 - \alpha^2)}}{a} - \phi.\alpha = 0$$

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = -x + \frac{by\alpha}{a\sqrt{(a^2-\alpha^2)}} - \phi.\alpha = 0$$

$$\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = \frac{aby}{(a^2-\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} - \phi''.\alpha = 0 .$$

Questo metodo, che sembra particolare all' equazione proposta, è stato dal Sig. *Monge* generalizzato in modo, che ricavata in qualunque caso dalla proposta la corrispondente equazione a differenze parziali, che sopra abbiamo chiamata (C), se il di lei integrale è della forma

$$M = 0$$
$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$$

l'integrale dell'equazione proposta sarà sempre espresso dalle tre equazioni

$$M = 0$$
$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = 0$$

cioè nascerà dalla eliminazione di α da queste tre equazioni. Anche senza conoscere l'integrale dell'equazioni a differenze parziali ha trovato il Sig. *Monge* alcuni Teoremi molto generali, i quali danno l' integrale di una infinità di questa sorte di equazioni, che è quanto si può sperar di meglio in questa materia.

ARTICOLO III.

Dell' equazioni del secondo ordine, nelle quali un qualch' elemento è supposto costante.

VIII. Consideriamo adesso l' equazioni del second' ordine tra tre variabili x, y, z, le quali non soddisfanno alle condizioni d' integrabilità, e sia in esse supposta dx costante. E' chiaro che posta $y = \phi.x$ quest' equazioni si ridurranno ad essere tra due sole variabili, e perciò capaci da se sole d' integrazione. L' integrale primo di esse, in qualunque modo si trovi, sarà dunque composto di due equazioni, le quali con-

terranno una funzione arbitraria. Trovate queste due equazioni tra le tre variabili x, y, e z, la ricerca dell'integrale finito si ridurrà ai metodi ordinarj. Poichè, come abbiamo osservato in principio (I), qualunque siano quest' equazioni, o integrali da esse sole o no, esse ci daranno z ed y espresse in x in quantità finite, e questa seconda integrazione non introdurrà alcuna nuova funzione arbitraria indipendente dalla prima. Pertanto l'integrale finito di quest' equazioni del second' ordine sarà espresso in due equazioni, le quali conterranno una funzione arbitraria. Quindi sembra non essere esatto ciò che asserisce il Sig. *Monge*, che quest' equazioni cioè ammettono due integrali primi, ciascuno de' quali contiene una funzione arbitraria, ed un integrale finito, il quale comprende due funzioni arbitrarie tra loro indipendenti, come vedremo più chiaramente in seguito.

IX. Tutto adunque si riduce alla ricerca dell' integrale primo, per trovare il quale si useranno degli artifizj analoghi a quelli impiegati di sopra per l'equazioni di prim'ordine. Ma siccome non saprei proporre alcun metodo che sempre riescisse, mi limiterò a dare alcuni casi molto generali. Posto $dy = pdx$, $dz = p'dx$, se l'equazione data diventerà una funzione di x, p, p', dx, dp, dp', sarà ridotta al prim'ordine, e si potranno usare i metodi precedenti. Ove si osservi che, se le differenze dx, dp, dp' saranno lineari, converrà sempre integrare supposta x costante, per evitare così facendo di avere i differenziali sotto la funzione arbitraria. Più generalmente l'integrazione succederà, se essendo X ed Y due quantità in qualunque modo composte di x, y, z, dx, dy, dz, sarà data una equazione tra x, X, Y, dx, dX, e dY.

Sia proposta per esempio l'equazione

$$xd^2z - 2\frac{dy}{dx}d^2y + x\,dx^2 = 0\,.$$

Posta x costante avrò integrando $xdz - \frac{dy^2}{dx} = dx\varphi.x$, e paragonando il differenziale di questa nella ipotesi che varj anche x con la proposta otterrò $dz - xdx = dx\varphi'.x$. Quindi l'integrale primo della proposta sarà espresso dalle due equazioni simultanee

$$xdz - \frac{dy^2}{dx} = dx\phi.x$$
$$dz - xdx = dx\phi'.x.$$

La ſeconda equazione integrata mi dà $z = \frac{x^2}{2} + \phi.x$, ove tralaſcio la coſtante, perchè è contenuta in $\phi.x$. Si ſoſtituiſca nella prima queſto valore di z, ed eſſa diventerà $dx\sqrt{(x^2 + x\phi'.x - \phi.x)} = dy$, onde integrando ſi ricava $y = \int dx\sqrt{(x^2 + x\phi'.x - \phi.x)} + c$. Quindi l' integrale finito della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni

$$2z = x^2 + 2\phi.x$$
$$y = \int dx\sqrt{(x^2 + x\phi'x - \phi.x)} + c.$$

Prendiamo per ſecondo eſempio l'equazione

$$xzd^2z + xyd^2y + xdz^2 + xdy^2 + yzdxdz + y^2dxdy + x(1+y)dx^2 = 0.$$

Poſta x coſtante, queſta equazione diviſa per x diventa $zd^2z + yd^2y + dz^2 + dy^2 = 0$, e quindi abbiamo integrando $zdz + ydy = dx\phi'.x$. Differenziamo queſta equazione facendo variare anche la x, e paragonando il reſultato con la propoſta otterremo $yzdz + y^2dy + x(1+y)dx + xdx\phi''.x = 0$. Quindi l' integrale primo della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni ſimultanee

$$zdz + ydy = dx\phi'.x$$
$$yzdz + y^2dy + x(1+y)dz + xdx\phi''.x = 0.$$

Per paſſare adeſſo all' integrale finito, oſſervo che ſoſtituito il valore di dz ricavato dalla prima equazione nella ſeconda, ſpariſcono da queſta i differenziali, e diventa $y\phi'x + x(1+y) + x\phi''.x = 0$. Inoltre la prima equazione è da per ſe ſteſſa integrabile, e ci dà $z^2 + y^2 = 2\phi.x$: quindi l'integrale finito della propoſta è eſpreſſo dalle due equazioni

$$z^2 + y^2 = 2\phi.x$$
$$y(\phi'.x + x) + x(\phi''.x + 1) = 0.$$

In queſta ſeconda equazione ſvanirà la y ſe farò $\phi'.x + x = 0$, o ſia $\phi.x = -\frac{x^2}{2} + a$: ma queſta medeſima ſuppoſizione dandomi $\phi''.x + 1 = 0$ toglie di mezzo la ſeconda equazione. Rimane la ſola equazione $z^2 + y^2 + x^2 = a$, che ſoddisfà alla propoſta: dunque eſſa ammette un integrale eſpreſſo da una ſola equazione, ma queſto integrale è particolare, perchè contiene una ſola coſtante.

Sia data in terzo luogo l' equazione

$$dyd^2z - dzd^2y - xdx^2dy = 0 .$$

Facendo x costante e dividendo per dy^2 avremo $\frac{dyd^2z - dzd^2y}{dy^2} = 0$, ed integrando $\frac{dz}{dy} = \phi.x$. Differenziamo questa equazione facendo variare anche la x, e paragonandone il resultato con la proposta avremo $xdx = dy\phi'.x$. Quindi l' integrale primo della proposta è rappresentato dalle due equazioni

$$(1)\quad dz = dy\phi.x$$
$$(2)\quad xdx = dy\phi'.x .$$

La seconda integrata ci dà $y = \int \frac{xdx}{\phi'.x}$, e sostituendo il valore di dy nella prima ed integrando avremo $z = \int \frac{xdx\phi.x}{\phi'.x}$. Quindi l' integrale finito della proposta è espresso dalle due equazioni simultanee

$$z = \int \frac{xdx\phi.x}{\phi'.x}$$
$$y = \int \frac{xdx}{\phi'.x} .$$

Se si osserva che $\int \frac{xdx\phi.x}{\phi'.x} = \phi x \int \frac{xdx}{\phi'.x} - \int dx\phi'.x \int \frac{xdx}{\phi'.x}$, alla prima di quest' equazioni si potrà dar la forma

$$z = y\,\phi.x - \int dx\phi'.x \int \frac{xdx}{\phi'.x} .$$

Dei due segni integrali, che entrano ne' valori di z e di y uno si potrà togliere dando un' altra forma a ϕx, che però gli mantenga tutta la sua generalità, ma l' altro sempre vi rimarrà.

All' equazione data supposta x costante possiamo anche dar la forma $\frac{ydyd^2z - ydzd^2y}{dy^2} = 0$, e troveremo le due equazioni

$$(3)\quad ydz - zdy = dy\psi.x$$
$$(4)\quad xydx = dy\psi'.x$$

ove $\psi.x$ è una funzione arbitraria, le quali esprimono l'integrale primo della proposta. Da queste due equazioni potremo come sopra dedurre l'integrale finito, il quale non conterrà che la funzione arbitraria $\psi.x$, e potrà facilmente ridursi all' altro data una certa forma a $\psi.x$, che nulla togliendo alla generalità di questa funzione introdurrà nell'integrale $\phi.x$ in luogo di $\psi.x$.

Ma poichè abbiamo le quattro equazioni (1), (2), (3), e (4) possiamo eliminar da esse dz e dy, ed ottenghiamo le due equazioni

$$(a)\ z = y\phi.x - \psi.x$$

$$(b)\ y\phi'.x = \psi'.x.$$

Queste due equazioni trovate col metodo proposto dal Sig. *Monge*, nelle quali le due funzioni $\phi.x$ e $\psi.x$ sono arbitrarie ed indipendenti, pare a prima vista che in tutta la loro generalità rappresentino l'integrale finito dell' equazione proposta. Infatti differenziata l'equazione (a), ed eliminata col mezzo dell'equazioni (a) e (b) una delle funzioni arbitrarie si giunge all' una o all' altra dell'equazioni (1), e (3). Ma convien riflettere che l'equazione (1) per esempio non soddisfà da se sola alla proposta, ma deve aver luogo insieme con lei anche l'equazione (2). Quindi le due equazioni (a) e (b) per soddisfare alla proposta bisogna che comportino l'equazione (2). Ora l'equazione (b) differenziata ci dà $dy = d.\frac{\psi'.x}{\phi'.x}$, e sostituendo questo valore nell'equazione (2) abbiamo $\frac{xdx}{\phi'.x} = d.\frac{\psi'.x}{\phi'.x}$: dunque la funzione $\psi.x$ dipende dall' altra $\phi.x$. Integrando quest'ultima equazione troveremo $\frac{\psi'.x}{\phi'.x} = \int\frac{xdx}{\phi'.x}$, e $\psi.x = \int dx\phi'.x\int\frac{xdx}{\phi'.x}$, e sostituito questo valore l'equazioni (a) e (b) diventeranno

$$z = y\phi.x - \int dx\phi'.x\int\frac{xdx}{\phi'.x}$$

$$y = \int\frac{xdx}{\phi'.x},$$

il quale integrale è quel medesimo, che abbiamo trovato di sopra, e comprende una sola funzione arbitraria.

X. Che l'integrale finito di quest' equazioni ammetta una sola funzione arbitraria e non due, come pensa il Sig. *Monge*, si renderà più chiaro, se alcune riflessioni faremo sull' integrale assegnato da questo gran Geometra ad una data equazione, dal quale ha poi dedotta la sua regola generale. Proposta l'equazione

$$(A)\quad (dx^2+dy^2+dz^2)^3 = a^2 \left\{ \begin{array}{l} (dxd^2y - dyd^2x)^2 \\ +(dzd^2x - dxd^2z)^2 \\ +(dyd^2z - dzd^2y)^2 \end{array} \right\}$$

il Sig. *Monge* guidato da un' analisi ugualmente profonda che elegante stabilisce, che poste

$$N=(x-\alpha)^2(dz^2+dx^2)+2(x-\alpha)(y-\phi.\alpha)dxdy+(y-\phi.\alpha)^2(dy^2+dz^2)-a^2dz^2$$
$$N'=(x-\alpha')^2(dy^2+dx^2)+2(x-\alpha')(z-\psi.\alpha')dxdz+(z-\psi.\alpha')^2(dy^2+dz^2)-a^2dy^2$$

i due integrali primi della proposta sono il resultato dell' eliminazione di α e di α' tra l'equazioni

$$N=0 \qquad\qquad N'=0$$
$$\left(\frac{dN}{d\alpha}\right)=0 \qquad\qquad \left(\frac{dN'}{d\alpha'}\right)=0$$
$$\left(\frac{d^2N}{d\alpha^2}\right)=0 \qquad\qquad \left(\frac{d^2N'}{d\alpha'^2}\right)=0$$

e l'integrale finito e completo della medesima è il resultato dell'eliminazione delle quattro quantità α, α', $\frac{dx}{dz}$, $\frac{dx}{dy}$ tra le stesse sei equazioni, il quale integrale finito comprenderà le due funzioni arbitrarie ϕ e ψ. Siccome non si possono in generale eseguire l'eliminazioni di α e di α', così non è facile il dimostrar qui come nell' esempio precedente, che le due funzioni ϕ e ψ non sono ambedue arbitrarie, ma una dall' altra dipende. Ma questa dipendenza viene indicata dall' analisi medesima del Sig. *Monge* (pag. 539): onde deve sussistere e ne' due integrali primi, e nell' integrale finito, che da quell' analisi sono stati dedotti. Il Sig. *Monge* ha osservato, che tra α, $\phi.\alpha$, e $\psi.\alpha$ esiste una equazione simile all' equazione *(A)* tra x, y, e z: ma il dedurre da ciò la relazione tra $\phi.x$ e $\psi.\alpha$ è lo stesso che integrar la proposta.

Per convincersi della necessità di determinare questa re-

lazione si rifletta, che l'eliminazioni precedenti in generale non succedendo, non potremo ottenere esplicitamente che degl'integrali finiti particolari della proposta. Ora se per aver questi diamo dei valori particolari a capriccio alle funzioni φ e ψ, come potremmo fare se queste funzioni fossero tra loro indipendenti, avremo dall'equazioni, le quali non soddisfaranno alla proposta, che nel caso che i valori dati a φ e ψ soddisfacciano alla relazione che tra loro deve aver luogo. Quindi l'espressione precedente dell'integrale finito sarà affatto illusoria, se non si assegnerà la relazione tra φ e ψ in modo, che dato un valore a volontà a φ si sappia quello che necessariamente si deve dare all'altra funzione ψ.

Per le medesime ragioni invece di affermare che i due integrali primi trovati sono tra loro diversi, sembra più esatto il dire che il secondo è lo stesso integrale che il primo, ma presentato sotto una forma differente. Infatti acciò fossero due integrali diversi, converrebbe che le due funzioni φ e ψ fossero ambedue arbitrarie: come riguardo all'equazioni del second'ordine, che sono da loro stesse integrabili, noi diciamo che esse hanno due diversi integrali primi, perchè questi contengono due costanti tra loro indipendenti. Ma qui la funzione φ essendo arbitraria, non lo è l'altra ψ, perchè dalla prima dipende.

Oltre le due forme date all'integrale primo della proposta dal Sig. *Monge*, se ne potranno assegnare varie altre. Si osservi che nell'equazione (A) le variabili x, y, e z sono permutabili; onde se noi facciamo

$$N = (y-\alpha'')^2(dz^2+dy^2)+2(y-\alpha'')(x-F.\alpha'')dxdy+(x-F\alpha'')^2(dx^2+dz^2)-a^2dz^2$$
$$N' = (y-\alpha''')^2(dx^2+dy^2)+2(y-\alpha''')(z-F1.\alpha''')dydz+(z-F1.\alpha''')^2(dx^2+dz^2)-a^2dx^2$$
$$N''' = (z-\alpha'''')^2(dx^2+dz^2)+2(z-\alpha'''')(y-F2.\alpha'''')dydz+(y-F2.\alpha'''')^2(dy^2+dx^2)+a^2dx^2$$
$$N'''' = (z-\alpha''''')^2(dy^2+dz^2)+2(z-\alpha''''')(x-F3.\alpha''''')dxdz+(x-F3.\alpha''''')^2(dy^2+dx^2)-a^2dy^2$$

le quali quantità nascono dalle precedenti N ed N' se in luogo di x vi ponghiamo y, o z, ciascuna di esse ci darà l'integrale primo della proposta rappresentato sotto una nuova forma. Se adopriamo per esempio la prima, sarà questo integrale il resultato dell'eliminazione di α'' tra le tre equazioni

$$N' = 0$$

$$\left(\frac{dN''}{d\alpha''}\right) = 0$$

$$\left(\frac{d^2N''}{d\alpha''^2}\right) = 0 ;$$

e così delle altre. Sarebbe assurdo, che una equazione del second'ordine avesse sei integrali primi: onde da questo ancora si rileva che le funzioni in essi contenuti sono tra loro dipendenti.

Siccome l'equazione (A) non contiene che i differenziali delle variabili x, y, z, posto $dy = mdx$, e $dz = m'dx$ essa si abbasserà al prim'ordine e diventerà della forma

$$(B)\ (1 + m^2 + m'^2)^3 dx^2 = a^2 dm^2 + a^2 dm'^2 + a^2 (mdm' - m'dm)^2 .$$

Qualunque sia la forma dell'integrale di questa equazione (B), è certo per ciò che abbiamo veduto all'articolo II, che egli sarà espresso da due equazioni, le quali comprenderanno una sola funzione arbitraria. In vigore di queste due equazioni saranno m ed m' espresse per x; e quindi l'equazioni $y = \int mdx$, e $z = \int m'dx$, le quali esprimeranno l'integrale finito dell'equazione (A), non conterranno che una sola funzione arbitraria.

Da tutto ciò sembra che si possa rilevare, non essere esatto l'integrale finito completo assegnato dal Sig. *Monge* all'equazione (A). Per ottenere questo integrale, bisognerebbe che si potesse eliminare α dalle tre equazioni

$$N = 0$$

$$\left(\frac{dN}{dx}\right) = 0$$

$$\left(\frac{d^2N}{d\alpha^2}\right) = 0 ;$$

ed allora si potrebbero applicare all'integrazione delle due risultanti equazioni in x, y, e z i metodi ordinarj. Ma se questa eliminazione non è in generale eseguibile, potrà però riescire allorchè si danno dei valori alla funzione ϕ, e si potranno così ritrovare degl' integrali finiti particolari dell' equazione (A).

XI. Si può concludere da quello che abbiamo detto sull' equazioni del second'ordine, che qualunque sia l'ordine di

una equazione tra tre variabili, la quale non soddisfaccia ai criterj d'integrabilità, essa ammetterà sempre un solo integrale primo espresso in due equazioni, e contenente una funzione arbitraria, quantunque questo integrale possa presentarsi sotto varie forme tra loro diverse. Trovato l'integrale primo, il sistema delle due equazioni, ond'è composto, soddisfarà sempre alle condizioni d'integrabilità, e la ricerca degli integrali inferiori dipenderà da' metodi ordinarj. Onde gl'integrali di tutti gli ordini non conterranno, che quella sola funzione arbitraria che è nel primo. Se le variabili sono più di tre, il numero dell'equazioni, che compongono l'integrale primo, e quello delle funzioni arbitrarie, si può rilevare da ciò che abbiamo detto per l'equazioni del prim'ordine.

ARTICOLO IV.

Dell' equazioni del second' ordine, nelle quali niuno elemento è supposto costante.

XII. Abbiamo fin qui supposta dx costante, consideriamo adesso quell' equazioni, nelle quali niuno elemento sia supposto costante. Data l'equazione del second' ordine

$$Pd^2y + Qd^2x + Rdy^2 + Sdxdy + Tdx^2 = 0$$

tra le due variabili x ed y, nella quale niun differenziale primo si pone costante, stabiliscono i Geometri, che questa equazione è assurda, cioè non significa niente, e non ammette integrale completo, che quando $Pdy + Qdx = 0$ è una equazione identica. Se poi l'equazione $Pdy + Qdx = 0$ non essendo identica, soddisfà però alla proposta, ne è un integrale, ma particolare, perchè non contiene alcuna costante arbitraria. Pure vedremo adesso, che quell'equazione è sempre reale, ed ammette un integrale alcune volte espresso in una sola equazione, per lo più in due. L'errore di crederla assurda è nato dal supporre, che siccome nell'equazione differenziale non vi sono che le due variabili x ed y, così le medesime sole variabili debbano aver luogo nell' integrale. Eppure è ovvio il caso, in cui non avendo luogo nell'equazione differenziale che la sola variabile y, nell' integrale però entra ancora un'altra variabile x, che vien dalla differenzia-

zione eliminata. Perchè se Y e P sono due funzioni di y, data l' equazione $Pd^2Y = 0$, si stabilisce che abbia luogo in essa un'altra variabile x, di cui il differenziale primo sia stato supposto costante, e si trova l' integrale primo di quell' equazione essere $dY = adx$, e l'integrale finito $Y = ax + b$. Così se sarà data l' equazione $Md(Pdx + Qdy) = 0$, ove M, P, e Q sono funzioni di x ed y, e nel differenziare la quantità $Pdx + Qdy$ niuno elemento si suppone costante, avrà luogo nel problema, che ha condotto a quella equazione, un'altra variabile u, di cui il differenziale primo sarà costante. Quindi l'integrale primo della proposta sarà

$$Pdx + Qdy = adu$$

ove a è una costante arbitraria. Per passare all' integrale finito convien notare due casi; 1.° se $Pdx + Qdy$ è una differenziale esatta, di cui l'integrale sia R, avremo integrando di nuovo

$$R = au + b$$

ed in questo caso soddisfarà al problema una superficie: 2.° se $Pdx + Qdy$ non è una differenziale esatta, sia N il fattore che la rende tale, ed allora l' integrale finito della proposta sarà espresso dalle due equazioni

$$\int N(Pdx + Qdy) = \phi.u$$
$$aN = \phi'.u$$

cioè soddisfarà al problema una curva di doppia curvatura.

L'istesso avrà luogo nell'equazioni della forma $Md^2P = 0$, qualunque sia il numero delle variabili in esse contenute, delle quali l'integrale primo sarà $dP = adu$, e l'integrale finito sarà espresso da una o più equazioni, che si troveranno con i metodi esposti nel primo e nel secondo articolo. Sia data per esempio l'equazione

$$y^2zd^2z + y^2dz^2 + ydxdy + xyd^2y - xdy^2 + y^2dxdz + y^2zd^2x = 0$$

Dividendola per y^2 troveremo il suo integrale primo essere

$$zdz + \frac{xdy}{y} + zdx = adu.$$

Siccome questa equazione non soddisfà ai criterj d'integrabilità, applicandovi i metodi dell'art. I. vedremo il di lei integrale esser rappresentato dalle tre equazioni

$$z^2 + 2x \log. y = \phi(x, u).$$

$$2 \log. y - 2z = \frac{d\phi}{dx}$$

$$2a = \frac{d\phi}{du}.$$

La terza ci dà $\phi = 2au + \psi.x$, e sostituito questo valore di ϕ nelle altre due esse diventeranno

$$z^2 + 2x \log. y = 2au + \psi.x$$
$$2 \log. y - 2z = \psi'.x$$

e formeranno l' integrale finito completo della precedente equazione del second' ordine. Infatti se differenziamo la prima di quest' equazioni due volte supposta du costante, e vi sostituiamo i valori di $\psi'.x$, e $\psi''.x$ presi dalla seconda, ne nascerà la medesima equazione proposta.

XIII. Consideriamo adesso l'equazione generale

$$Pd^2y + Qd^2x + Rdy^2 + Sdxdy + Tdx^2 = 0,$$

e se essa non sarà riducibile alla forma $Md(Pdx + Qdy) = 0$, le due equazioni che ne formano l' integrale primo, si troveranno nel modo seguente. Facciamo $N(Pdy + Qdx) = du\phi.u$, e differenziando questa equazione nell' ipotesi di du costante, paragoniamone il resultato con la proposta, ed avremo $dyd.NP + dxd.NQ - NRdy^2 - NSdxdy - NTdx^2 = du^2\phi'.u$, e quindi le due equazioni

$$NPdy + NQdx = du\phi.u$$
$$dyd.NP + dxd.NQ - N(Sdxdy + Tdx^2 + Rdy^2) = du^2\phi'.u$$

formeranno l' integrale primo della proposta, com'è facile di verificare mediante la differenziazione. La ricerca dell' integrale finito dipenderà dai metodi ordinarj; ma qui si osservi che la quantità N è pienamente rilasciata al nostro arbitrio, e perciò possiamo prenderla in modo da render più facile questa seconda integrazione. Prendiamo dunque per N il moltiplicatore che rende la quantità $Pdy + Qdx$ una differenziale esatta, e in tal guisa si renderà integrabile la prima di quest' equazioni. E' facile il vedere come si debba operare, se l' equazioni proposte conterranno più di due variabili.

Sia data per esempio l'equazione

$$x^3d^2x + x^2yd^2y - y^2dx^2 + x^2dy^2 + a^2dx^2 = 0.$$

Prendendo $N = \frac{1}{x^2}$ troveremo che l'integrale primo della proposta si esprime con le due equazioni

$$xdx + ydy = du\phi'.u$$

$$\frac{x^2 + y^2 - a^2}{x^2} dx^2 = du^2\phi''.u.$$

La prima equazione integrata ci dà $x^2 + y^2 = 2\phi.u$, e sostituito questo valore di $x^2 + y^2$ nella seconda essa diventa $\frac{2\phi.u - a^2}{x^2} dx^2 = du^2\phi''.u$, cioè $\frac{dx}{x} = du\sqrt{\frac{(\phi''.u)}{2\phi.u - a^2}}$, e quindi $\log. x = \int du \sqrt{\frac{\phi''.u}{2\phi.u - a^2}}$. Pertanto l' integrale finito della proposta sarà espresso dalle due equazioni

$$x^2 + y^2 = 2\phi.u$$

$$\log. x = \int du \sqrt{\frac{\phi''.u}{2\phi.u - a^2}}.$$

Se facciamo $2\phi.u = a^2$, la prima equazione diventa $x^2 + y^2 = a^2$, e la seconda $\frac{x^2 + y^2 - a^2}{x^2} dx^2 = du^2\phi''.u$ ci dà similmente $x^2 + y^2 = a^2$: dunque la proposta ammette un integrale particolare espresso dalla sola equazione $x^2 + y^2 - a^2 = 0$.

Nei quattro articoli precedenti abbiamo percorsi tutti i casi dell' equazioni riputate assurde; perciò adesso possiamo francamente conchiudere che niuna dell' equazioni non soddisfaccenti ai criterj d' integrabilità sia assurda, ma che tutte ammettano un vero integrale espresso in due o più equazioni.

MEMORIA

SOPRA ALCUNI PROBLEMI MECCANICI.

Del Medeſimo.

UN celebre Problema di Meccanica è quello, in cui ſi cerca la preſſione che ſoffrono i varj appoggi, dai quali un corpo è ſoſtenuto ſopra un piano orizontale. Il Sig. *Leonardo Euler* ha preſo a riſolvere queſto Problema nel Tomo XVIII. dei nuovi Commentarj di Pietroburgo. Queſto gran Geometra oſſervando, che i principj della Statica non erano ſufficienti per determinarlo in tutti i caſi, ebbe ricorſo ad una ipoteſi, che pare a prima viſta eſatta, ma poi eſaminata attentamente ſi trova affatto inſuſſiſtente. Suppone egli che, eſpreſſa la preſſione ſofferta da ciaſcuno appoggio con una retta perpendicolare al piano nel punto in cui cade l'appoggio, l'eſtremità di queſte perpendicolari ſiano tutte in un piano. Infatti, ſe il piano orizontale, ſu cui ſi appoggia il corpo, invece di eſſere immobile, foſſe la ſuperficie di una materia cedevole, il corpo vi ſi affonderebbe: ora il cammino fatto dopo un dato tempuſcolo da ciaſcuno appoggio è ſecondo l' *Euler* proporzionale alla preſſione di lui, e gli appoggi ſi trovano tutti in un piano alla fine di queſto tempuſcolo: quindi eſpreſſe le preſſioni, come ſopra abbiamo detto, le loro eſtremità caderanno tutte in un piano. Queſto diſcorſo anderebbe bene ſe gli appoggi foſſero tutti ſtaccati, perchè allora lo ſpazio percorſo da ciaſcuno appoggio ſarebbe proporzionale alla di lui preſſione. Ma ſiccome gli appoggi ſono collegati inſieme, e le loro diſtanze devono ſempre mantenerſi le medeſime, ciaſcuno appoggio ſi riſente dell'azione degli altri; onde il cammino fatto da eſſo in un dato tempuſcolo non è più proporzionale alla preſſione che ſoffre. Manca dunque il fondamento della ſuppoſizione di *Euler*; e quindi convien dire che egli non abbia pro-

vato ciò che assume. Ma ammessa una volta questa ipotesi riesce molto facile il determinare la pressione sofferta da un numero qualunque di appoggi. Più generalmente ancora se si suppone che, espresse le pressioni come sopra, le loro estremità cadano in una superficie curva, della quale (chiamate x ed y le coordinate orizontali prese sul piano in cui posa il corpo, e z la coordinata verticale) l'equazione sia $z =$ ad una funzione qualunque di x ed y che comprenda tre costanti, il problema delle pressioni sarà di ugualmente facile risoluzione, come si potrà riscontrare usando un metodo simile a quello del Sig. *Euler*. Ma i principj della Meccanica nulla ci offrono per determinar questa superficie. Riguardo poi all'ipotesi del Sig. *Euler*, oltre all'aver mostrato che manca di prova, possiamo anche *a posteriori* assegnar molti casi in cui essa non ha luogo. Sia (fig. I.) il corpo sostenuto da quattro appoggi A, B, C, D, e la direzione del di lui centro di gravità cada in G in diritto con i punti A e B, e chiamiamo le respettive pressioni con le medesime lettere A, B, C, D. Tirate le perpendicolari CC', DD' alla retta AB, la somma de' momenti per rispetto a questa retta, cioè $C.CC' + D.DD'$ dovrà essere zero, lo che a motivo de' due punti C e D situati dalla medesima parte della retta AB non può succedere, se le pressioni C e D non sono uguali a zero. Posto ciò il piano, in cui secondo l'ipotesi dell'*Euler* devono cadere l'estremità delle pressioni, passerà per C e D, e la retta CD sarà la comun sezione di questo piano e del piano della Tavola, e tirate le perpendicolari AA', BB' alla retta CD, le pressioni A e B staranno tra loro come le rette AA', BB'. Ma queste pressioni si sa esser tra loro come BG ad AG: dunque $AA' : BB' = BG : AG$, lo che non è vero che in una sola delle infinite situazioni, che può avere sulla retta AB' il punto G. Se oltre i punti C e D vi sarà un altro appoggio E situato dalla medesima parte, le pressioni C, D, E saranno tutte uguali a zero, onde il piano che passa per le loro estremità sarà il piano della Tavola, e l'estremità delle pressioni A e B dovranno cadere in questo medesimo piano, cioè saranno uguali a zero, lo che è falso.

Tra quelli, che hanno trattato di questa materia, si deve in particolar modo rammentare il Sig. *d'Alembert*, il

quale con la sua solita acutezza nel Tomo VIII de' suoi Opuscoli ha dimostrato, che con i soli principj della Meccanica non può determinarsi la pressione esercitata da un corpo su tre appoggi situati in diritto con la direzione del centro di gravità del corpo; ed il primo che io sappia ha rilevato questo paradosso Meccanico, che un problema determinato, quando i tre appoggi non sono in diritto, diventa subito indeterminato quando gli appoggi sono tutti situati in linea retta. Il Sig. Ab. *Bossut* nel suo Trattato elementare di Meccanica, dopo di avere osservato che il Problema è indeterminato quando gli appoggi sono più di tre, o quando i tre appoggi sono in linea retta, dà una elegante soluzione del solo caso determinato. Finalmente il Sig. *Delanges* nel Tomo V. della nostra Società ha data una nuova soluzione di questo Problema preso in tutta l'estensione, considerando un numero qualunque di appoggi.

Siccome queste soluzioni sembrano affatto differenti, ho pensato di prender nuovamente a trattare questa materia con tutta la generalità. Tutti i Problemi, che hanno rapporto all'equilibrio, si possono invero considerare come risoluti nella Meccanica Analitica del Sig. de la *Grange*; almeno in quell'Opera eccellente si trovano i principj necessarj per risolverli tutti. Pure spero che i Geometri non sgradiranno di vedere una soluzione di questo Problema con quella semplificazione, che le di lui particolari condizioni permettono, ed un ulteriore sviluppo delle formule analitiche del Sig. de la *Grange* intrapreso e per conciliare le diverse soluzioni di questo Problema, e per mostrare evidentemente ciò che da' soli principj della Meccanica senza alcuna ipotesi possa sperarsi. Io mi varrò in queste ricerche del principio delle velocità virtuali, il quale oltre gli altri pregi ha quello di dare tutte l'equazioni del Problema, e le sole necessarie. Chi si vale di altri particolari principj, corre rischio, senza il soccorso di una fina Metafisica, o di omettere alcuna dell'equazioni necessarie, o di ammetterne altre che siano contenute nelle già considerate, come potremmo darne degli esempj.

Risulta dall'Analisi seguente, che il Problema è indeterminato quando gli appoggi sono più di tre, o quando i tre appoggi sono in linea retta; e nel caso de' tre appoggi non

in diritto

in diritto che le ſoluzioni de' Signori *Euler*, *Boſſut*, e *Delanges* ſono eſatte, e ſon compreſe tra le infinite ſoluzioni che ſi poſſono dare di queſto problema differenti di aſpetto, ma in ſoſtanza conformi. Ho preſo in ſeguito a conſiderare il caſo, in cui il corpo ſi appoggia ſopra un piano inclinato, e ſupponendo applicata al centro di gravità del corpo una forza, che ne impediſca la diſceſa per lo piano inclinato, ho moſtrato che queſto problema ſi riduceva al primo. Dopo di queſto ho ſuppoſto che il corpo foſſe appoggiato a varj piani diverſamente inclinati, ed ho trovato che il problema è in tal caſo generalmente determinato per ſei appoggi, indeterminato per un numero di appoggi maggiore. Dico generalmente, perchè può eſiſtere qualche relazione tra le inclinazioni de' diverſi piani, che renda indeterminato il problema anche per ſei o per un numero minore di appoggi. E' facile dedurre da ciò la ſoluzione del problema, quando il corpo è appoggiato a ſuperficie curve, come ho in fine accennato, facendone l'applicazione al caſo delle ſuperficie sferiche, e cilindriche.

Della preſſione di un corpo ſopra varj punti di un piano orizontale.

I. Sia dato un corpo (fig. II) appoggiato ad un piano orizontale con un numero qualunque di ſoſtegni A, B, C, D, ec.; e ſi debba determinare la preſſione, che in ciaſcuno di queſti appoggi ſoffre il piano orizontale. Sia G il punto, in cui la direzione del centro di gravità del corpo, cioè la verticale che paſſa per queſto centro, incontra il piano orizontale, che per noi ſarà quello della Tavola: e ſe concepiamo il peſo del corpo P riunito nel centro di gravità, lo che è permeſſo, la forza P agirà ſul piano nel punto G perpendicolarmente ad eſſo, e ſarà quella forza, che produce le preſſioni ne' punti A, B, C, D, ec. Se adeſſo ſupponghiamo il piano mobile, e conſideriamo le preſſioni applicate ai punti A, B, C, D, ec. in parte oppoſta, cioè contro la direzione della gravità, il piano rimarrà in equilibrio. Quindi il problema ſi riduce a cercare, quali eſſer debbano le forze P', P'', P''', P'''', ec. applicate ai punti

A, B, C, D, ec. perpendicolarmente al piano e contro la direzione della gravità, perchè il piano aggravato in G dal peſo del corpo, o da una ſorza P nella direzione della gravità ſia in equilibrio.

Primieramente adunque converrà che ſia impedito al piano il moto progreſſivo, il quale non può eſſere che verticale; e quindi in vigore del principio delle velocità virtuali ſe ſi dà al piano un piccolo impulſo in modo, che δz ſia lo ſpazietto percorſo verticalmente dal punto G, ſi avrà $P\delta z - (P' + P'' + P''' + P'''' + \text{ec.})\delta z = 0$, perchè qui non conſideriamo per ora che il ſolo moto verticale, e perciò δz è lo ſpazietto percorſo da tutti i punti del piano. Abbiamo dunque l'equazione

$$(1)\quad P' + P'' + P''' + P'''' + \text{ec.} = P$$

la quale indica, che la ſomma di tutte le preſſioni dev'eſſere eguale al peſo del corpo.

Oltre il moto progreſſivo del piano deve anch'eſſere impedito il moto di rotazione. Prendiamo una retta qualunque EA' in queſto piano, e da tutti i punti G, A, B, C, D, ec. tiriamo ſu di eſſa le perpendicolari GG', AA', BB', CC', DD', ec., che chiameremo riſpettivamente y, y', y'', y''', y'''', ec. Adeſſo ſupponendo immobile l'aſſe EA' diamo un piccolo impulſo al piano, e ſia δu l'archetto dal punto G deſcritto intorno a queſt'aſſe; ſaranno $\frac{y'\delta u}{y}$, $\frac{y''\delta u}{y}$, $\frac{y'''\delta u}{y}$, $\frac{y''''\delta u}{y}$, ec. gli archetti reſpettivamente deſcritti dai punti A, B, C, D, ec.: ed in forza del principio delle velocità virtuali avremo $P\delta u - \frac{P'y' + P''y'' + P'''y''' + P''''y'''' + \text{ec.}}{y}\delta u = 0$, cioè

$$(2)\quad P'y' + P''y'' + P'''y''' + P''''y'''' + \text{ec.} = Py$$

la qual'equazione ſi poteva anche dedurre dalla Teoria de' momenti.

Similmente, ſe prendiamo un altro aſſe EF perpendicolare al primo, e chiamiamo le rette EG, EA', EB', EC', ED', ec. reſpettivamente x, x', x'', x''', x'''', ec., avremo

$$(3)\quad P'x' + P''x'' + P'''x''' + P''''x'''' + \text{ec.} = Px.$$

II. Se le tre equazioni precedenti avranno luogo, ſarà impedito al piano qualunque moto progreſſivo e di rotazione, e quindi egli ſarà in equilibrio. Si abbia infatti un al-

tro asse qualunque HA'', che incontri il primo in H, intorno al quale possa il piano girarsi; io dico che poste le precedenti equazioni sarà impedito il moto di rotazione anche intorno a questo asse. Poichè tirate su di esso le perpendicolari GG'', AA'', BB'', CC'', DD'', ec. per l'equilibrio dovrà essere

$$P'.AA''+P''.BB''+P'''.CC''+P''''.DD''+\text{ec.}=P.GG''.$$

Ora se chiamiamo a la retta EH, ed α l'angolo $A'HA''$ avremo $AA''=y'\cos.\alpha+(a-x')\,sen.\alpha$, $BB''=y''\cos.\alpha+(a-x'')\,sen.\alpha$, $CC''=y'''\cos.\alpha+(a-x''')\,sen.\alpha$, $DD''=y''''\cos.\alpha+(a-x'''')\,sen.\alpha$, ec. e $GG''=y\cos.\alpha+(a-x)\,sen.\alpha$; e sostituiti questi valori l'equazione precedente diventerà

$$(Py'+P''y''+P'''y'''+P''''y''''+\text{ec.})\cos.\alpha-(P'+P''+P'''+P''''+\text{ec.})a\,sen.\alpha$$
$$+(P'x'+P''x''+P'''x'''+P''''x''''+\text{ec.})sen.\alpha=Py\cos.\alpha-Pa\,sen.\alpha+Px\,sen.\alpha.$$

la quale nasce dalle tre prime mediante la combinazione (2) $\cos.\alpha$ — (1) $a\,sen.\alpha$ + (3) $sen.\alpha$. Se dunque hanno luogo le tre prime equazioni, sarà impedito nel piano qualunque moto, e perciò per determinare l'equilibrio del piano conviene a queste sole equazioni soddisfare.

III. Siccome pertanto i principj della Meccanica non ci danno per determinare le pressioni esercitate da varj appoggi di un corpo che tre equazioni, ne segue che il problema si potrà risolvere quando tre sono gli appoggi, ma resterà indeterminato, quando il numero degli appoggi è maggiore. E nel caso di tre appoggi i valori delle pressioni P', P'', P''' si dovranno dedurre dall'equazioni

$$P'+P''+P'''=P$$
$$P'y'+P''y''+P'''y'''=Py$$
$$P'x'+P''x''+P'''x'''=Px.$$

Ma per avere queste pressioni espresse più semplicemente si osservi, che possiamo prendere ad arbitrio l'asse EH, e che l'angolo formato dalle coordinate x, y parallele ai due assi, invece di esser retto, può essere in qualunque modo obliquo. Se perciò facciamo passare l'asse EH per i punti A e B, e l'asse EF per i punti A e C, avremo $x'=0$, $x'''=0$, $y'=0$, $y''=0$, e le pressioni si dovranno determinare dall'equazioni $P'+P''+P'''=P$, $P'''y'''=Py$, $P''x''=Px$, cioè sarà

$P''' = P \frac{y}{y'''}$, $P'' = P \frac{x}{x''}$, e $P' = P(1 - \frac{x}{x''} - \frac{y}{y'''})$.

IV. Poichè, preso un asse qualunque HA'', l'equazione che ne deriva dipende dalle tre prime equazioni (1), (2), e (3); quindi potremo risolvere il problema, se prenderemo tre assi qualunque di rotazione, e l'equazioni, che ne otterremo, equivarranno all'equazioni (1), (2), e (3). Onde, siccome resta in nostro arbitrio la scelta de' tre assi, avremo infinite soluzioni del problema, in sostanza le stesse, ma di un aspetto diverso, tra le quali potremo scegliere le più semplici. Ma se invece di tre assi ne prendessimo quattro o un maggior numero, siccome l'equazioni date dal quarto asse e dai seguenti, per ciò che abbiamo dimostrato, son comprese nelle prime tre, considerando insieme quattro o più equazioni giungeremmo a dei valori di P', P'', ecc. indeterminati, cioè della forma $\frac{0}{0}$, com'è noto dalla Teoria della eliminazione.

V. Abbiamo detto, che generalmente i tre assi si possono prendere in qualunque modo: se però essi passeranno tutti pel punto G, avremo due sole equazioni, perchè la terza dipenderà dalle due prime. Siano infatti (fig. III.) presi per assi le tre rette HG, $H'G$, $H''G$, che passano pel punto G, e siano le perpendicolari tirate dai punti A, B, C sul primo asse rispettivamente z', z'', $-z'''$, sul secondo r', r'', $-r'''$, sul terzo s', s'', $-s'''$; ove ponghiamo negative le perpendicolari, che nella figura cadono dalla parte dell'asse opposta a quella, in cui son prese le positive. Avremo l'equazioni

$$P'z' + P''z'' - P'''z''' = 0$$
$$P'r' + P''r'' - P'''r''' = 0$$
$$P's' + P''s'' - P'''s''' = 0 .$$

Siccome manca la quantità P, non potremo avere il rapporto delle pressioni al peso, ma solamente dalle due prime equazioni il rapporto di due delle quantità P', P'', P''' alla terza, e la terza equazione ci darà una equazione di condizione tra z', z'', z''', r', r'', ecc.. Questa equazione di condizione non può aver luogo, perchè i punti A, B, C possono essere in qualunque modo situati: dunque la terza equa-

zione sarà inclusa nelle due prime; e così è di fatto. Per dimostrar ciò si osservi che, facendo $EH=a$, $EH'=b$, $EH''=c$, l'angolo $GHH'=\alpha$, l'angolo $GH'H''=\beta$, e l'angolo $GH''M=\gamma$, avremo $z'=y'\cos.\alpha+(a-x')\,\mathrm{sen}.\alpha$, $r'=y'\cos.\beta+(b-x')\,\mathrm{sen}.\beta$, $s'=y'\cos.\gamma+(c-x')\,\mathrm{sen}.\gamma$, $z''=y''\cos.\alpha+(a-x'')\,\mathrm{sen}.\alpha$, $r''=y''\cos.\beta+(b-x'')\,\mathrm{sen}.\beta$, $s''=y''\cos.\gamma+(c-x'')\,\mathrm{sen}.\gamma$, $-z'''=y'''\cos.\alpha+(a-x''')\,\mathrm{sen}.\alpha$, $-r'''=y'''\cos.\beta+(b-x''')\,\mathrm{sen}.\beta$, $-s'''=y'''\cos.\gamma+(c-x''')\,\mathrm{sen}.\gamma$. Ponghiamo $s'=mz'+nr'+p$, e sostituendo in questa equazione i valori di z', r', s' avremo $y'\cos.\gamma+(c-x')\,\mathrm{sen}.\gamma=my'\cos\alpha+m(a-x')\,\mathrm{sen}.\alpha+ny'\cos.\beta+n(b-x')\,\mathrm{sen}\beta+p$. Questa equazione dovendo aver luogo, qualunque sia x' ed y', avremo

$$m\,\mathrm{sen}.\alpha+n\,\mathrm{sen}.\beta=\mathrm{sen}.\gamma$$
$$m\cos.\alpha+n\cos.\beta=\cos.\gamma$$
$$p=c\,\mathrm{sen}.\gamma-ma\,\mathrm{sen}.\alpha-nb\,\mathrm{sen}.\beta$$

e quindi dedurremo $m=-\frac{\mathrm{sen}(\gamma-\beta)}{\mathrm{sen}(\beta-\alpha)}$, $n=\frac{\mathrm{sen}(\gamma-\alpha)}{\mathrm{sen}(\beta-\alpha)}$, e

$$p=\frac{c\,\mathrm{sen}.\gamma\,\mathrm{sen}(\beta-\alpha)+a\,\mathrm{sen}.\alpha\,\mathrm{sen}(\gamma-\beta)-b\,\mathrm{sen}.\beta\,\mathrm{sen}(\gamma-\alpha)}{\mathrm{sen}(\beta-\alpha)}.$$

Posti questi medesimi valori di m, n, p sarà ancora $s''=mz''+nr''+p$, e $-s'''=-mz'''-nr'''+p$. Ora io dico che $p=0$: infatti se si riflette che il punto G cade su ciascuno dei tre assi, e perciò le perpendicolari tirate dal punto G su questi assi sono eguali a zero, è chiaro che si avrà

$$y\cos.\alpha+(a-x)\,\mathrm{sen}.\alpha=0$$
$$y\cos.\beta+(b-x)\,\mathrm{sen}.\beta=0$$
$$y\cos.\gamma+(c-x)\,\mathrm{sen}.\gamma=0$$

Dalle prime due equazioni si ricava

$x=\frac{b\,\mathrm{sen}.\beta\cos.\alpha-a\,\mathrm{sen}.\alpha\cos.\beta}{\mathrm{sen}(\beta-a)}$, $y=\frac{(b-a)\,\mathrm{sen}.\alpha\,\mathrm{sen}.\beta}{\mathrm{sen}(\beta-\alpha)}$, e sostituiti questi valori nella terza essa diventa

$$\frac{(b-a)\,\mathrm{sen}.\alpha\,\mathrm{sen}.\beta\cos.\gamma}{\mathrm{sen}(\beta-\alpha)}+c\,\mathrm{sen}\,\gamma$$
$$+\frac{a\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\gamma\cos\beta-b\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\gamma\cos\alpha}{\mathrm{sen}(\beta-\alpha)}=0 \text{ cioè}$$

$$\frac{a\,sen\,\alpha\,sen\,(\gamma-\beta)-b\,sen\,\beta\,sen\,(\gamma-\alpha)+c\,sen\,\gamma\,sen\,(\beta-\alpha)}{sen\,(\beta-\alpha)}=0.$$

Queſto è appunto il valore di p; dunque $p=0$. Abbiamo pertanto $s'=mz'+nr'$, $s''=mz''+nr''$, $s'''=mz'''+nr'''$, e l'equazione $P's'+P''s''-P'''s'''=0$ ſoſtituiti queſti valori diventa

$$P'(mz'+nr')+P''(mz''+nr'')-P'''(mz'''+nr''')=0$$

cioè dipende dalle altre due equazioni $P'z'+P''z''-P'''z'''=0$, $P'r'+P''r''-P'''r'''=0$.

VI. Siccome è in noſtro arbitrio la ſcelta degli aſſi, prendiamo per aſſi (fig. IV) le rette AB, AC, BC, che congiungono i punti A, B, C, ed otterremo una ſoluzione del problema ſempliciſſima. Infatti per rapporto all'aſſe AB avremo l'equazione $P.'''CC'=P.GG'$, cioè la preſſione eſercitata ſul punto C ſtarà al peſo del corpo, come $GG':CC'$, o come il triangolo AGB al triangolo ACB. Facendo l'iſteſſo diſcorſo relativamente agli aſſi AC, e BC troveremo, che le preſſioni ſu' punti A, B, C ſtanno tra loro come i triangoli BGC, AGC, AGB, il peſo del corpo eſſendo rappreſentato dal triangolo ABC. Il Sig. *Euler* è giunto a queſto medeſimo teorema, perchè la di lui ipoteſi, che in generale non è vera, è eſattiſſima nel caſo di tre appoggi non ſituati in diritto.

Il Sig. Abate *Boſſut* per riſolvere queſto problema ſuppone, che condotta (fig. V.) la retta AB, e dal punto C per G la retta CD, la quale incontri la prima in D, ſia AB un vette, il di cui punto di appoggio ſia in D; poi immaginando riunite in D le due preſſioni ſopra A e B ſuppone che CD ſia un altro vette, e il di lui punto di appoggio in G. Per dimoſtrare che queſte due ſuppoſizioni ſono eſatte conſideriamo i due aſſi AB, CD, ed il terzo $A'B'$ condotto per C perpendicolarmente a CD; avremo l'equazioni (1) $P.'''CD=P.GD$, (2) $P'.AD=P''.BD$, (3) $P'.AA'+P''.BB'=P.CG$. L'equazione (2) ci moſtra ſubito, che AB ſi può riguardare come un vette, il quale abbia il punto di appoggio in D: dipoi condotte AA'', BB'' perpendicolari a CD, è in vigore di queſta medeſima equazione $P'.DA''=P''.DB''$, e quindi per la terza equazione

$P'(AA'-DA'')+P''(BB'+DB'')=P.CG$, cioè (a) $(P'+P'')CD=P.CG$. Ora le due equazioni (1) ed (a) indicano che ſi può riguar-

dare *CD* come un vette che ſia in equilibrio, avendo in *G* il punto di appoggio, ed eſſendo aggravato in *C* e *D* dalle potenze P''' e $P'+P''$.

Se tirate (fig. IV) le rette *GA*, *GB*, *GC* prendiamo per aſſi le rette a queſte riſpettivamente perpendicolari *Aa*, *Bb*, *Cc*, avremo la ſoluzione del Sig. *Delanges*.

Tutte queſte ſoluzioni pertanto, e le altre infinite che ſi potrebbero dare prendendo tre aſſi qualunque, ſono egualmente eſatte, ed i loro reſultati ſono conformi.

VII. Se tutti i punti di appoggio *A*, *B*, *C* ſono in diritto, converrà che ſia nella medeſima retta con eſſi anche il punto *G*, e ſvaniranno inſieme (fig. IV) i triangoli *AGB*, *AGC*, *BGC*, ed il triangolo *ABC*; onde avremo il valore di ciaſcuna preſſione eſpreſſo da $\frac{0}{0}$, cioè indeterminato. I Signori *d'Alembert* e *Boſſut* avevano già oſſervato, che i principj della Statica laſciavano queſto caſo indeterminato. Ma ſiccome potrebbe dubitarſi, che l'eſpreſſione indeterminata $\frac{0}{0}$ aveſſe luogo nelle particolari ſoluzioni di queſti Geometri, ed in quella che naſce dal teorema dell'*Euler*, e vi foſſe qualche ſoluzione che daſſe le preſſioni ſotto una forma determinata, riſolviamo il problema nella maſſima generalità. Prendiamo adunque (fig. VI) tre aſſi qualunque *LM*, *LN*, *MN*, e tirando dai punti *G*, *A*, *B*, *C* ſu di eſſi le perpendicolari chiamiamo GG' x, GG'' y, GG''' z. Ora ſe α è l'angolo che la retta *AC* forma coll'aſſe *LN* avremo $AA'=x-AG\,sen\,\alpha$, $BB'=x+BG\,sen\,\alpha$, $CC'=x+CG\,sen\,\alpha$. Similmente chiamando β l'angolo, che la medeſima retta *AC* forma coll'aſſe *LM*, otterremo $AA''=y-AG\,sen\,\beta$, $BB''=y+BG\,sen.\beta$, $GC''=y+CG\,sen.\beta$. E così pure, ſe γ è l'angolo formato dalla retta *AC* coll'aſſe *MN*, avremo $AA'''=z+AG\,sen.\gamma$, $BB'''=z-BG\,sen.\gamma$, $CC'''=z-CG\,sen.\gamma$. Poſto ciò per determinare le preſſioni eſercitate ſu' punti *A*, *B*, *C* abbiamo per le coſe precedenti l'equazioni

$$(1)\ P'(x-AG\,sen\,\alpha)+P''(x+BG\,sen\,\alpha)+P'''(x+CG\,sen\,\alpha)=Px$$

$$(2)\ P'(y-AG\,sen\,\beta)+P''(y+BG\,sen\,\beta)+P'''(y+CG\,sen\,\beta)=Py$$

$$(3)\ P'(z+AG\,sen\,\gamma)+P''(z-BG\,sen\,\gamma)+P'''(z-CG\,sen\,\gamma)=Pz$$

Adeſſo è facile il vedere che la terza equazione è incluſa nelle due prime: poiche $(1) sen\,\beta - (2) sen\,\alpha$ ci darà $P' + P'' + P''' = P$, e quindi $- P'.AG + P''.BG + P'''.CG = 0$; onde alle due equazioni (1) e (2) equivalgono le due ſeguenti

$$(a)\quad P' + P'' + P''' = P$$
$$(b)\quad P'.AG - P''.BG - P'''.CG = 0$$

ed è chiaro che l'equazione (3) naſce da $(a) z + (b) sen\,\gamma$. Siccome adunque la terza equazione è incluſa nelle due prime, o prendiamo le ſole equazioni (1) e (2), o ſia l'equivalenti (*a*) e (*b*), e queſte non baſteranno per determinare le tre quantità P', P'', P'''; o prendiamo le tre equazioni (1), (2), e (3), ed in tal caſo, poichè la terza equazione dipende dalle altre due, giungeremo ad avere per P', P'', P''', dei valori della forma $\frac{0}{0}$.

L' iſteſſo poſſiamo più facilmente dedurre dal n.° I. moſtrando che nel caſo de' tre appoggi in diritto le tre equazioni ſi riducono a due ſole, qualunque ſi prendano gli aſſi delle coordinate. Infatti, ſiccome i tre appoggi ſono in diritto, ſe chiamiamo a e b le diſtanze del primo appoggio dagli altri due, ed α l'angolo che la retta degli appoggi forma coll'aſſe della x, avremo $x'' = x' + a\,cos.\alpha$, $x''' = x' + b\,cos.\alpha$, $y'' = y' + a\,sen\,\alpha$, $y''' = y' + b\,sen.\alpha$. Soſtituiti queſti valori le tre equazioni del n.° I diventeranno

$$(1)\quad P' + P'' + P''' = P$$
$$(2)\quad (P' + P'' + P''')y' + P''\,a\,sen\,\alpha + P'''\,b\,sen.\alpha = Py$$
$$(3)\quad (P' + P'' + P''')\,x' + P''\,a\,cos.\alpha + P'''\,b\,cos\,\alpha = Px.$$

Da queſte ſi deduce $\frac{y - y'}{sen\,\alpha} = \frac{x - x'}{cos\,x}$, cioè dev' eſſere in diritto con gli appoggi anche il punto corriſpondente al centro di gravità del corpo; e quindi, chiamata c la diſtanza di queſto punto dal primo appoggio, ſarà $x = x' + c.cos\,\alpha$, $y = y' + c\,sen\,\alpha$. Poſti queſti valori di x ed y è evidente che la terza equazione naſce da $(1)(x' - y'\,cot.\alpha) + (2)\,cot.\alpha$, cioè è incluſa nelle due prime.

VIII. Il problema pertanto è indeterminato, e quando i punti di appoggio ſono più di tre, e quando i tre punti ſono in diritto. Abbiamo pienamente dimoſtrata la ſeconda

parte;

parte; per dare un ulteriore ſchiarimento riguardo alla prima conſideriamo la ſoluzione del Sig. *Delanges*, ove ſiccome (fig. VII) i tre aſſi *Aa*, *Bb*, *Cc* ci hanno date tre equazioni, pare a prima viſta che, ſe avremo un altro punto *D*, l'aſſe *Dd* ſia per darci una quarta equazione; in modo che il problema ſia determinato anche per quattro e più appoggi. Per eſaminare queſta queſtione prendiamo una retta qualunque *AP*, a cui riferiremo i quattro aſſi *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd*, e queſta retta per maggior ſemplicità facciamola paſſare pel punto *A*. Siano α, β, γ, δ gli angoli che reſpettivamente formano con la retta *AP* i quattro aſſi *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd* nei quattro punti *A*, *b*, *c*, *d*, ov'eſſi la incontrano, e ſia $Ab=a$, $Ac=b$, $Ad=c$. Prendendo un punto qualunque *M*, tiriamo da eſſo la perpendicolare *MP* ſulla retta *AP*, e le perpendicolari MP', MP'', MP''', MP'''' ſu i quattro aſſi. Poſto ciò, è evidente dalla teoria della permutazione delle coordinate, che avremo

$$MP' = AP\,sen\,\alpha + MP\,cos.\alpha$$
$$MP'' = (a + AP)\,sen\,\beta - MP\,cos\,\beta$$
$$MP''' = (b - AP)\,sen\,\gamma - MP\,cos\,\gamma$$
$$MP'''' = (c - AP)\,sen\,\delta - MP\,cos\,\delta.$$

Facciamo (*a*) $MP'''' = m.MP' + n.MP'' + p.MP'''$, e ſoſtituendo i valori di MP', MP'', ec. avremo

$$c\,sen\delta - AP\,sen\delta - MP\,cos\delta = n\,a\,sen\,\beta + pb\,sen\gamma + AP(m\,sen\,\alpha + n\,sen\beta - p\,sen\gamma)$$
$$+ MP(m\,cos\,\alpha - n\,cos\,\beta - p\,cos\,\gamma).$$

Eguagliando i coefficienti di *AP* e di *MP* avremo per determinare le quantità m, n, p le tre equazioni

$$n\,a\,sen\,\beta + p\,b\,sen\,\gamma = c\,sen\,\delta$$
$$m\,sen\,\alpha + n\,sen\,\beta - p\,sen\,\gamma = -sen\,\delta$$
$$m\,cos\,\alpha - n\,cos\,\beta - p\,cos\,\gamma = -cos\,\delta.$$

I valori di m, n, p, che ſe ne ricaveranno, ſarano indipendenti dalla ſituazione del punto *M*, e perciò l'equazione (*a*) avrà luogo, ovunque ſi prenda il punto *M*. Onde ſe chiamiamo z, z'', z''', z'''' le diſtanze dall'aſſe *Aa* de' punti *G*, *B*, *C*, *D*; u, u', u''', u'''' le diſtanze dall'aſſe *Bb* de' punti *G*, *A*, *C*, *D*; t, t', t'', t'''' le diſtanze dall'aſſe *Cc* de' punti *G*, *A*, *C*, *D*; e finalmente r, r', r'', r''' le diſtanze dall'aſſe *Dd* de' punti *G*, *A*, *B*, *C*; avremo $r = mz + nu + pt$; $r' = nu' + pt'$, $r'' = mz'' + pt''$, $r''' = mz''' + nu'''$.

Ora i quattro aſſi Aa, Bb, Cc, Dd ci danno le quattro ſeguenti equazioni

(1) $P''z'' + P'''z''' + P''''z'''' = Pz$

(2) $P'u' + P''u'' + P''''u'''' = Pu$

(3) $P't' + P''t'' + P''''t'''' = Pt$

(4) $P'r' + P''r'' + P'''r''' = Pr$

Soſtituiti nell'equazione (4) i valori di r, r', r'', ecc. eſſa diventerà

$$P'(nu' + pt') + P''(mz'' + pt'') + P'''(mz''' + nu''') = P(mz + nu + pt)$$

la quale è già compreſa nelle prime tre, e naſce dalla combinazione (1) m + (2) n + (3) p, poichè $mz'''' + nu'''' + pt''''$ = alla diſtanza del punto D dall'aſſe Dd è = o.

Quindi l'equazioni indipendenti non ſaranno che tre, e perciò il problema non ſarà determinato che per tre punti di appoggio. Che ſe voleſſimo prendere tutte e quattro l'equazioni precedenti, ne ricaveremmo i valori delle preſſioni P', P'', ecc. ſotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

Queſto medeſimo diſcorſo ſi può applicare a qualunque poſizione di aſſi, e ſerve a comprovare, che tre ſoli aſſi (purchè non paſſino tutti pel punto G (V)) danno l'equazioni del problema, e un numero maggiore di aſſi dà dell'equazioni inutili.

Della preſſione di un corpo ſopra un piano inclinato.

IX. Se un corpo poſa ſu varj punti di un piano inclinato, acciò non ſcorra ſu queſto piano, converrà applicargli una certa forza al centro di gravità. Queſta forza dovrà eſſer tale, che la riſultante di eſſa e del peſo del corpo ſia perpendicolare al piano. Conſiderando adunque queſta forza compoſta avremo il caſo precedentemente trattato di un piano ſpinto da una forza perpendicolare ad eſſo da una parte, e dalle preſſioni in ciaſcun punto di appoggio dalla parte oppoſta, il quale in vigor di queſte forze dovrà ſtare in equilibrio. Onde anche in queſto caſo troveremo il valore di ciaſcuna preſſione quando gli appoggi ſono tre, e dimoſtreremo che il problema è indeterminato, quando gli appoggi ſono più di tre, e quando i tre ſono in diritto.

Della pressione di un corpo sopra diversi piani inclinati.

X. Preso un piano qualunque orizontale riferiamo a questo per mezzo di tre coordinate ciascun punto di appoggio. Si tiri in questo piano una retta qualunque, e su di essa si prendano le x assumendone l'origine ad arbitrio, le y saranno nel piano orizontale perpendicolari a questa retta, e le z verticali tirate da ciascun punto del sistema sul piano orizontale. E per distinguere i diversi punti del sistema chiameremo x, y, e z le coordinate del centro di gravità del corpo, x', y', e z' quelle del primo punto di appoggio, x'', y'', e z'' quelle del secondo punto di appoggio, ecc. Siano inoltre α', α'', α''', ecc. respettivamente le inclinazioni de' diversi piani all'assunto piano orizontale, e β', β'', β''', ecc. gli angoli che coll'asse delle x formano nel piano orizontale le intersezioni di esso con i diversi piani inclinati. Per togliere ogni ambiguità prenderemo gli angoli α', α'', α''' ecc. sempre dalla medesima parte per rapporto all'origine delle x, e sempre acuti; poichè se fossero ottusi, considereremo questi angoli come formati dalla parte di sotto del piano orizontale, e gli prenderemo negativi. Al contrario prenderemo gli angoli β', β'', β''', ecc. o acuti o ottusi quali essi sono, ma gli misureremo tutti dalla parte dell' origine delle x. Nelle formule seguenti tutti gli angoli α', α'', α''', ecc. sono considerati acuti, e positivi: se ne' diversi casi alcuno di essi sarà ottuso, o (ciò che per noi è lo stesso) acuto e negativo, non si dovrà fare altro che mutare il segno al di lui seno, rimanendo lo stesso il segno del coseno.

XI. Posto ciò sia P il peso del corpo, il quale agisce lungo la direzione della coordinata z, e tende a diminuire questa coordinata, e siano P', P'', P''', ecc. le pressioni esercitate dal corpo su' dati piani ne' punti di appoggio. Se a queste pressioni sostituiamo forze uguali in direzioni opposte, tutto il sistema di questi piani insieme collegati supposto mobile dovrà rimanere in equilibrio, essendo spinto da queste forze, e dal peso P del corpo. Risolviamo questa forza P', P'', ecc. in altre tre parallele ai tre assi delle coordinate x, y, z, ed in luogo della forza P' avremo $P' \cos \alpha'$, $P' \operatorname{sen} \alpha' \cos \beta'$.

$P' sen\,\alpha' sen\,\beta'$ nella direzione delle coordinate z', y', x', e tendenti ad accrescere queste coordinate. Similmente invece della forza P'' avremo le forze $P'' cos\,\alpha''$, $P'' sen\,\alpha'' cos'' \beta''$, $P'' sen\,\alpha'' sen\,\beta''$, e così delle altre. Tutto il sistema adunque spinto dalle forze $P' cos\,\alpha'$, $P'' cos\,\alpha''$, $P''' cos\,\alpha'''$, ec. e $-P$ nella direzione delle z, dalle forze $P' sen\,\alpha' cos\,\beta'$, $P'' sen\,\alpha' cos\,\beta''$, $P''' sen\,\alpha''' cos\,\beta'''$, ec. nella direzione delle y, e dalle forze $P' sen\,\alpha' sen\,\beta'$, $P'' sen\,\alpha'' sen\,\beta''$, $P''' sen\,\alpha''' sen\,\beta'''$, ec. nella direzione delle x dovrà restare in equilibrio.

XII. Considerando in primo luogo il solo moto progressivo ponghiamo che il sistema riceva un piccolo impulso qualunque, mediante il quale le coordinate x, y, z del centro di gravità vengano respettivamente accresciute di δx, δy, δz; e siccome supponghiamo per ora che nel sistema non vi sia alcun moto di rotazione, δx, δy, δz saranno li spazietti percorsi da ciascun punto del sistema. Quindi in vigore del principio delle velocità virtuali avremo

$$(P' cos\,\alpha' + P'' cos.\alpha'' + P''' cos.\alpha''' + \text{ec.} - P)\,\delta z$$
$$+ (P' sen\,\alpha' cos\,\beta' + P'' sen\,\alpha'' cos\,\beta'' + P''' sen\,\alpha''' cos\,\beta''' + \text{ec.})\,\delta y$$
$$+ (P' sen\,\alpha' sen\,\beta' + P'' sen\,\alpha'' cos\,\beta'' + P''' sen\,\alpha''' cos\,\beta''' + \text{ec.})\,\delta x = 0$$

e siccome le quantità δx, δy, δz sono tra loro independenti, avremo le tre equazioni

$$(1)\quad P' cos\,\alpha' + P'' cos\,\alpha'' + P''' cos\,\alpha''' + \text{ec.} = P$$
$$(2)\quad P' sen\,\alpha' cos\,\beta' + P'' sen\,\alpha'' cos\,\beta'' + P''' sen\,\alpha''' cos\,\beta''' + \text{ec.} = 0$$
$$(3)\quad P' sen\,\alpha' sen\,\beta' + P'' sen\,\alpha'' sen\,\beta'' + P''' sen\,\alpha''' sen\,\beta''' + \text{ec.} = 0$$

le quali tre equazioni contengono le condizioni necessarie, perchè il moto progressivo del sistema rimanga impedito.

XIII. Ponghiamo adesso che intorno all'asse delle x considerato come fisso riceva il sistema un piccolo impulso, che gli faccia descrivere un angolo δu. Sarà $y\delta u$ lo spazietto percorso dal punto in cui è applicata la forza P nella di lei direzione, e così pure $y'\delta u$, $y''\delta u$, $y'''\delta u$, ec. li spazietti percorsi da ciascun punto di appoggio nella direzione delle forze $P' cos\,\alpha'$, $P'' cos\,\alpha''$, $P''' cos\,\alpha'''$, ec. Similmente $z'\delta u$, $z''\delta u$, $z'''\delta u$, ec. saranno li spazietti descritti dai punti di appoggio nella direzione delle forze $P' sen\,\alpha' cos.\beta'$, $P'' sen\,\alpha'' cos\,\beta''$, $P''' sen\,\alpha''' cos\,\beta'''$, ec. Prendendo adunque la somma delle forze moltiplicate negli spazietti da esse nella loro direzione descritti avremo l'equazione

$$(P'y'\cos\alpha' + P''y''\cos\alpha'' + P'''y'''\cos\alpha''' + \text{ec.} - Py)\,\delta u$$
$$-(P'z'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta' + P''z''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta'' + P'''z'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta''' + \text{ec.})\,\delta u = 0$$

ove abbiamo preſo il ſecondo membro negativo, perchè ſe li ſpazietti $y'\delta u$, $y''\delta u$, ec. accreſcono o diminuiſcono le coordinate z', z'', ec., viceverſa li ſpazietti $z'\delta u$, $z''\delta u$, ec. diminuiſcono o accreſcono le coordinate y', y'', ec.: onde ſe gli uni coſpirano con la direzione delle riſpettive ſorze, gli altri alla direzione di eſſe ſi oppongono. Avremo pertanto l'equazione

$$(4)\quad P'(y'\cos\alpha' - z'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta') + P''(y''\cos\alpha'' - z''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta'') + P'''(y'''\cos\alpha''' - z'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta''') + \text{ec.} = Py$$

la quale eſprime che la ſomma de' momenti riſpetto all'aſſe delle x è uguale a zero.

Col medeſimo diſcorſo troveremo rapporto agli aſſi delle y e delle z l'equazioni

$$(5)\quad P'(x'\cos\alpha' - z'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta') + P''(x''\cos x'' - z''\,\text{sen}\,x''\,\text{sen}\,\beta'') + P'''(x'''\cos\alpha''' - z'''\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta''') + \text{ec.} = Px$$

$$(6)\quad P'(x'\,\text{sen}\,\alpha'\cos\beta' - y'\,\text{sen}\,\alpha'\,\text{sen}\,\beta') + P(x''\,\text{sen}\,\alpha''\cos\beta'' - y''\,\text{sen}\,x''\,\text{sen}\,\beta'') + P'''(x'''\,\text{sen}\,\alpha'''\cos\beta''' - y'''\,\text{sen}\,\alpha'''\,\text{sen}\,\beta''') + \text{ec.} = 0.$$

Queſt'equazioni (4), (5) e (6) contengono le condizioni neceſſarie, perchè ſia diſtrutto il moto di rotazione del ſiſtema intorno ai tre aſſi delle x, y, e z; e quindi, com'è noto, perchè ſia impedito qualunque moto rotatorio del ſiſtema. Tutte queſte ſei equazioni combinano con quelle, che ha date il Sig. de la *Grange* nella ſua eccellente Meccanica per l'equilibrio di un ſiſtema qualunque, e contengono la piena riſoluzione del problema.

XIV. Siccome abbiamo ſei equazioni, potremo in generale determinare le preſſioni P', P'', P''', ec. quando il corpo è appoggiato a ſei ſoſtegni; ma ſe li appoggi ſaranno più di ſei, il problema reſterà indeterminato. Convien però riflettere che, ſe vi ſarà qualche relazione tra gli angoli α', α'', ec. β', β', ec., la quale faccia dipendere alcuna delle precedenti equazioni dalle altre, in tal caſo, perchè il problema ſia determinato, biſognerà che il numero degli appoggi ſia eguale al numero dell'equazioni tra loro indipendenti, che rimangono. Così, ſe per eſempio gli angoli β', β', ec. ſaranno tutti eguali, l'equazioni (2) e (3) ſaranno affatto ſimili, ed il problema non ſarà determinato che per cinque appoggi.

Se gli angoli α', α'', α''', ec. ſono tutti zero, cioè ſe i piani ſono tutti paralleli all'orizonte, l'equazioni (2), (3), e (6) ſvaniranno da loro ſteſſe, e rimarranno l'equazioni (1), (4) e (5) ſotto la forma

$$P' + P'' + P''' + \text{ec.} = P$$
$$P'y' + P''y'' + P'''y''' + \text{ec.} = Py$$
$$P'x' + P''x'' + P'''x''' + \text{ec.} = Px$$

onde il problema non ſarà determinato, che per tre appoggi, lo che combina con le coſe precedenti.

Una condizione generalmente neceſſaria è, che tutte le preſſioni P', P'', ec. rieſcano poſitive, lo che per ottenere converrà prendere degli angoli α', α'', ec. alcuni poſitivi altri negativi, come ſi vede dalla ſola iſpezione dell'equazione (3); cioè biſognerà (X) che gli angoli d'inclinazione de' diverſi piani miſurati dalla medeſima parte ſiano alcuni acuti, altri ottuſi.

Se non ſarà data alcuna relazione tra gli angoli α', α'', ec. β', β'', ec. ed il numero de' punti di appoggio ſarà minore di ſei, in tal caſo l'equazioni rimanenti, oltre quelle che ſervono a determinare i valori delle preſſioni, ſaranno equazioni di condizione tra gli angoli α', α'', ec., acciò l'equilibrio ſuſſiſta.

XV. Prima di cercare i valori delle preſſioni, vediamo di render più ſemplici l'equazioni trovate. A queſto oggetto ſia (fig. VIII) il piano orizontale aſſunto quello della Tavola, e conſideriamo uno qualunque de' punti di appoggio, per eſempio quello a cui è applicata la forza P', e ſiano $x' = MP$, $y' = PQ$, e z' le coordinate di queſto punto. Si concepiſca che la direzione della forza P' prolungata incontri il piano nel punto Q', e ſiano $MP' = t'$, $P'Q' = u'$ le coordinate del punto Q': tirata QQ' ſarà $\frac{QQ'}{z'} = tang.\alpha'$, $y' - u' = QQ' \cos\beta' = z' \,tang\, \alpha' \cos\beta'$, $x' - t' = z' \,tang\, \alpha' \,sen\, \beta'$. Da queſte due equazioni ſi deduce

$$x' \cos\alpha' - z' \,sen\, \alpha' \,sen\, \beta' = t' \cos\alpha'$$
$$y' \cos\alpha' - z' \,sen\, \alpha' \cos\beta' = u' \cos x'$$
$$x' \,sen\, \alpha' \cos\beta' - y' \,sen\, \alpha' \,sen\, \beta' = t' \,sen\, \alpha' \cos\beta' - u' \,sen\, \alpha' \,sen\, \beta'$$

Simili equazioni troveremo per gli altri punti di appoggio, ne' quali indicheremo per t'', u'', t''', u''', ec. reſpettivamente

quelle rette, che abbiamo chiamate t', u' per il primo appoggio. Se adesso sostituiamo questi valori nelle tre ultime equazioni del problema, esse diventeranno

$$P' t' \cos \alpha' + P'' t'' \cos \alpha'' + P''' t''' \cos \alpha''' + \text{ec.} = Pt$$

$$P' u' \cos \alpha' + P'' u'' \cos \alpha'' + P''' u''' \cos \alpha''' + \text{ec.} = Pu$$

$$P' \,\text{sen}\, \alpha' (t' \cos \beta' - u' \,\text{sen}\, \beta') + P'' \,\text{sen}\, \alpha'' (t'' \cos \beta'' - u'' \,\text{sen}\, \beta'') + \text{ec.} = 0.$$

A quest'equazioni saremmo subito giunti, se riflettendo che in un sistema di punti collegati insieme si possono riguardare le forze come applicate a qualunque punto della loro direzione, avessimo considerate le forze applicate tutte ad un piano orizontale, ed avessimo cercato l'equilibrio di questo piano.

XVI. Ma per render quest'equazioni anche più semplici osserviamo che è in nostro arbitrio la scelta degli assi, e dell'origine delle coordinate. Prendiamo dunque il principio delle coordinate nel punto $\mathfrak{Q}'$, e facciamo passare uno degli assi pel punto corrispondente alle coordinate t'', u'', e l'altro sia a questo perpendicolare. Se chiamiamo x', y', x'', y'', x''', y''', ecc. le nuove coordinate avremo $x' = 0$, $y' = 0$, $y'' = 0$; e quindi l'equazioni del problema diventeranno

$$(1)\quad P' \cos \alpha' + P'' \cos \alpha'' + P''' \cos \alpha''' + \text{ecc.} = P$$

$$(2)\quad P' \,\text{sen}\, \alpha' \cos \beta' + P'' \,\text{sen}\, \alpha'' \cos \beta'' + P''' \,\text{sen}\, \alpha''' \cos \beta''' + \text{ecc.} = 0$$

$$(3)\quad P' \,\text{sen}\, \alpha' \,\text{sen}\, \beta' + P'' \,\text{sen}\, \alpha'' \cos \beta'' + P''' \,\text{sen}\, \alpha''' \cos \beta''' + \text{ecc.} = 0$$

$$(4)\quad P'' x'' \cos \alpha'' + P''' x''' \cos \alpha''' + P'''' x'''' \cos \alpha'''' + \text{ecc.} = Px$$

$$(5)\quad P''' y''' \cos \alpha''' + P'''' y'''' \cos \alpha'''' + Py$$

$$(6)\quad P'' x'' \,\text{sen}\, \alpha'' \cos \beta'' + P''' \,\text{sen}\, \alpha''' (x''' \cos \beta''' - y''' \,\text{sen}\, \beta''') + P'''' \,\text{sen}\, \alpha'''' (x'''' \cos \beta'''' - y'''' \,\text{sen}\, \beta'''') + \text{ecc.} = 0$$

Se i punti, ne' quali le direzioni delle forze incontrano il piano orizontale, saranno tutti in diritto, oltre ad $y' = 0$, $y'' = 0$ avremo ancora $y''' = 0$, $y'''' = 0$, ecc. e l' equazione (5) ci darà $0 = Py$, cioè anche il punto corrispondente al centro di gravità del corpo dovrà essere in linea retta con gli altri punti. E siccome in questo caso rimangono cinque equazioni, si vede che il problema non sarà determinato che per cinque appoggi.

XVII. Consideriamo in primo luogo due soli appoggi, e siano (fig. IX) A e B i punti, ne'quali le direzioni delle pressioni su' piani inclinati incontrano il piano orizontale. Avremo l'equazioni

$$(1)\ P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' = P$$
$$(2)\ P'\,sen\,\alpha'\cos\beta' + P''\,sen\,\alpha''\cos\beta'' = 0$$
$$(3)\ P'\,sen\,\alpha'\,sen\,\beta' + P''\,sen\,\alpha''\,sen\,\beta'' = 0$$
$$(4)\ P''x''\cos\alpha'' = Px$$
$$(5)\ 0 = Py$$
$$(6)\ P''x''\,sen\,\alpha''\cos\beta'' = 0$$

L'equazione (5) ci dà $y = 0$ cioè il punto G corrispondente al centro di gravità in diritto con A e B: l'equazione (6) ci dà $\cos\beta'' = 0$, e la (2) perciò $\cos\beta' = 0$, cioè gli angoli β' e β'' son retti, e quindi le direzioni delle forze P' e P'' sono nel piano verticale che passa per la retta AB. Adesso dalla (4) abbiamo $P'' = P\dfrac{x}{x''\cos\alpha''}$ e dalla (1) $P' = P\dfrac{x''-x}{x''\cos\alpha'}$, e sostituendo questi valori nella equazione (3) avremo $(x''-x)\,tang\,\alpha' + x\,tang\,\alpha'' = 0$. Siccome dev' essere $x'' > x$ perchè il valore di P' riesca positivo; acciò quella equazione sussista, conviene che siano gli angoli α', α'' di diverso segno, cioè uno positivo e l'altro negativo; onde (X) le direzioni delle due forze P', P'' s' incontreranno, e dal punto d'intersezione tirata una perpendicolare alla retta AB che la incontri in M sarà $tang.\alpha' : -tang\,\alpha'' = AM : BM$. Ma dall'equazione precedente abbiamo $tang.\alpha' : -tang\,\alpha'' = x : x''-x$; dunque il punto M caderà sul punto G, o sia gli angoli α', α'' dovranno esser tali che le direzioni delle due pressioni P', P'' s'incontrino nel medesimo punto della direzione del centro di gravità.

XVIII. Passiamo al caso di tre appoggi, ai quali corrispondano nel piano orizontale (fig. X) i punti A, B, C presi nella direzione delle forze, e G sia nella direzione del centro di gravità del corpo. L' equazioni di questo caso saranno

$$(1)\ P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' + P'''\cos\alpha''' = P$$
$$(2)\ P'\,sen\,\alpha'\cos\beta' + P''\,sen\,\alpha''\cos\beta'' + P'''\,sen\,\alpha'''\cos\beta''' = 0$$
$$(3)\ P'\,sen\,\alpha'\,sen\,\beta' + P''\,sen\,\alpha''\,sen\,\beta'' + P'''\,sen\,\alpha'''\,sen\,\beta''' = 0$$
$$(4)\ P''x''\cos\alpha'' + P'''x'''\cos\alpha''' = Px$$
$$(5)\ P'''y'''\cos\alpha''' = Py$$
$$(6)\ P''x''\,sen\,\alpha''\cos\beta'' + P'''\,sen\,\alpha'''(x'''\cos\beta''' - y'''\,sen\,\beta''') = 0.$$

Dall'

Dall' equazioni (5), (4), e (1) si ricaverà $P''' = P \frac{y}{y''' \cos \alpha'''}$, $P'' = P \frac{xy''' - x'''y}{x''y''' \cos \alpha''}$, $P' = P \frac{(x'' - x)y''' - (x'' - x''')y}{x''y''' \cos \alpha'}$; i quali valori saranno tutti positivi, com'esser devono, se condotte le rette AB, AC, BC il punto G sarà dentro il triangolo ACB. Dal punto G si tirino su' lati di questo triangolo le perpendicolari GG', GG'', GG''', dal punto A la perpendicolare AA' sul lato BC, dal punto B BB' perpendicolare sul lato AB, e CC' dal punto C perpendicolare sul lato AB, e sarà $AG' = x$, $GG' = y$, $AB = x''$, $AC' = x'''$, $CC' = y'''$, $BB' = AB \operatorname{sen} BAC = \frac{x''y'''}{AC}$, $GG'' = AG' \operatorname{sen} BAC - GG' \cos BAC = \frac{xy''' - x'''y}{AC}$, $AA' = AB \operatorname{sen} ABC = \frac{x''y'''}{BC}$, $GG''' = BG' \operatorname{sen} ABC - GG' \cos ABC = \frac{(x'' - x)y''' - (x'' - x''')y}{BC}$, e quindi $\frac{GG''}{BB'} = \frac{xy''' - x'''y}{x''y'''}$, $\frac{GG'''}{AA'} = \frac{(x'' - x)y''' - (x'' - x''')y}{x''y'''}$. Se dunque chiamiamo GG'' z, GG''' t, BB' z'', AA' t', avremo le pressioni espresse più semplicemente così: $P''' = \frac{y}{y''' \cos \alpha'''}$, $P'' = \frac{z}{z'' \cos \alpha''}$, $P' = \frac{t}{t' \cos \alpha'}$. Questi valori si potevano subito dedurre dal considerare, che siccome $\frac{y}{y''' \cos \alpha'''}$ è il valore di P''', quando si prende per asse la retta AB, così presa per asse AC si troverà $P'' = \frac{z}{z'' \cos \alpha''}$, e $P' = \frac{t}{t' \cos \alpha'}$ se si prende per asse BC.

Sostituendo adesso i valori di P', P'', P''' nell'equazioni (2), (3), e (6) otterremo

$$\frac{t}{t'} \operatorname{tang} \alpha' \cos \beta' + \frac{z}{z''} \operatorname{tang} \alpha'' \cos \beta'' + \frac{y}{y'''} \operatorname{tang} \alpha''' \cos \beta''' = 0$$

$$\frac{t}{t'}\,tang\,\alpha'\,sen\,\beta' + \frac{z}{z''}\,tang\,\alpha''\,sen\,\beta'' + \frac{y}{y'''}\,tang\,\alpha'''\,sen\,\beta''' = 0$$

$$\frac{x''z}{z''}\,tang\,\alpha''\cos\beta'' + \frac{y}{y'''}\,tang\,\alpha'''(x'''\cos\beta''' - y'''\,sen\,\beta''') = 0$$

Dalle prime due ſi ricava

$$\frac{t}{t'}\,tang\,\alpha'\,sen(\beta' - \beta''') + \frac{z}{z''}\,tang\,\alpha''\,sen(\beta'' - \beta''') = 0$$

$$\frac{t}{t'}\,tang\,\alpha'\,sen(\beta' - \beta'') - \frac{y}{y'''}\,tang\,\alpha'''\,sen(\beta'' - \beta''') = 0$$

e quindi

$$(a)\quad \frac{tang\,\alpha''}{tang\,\alpha'} = -\frac{z''t\,sen(\beta' - \beta''')}{zt'\,sen(\beta'' - \beta''')}\,;$$

$$(b)\quad \frac{tang\,\alpha'''}{tang\,\alpha'} = \frac{y'''t\,sen(\beta' - \beta'')}{yt'\,sen(\beta'' - \beta''')}\,.$$

Soſtituendo queſti valori nella terza equazione avremo
$x''\,sen(\beta'-\beta''')\cos\beta'' - sen(\beta'-\beta'')(x'''\cos\beta''' - y'''\,sen\,\beta''') = 0$,
onde ſi ricava $tang.\beta''' = \dfrac{x''\,tang\,\beta' - x'''(tang\,\beta' - tang\,\beta'')}{x'' - y'''(tang\,\beta' - tang\,\beta'')}$; la quale equazione ci moſtra come l'angolo β''' dipende dagli altri due β' e β'', e l'equazioni (*a*) e (*b*) indicano qual rapporto devono avere le tangenti di due degli angoli α', α'', α''' alla tangente del terzo.

Se ſupponghiamo $\beta' = \beta''$, avremo anche $\beta''' = \beta'$, e l'equazioni (*a*) e (*b*) ci daranno $\dfrac{tang\,\alpha''}{tang\,\alpha'} = \dfrac{0}{0}$, $\dfrac{tang\,\alpha'''}{tang\,\alpha'} = \dfrac{0}{0}$, cioè il valore di queſti rapporti ſarà indeterminato. Ciò dovea ſuccedere; poichè, come abbiamo oſſervato di ſopra (XIV), in queſto caſo non dobbiamo ſoddisfare alle tre equazioni (2), (3), e (6), ma alle ſole (2) e (6), giacchè l'equazione (3) è affatto ſimile alla (2). Ora l'equazioni (2) e (6) diventano

$$\frac{t}{t'}\,tang\,\alpha' + \frac{z}{z''}\,tang\,\alpha'' + \frac{y}{y'''}\,tang\,\alpha''' = 0$$

$$\frac{x''z}{z''}\,tang\,\alpha''\cos\beta' + \frac{y}{y'''}\,tang\,\alpha'''(x'''\cos\beta' - y'''\,sen\,\beta') = 0,$$

la prima delle quali dati due degli angoli α', α'', α''' c'in-

ſegna a trovare il terzo, la ſeconda ci dà il valore dell'angolo β'.

Coll'iſteſſo metodo ſi potranno ſvolgere i caſi di quattro, cinque, e ſei appoggi: noi non lo facciamo, perchè il calcolo ci condurrebbe ad eſpreſſioni troppo complicate.

Della preſſione di un corpo appoggiato a ſuperficie curve qualunque.

XIX. Se invece di piani inclinati ſono ſuperficie curve quelle, alle quali il corpo è appoggiato, il problema non rieſce più complicato, e vien riſoluto dalle medeſime equazioni dei numeri XVI, e XVII: ſolo conviene dedurre i valori degli angoli α', α'', ecc. β', β'', ecc. dall'equazioni delle ſuperficie date. Per ciò ottenere ſi oſſervi che $\cos\alpha$ è il ſeno dell'angolo, che la perpendicolare tirata alla ſuperficie curva nel punto del primo appoggio forma col piano orizontale delle x ed y, e $\cos\beta'$ è il ſeno dell'angolo che la projezione di queſta perpendicolare nel medeſimo piano orizontale forma coll'aſſe delle x. Poſto ciò, ſe $dz' + p'dx' + q'dy' = 0$ è l'equazione della ſuperficie curva, nella quale è ſituato il primo appoggio, la perpendicolare tirata alla ſuperficie in queſto punto, e prolungata ſinchè incontri il piano delle x ed y è $= z'\sqrt{(1 + p'^2 + q'^2)}$; e quindi

$\cos\alpha' = \frac{z'}{z'\sqrt{(1 + p'^2 + q'^2)}} = \frac{1}{\sqrt{(1 + p'^2 + q'^2)}}$, e

$\operatorname{sen}\alpha' = \frac{\sqrt{(p'^2 + q'^2)}}{\sqrt{(1 + p'^2 + q'^2)}}$. Se adeſſo chiamiamo a, e b le coordinate del punto, in cui la perpendicolare incontra il piano delle x ed y, troveremo $a = x' - z'p'$, $b = y' - z'q'$: e perciò $\cot.\beta' = \frac{y' - b}{x' - a} = \frac{q'}{p'}$; onde $\cos\beta' = \frac{q'}{\sqrt{(p'^2 + q'^2)}}$, e

$\operatorname{sen}\beta' = \frac{p'}{\sqrt{(p'^2 + q'^2)}}$. Nella iſteſſa maniera, ſe $dz'' + p''dx'' + q''dy'' = 0$ è l'equazione della ſuperficie curva, in cui è poſto il ſecondo appoggio, avremo $\operatorname{sen}\alpha'' = \frac{\sqrt{(p''^2 + q''^2)}}{\sqrt{(1 + p''^2 + q''^2)}}$,

$cos\, \alpha'' = \frac{1}{\sqrt{(1 + p''^2 + q''^2)}}$, $sen\, \beta'' = \frac{p''}{\sqrt{(p''^2 + q''^2)}}$, $cos\, \beta'' = \frac{q''}{\sqrt{(p''^2 + q''^2)}}$; e così in seguito per rapporto agli altri appoggi. Sostituendo adesso i valori di questi angoli nell'equazioni dei numeri XVI e XVII, e facendo per più semplicità $\sqrt{(1 + p'^2 + q'^2)} = m'$, $\sqrt{(1 + p''^2 + q''^2)} = m''$, ec. avremo

$$(1)\quad \frac{P'}{m'} + \frac{P''}{m''} + \frac{P'''}{m'''} + \text{ec.} = P$$

$$(2)\quad P'\frac{q'}{m'} + P''\frac{q''}{m''} + P'''\frac{q'''}{m'''} + \text{ec.} = 0$$

$$(3)\quad P'\frac{p'}{m'} + P''\frac{p''}{m''} + P'''\frac{p'''}{m'''} + \text{ec.} = 0$$

$$(4)\quad P'\frac{y' - z'q'}{m'} + P''\frac{y'' - z''q''}{m''} + P'''\frac{y''' - z'''q'''}{m'''} + \text{ec.} = Py$$

$$(5)\quad P'\frac{x' - z'p'}{m'} + P''\frac{x'' - z''p''}{m''} + P'''\frac{x''' - z'''p'''}{m'''} + \text{ec.} = Px$$

$$(6)\quad P'\frac{x'q' - y'p'}{m'} + P''\frac{x''q'' - y''p''}{m''} + P'''\frac{x'''q''' - y'''p'''}{m'''} + \text{ec.} = 0$$

le quali sono l'equazioni del problema.

Quindi risulta, che il problema è determinato, quando gli appoggi non sono più di sei, se però per la natura delle diverse superficie non sono alcune di quest'equazioni soddisfatte, o se alcuna di esse dall'altre non dipende.

XX. Per applicare questa teoria a qualch' esempio, supponghiamo che sia il corpo appoggiato a diversi punti di una medesima superficie sferica. Presa l'origine delle coordinate nel centro della sfera, ed a essendo il di lei raggio, sarà $z^2 + x^2 + y^2 = a^2$ l'equazione della superficie sferica. Quindi sarà $p' = \frac{x'}{z'}$, $q' = \frac{y'}{z'}$, $m' = \frac{a}{z'}$, $p'' = \frac{x''}{z''}$, $q'' = \frac{y''}{z''}$, $m'' = \frac{a}{z''}$, ec.; e sostituiti questi valori l'equazioni generali diventeranno

$$(1)\quad P'z' + P''z'' + P'''z''' + \text{ec.} = Pa$$
$$(2)\quad P'y' + P''y'' + P'''y''' + \text{ec.} = 0$$
$$(3)\quad P'x' + P''x'' + P'''x''' + \text{ec.} = 0$$
$$(4)\quad 0 = Py$$
$$(5)\quad 0 = Px$$

e l'equazione (6) sarà da se stessa soddisfatta. L'equazioni

(4) e (5) ci moſtrano che la direzione del centro di gravità del corpo deve paſſare pel centro della sfera; e così dovea eſſere, perchè pel medeſimo centro paſſano le direzioni di tutte le preſſioni P', P'', P''', ec. Ma ſiccome per determinar queſte preſſioni non rimangono che tre equazioni, il problema non ſarà determinato che per tre appoggi. Inoltre, acciò i valori di queſte preſſioni rieſcano poſitivi, converrà che delle y', y'', y''', e ſimilmente delle x', x'', x''' alcune ſiano poſitive altre negative, cioè ſituate oppoſtamente per rapporto agli aſſi riſpettivi.

Per ſvolgere con più facilità il caſo di tre appoggi ſi oſſervi, che eſſendo la poſizione dell'aſſe della x in noſtro arbitrio, la poſſiamo prendere in modo, che uno degli appoggi, per eſempio quello corriſpondente all'aſciſſa x''' ſia nel piano verticale che paſſa per queſto aſſe; e in tal caſo ſarà $y''' = 0$. Fatto ciò avremo dalle precedenti equazioni

$$P' = P\frac{a x''' y''}{x'''(z'y''-z''y') - z'''(x'y''-x''y')},$$

$$P'' = -P\frac{a x''' y'}{x'''(z'y''-z''y') - z'''(x'y''-x''y')},$$

$$P''' = -P\frac{a(x'y''-x''y')}{x'''(z'y''-z''y'') - z'''(x'y''-x''y')}.$$

Acciò il corpo ſtia in equilibrio, queſte preſſioni devono eſſer poſitive; ſe foſſero negative il corpo non ſtarebbe fermo, ſoſtenuto eſſendo da queſti tre appoggi. Abbiamo già oſſervato, che una delle y', y'', ed una almeno delle x', x'', x''' dev'eſſer negativa le altre eſſendo poſitive; ed in ciaſcun caſo ſarà facile il verificare quando l'equilibrio ſuſſiſta e quando nò. Siano per eſempio negative x' ed y' e le altre coordinate poſitive: acciò i valori delle preſſioni rieſcano tutti poſitivi, converrà di più che ſia $x'y'' > x''y'$.

Se il corpo non è ſoſtenuto che da due appoggi, e manca quello dell'aſciſſa x''', facciamo $P''' = 0$, ed avremo $x'y'' = x''y'$, e i valori delle preſſioni P', P'' ſaranno

$P = P\frac{a y''}{z'y'' - z''y'}$, $P'' = -P\frac{a y'}{z'y'' - z''y'}$. Converrà dunque, che una delle y', y'' ſia poſitiva, l'altra negativa, e così pure, in vigore dell'equazione $x'y'' = x''y'$ una delle x', x''

positiva e l'altra negativa. Inoltre l'equazione $x'y''=x''y'$ ci mostra che i due appoggi devono esser situati in un piano verticale che passi pel centro della sfera, come dovea accadere. Ho supposto finora le z positive, cioè li appoggi sulla concavità della sfera, se qualche z sarà negativa, cioè se qualche appoggio caderà sulla convessità della sfera, la pressione corrispondente dovrà esser negativa, perchè è diretta dalla superficie al centro, mentre la positiva al contrario va dal centro alla superficie. Così nel caso di due appoggi, se z' è positiva, e z'' è negativa, le y', y'' dovranno essere o ambedue positive, o ambedue negative, acciò sia la pressione P' positiva, e la pressione P'' negativa.

Se invece di essere i tre appoggi sopra la medesima superficie sferica, saranno situati sopra tre superficie di raggio diverso ma del medesimo centro, chiamati a, b, c i tre raggi, l'equazioni che otterremo saranno tali, che le precedenti si cangeranno in esse posto $\frac{az''}{b}$ in luogo di z'', $\frac{az'''}{c}$ in luogo di z''', $\frac{ax''}{b}$ in luogo di x'', $\frac{ax'''}{c}$ in luogo di x''', ed $\frac{ay''}{b}$ in luogo di y''. Se dunque facciamo questi cangiamenti ne' valori di P', P'', P''', e chiamiamo Q', Q'', Q''' le quantità nelle quali si mutano, troveremo $Q'=P'$, $Q''=\frac{bP''}{a}$, $Q'''=\frac{cP'''}{a}$, e Q', Q'', Q''' saranno le pressioni esercitate sulle tre superficie sferiche.

XXI. Sia il corpo appoggiato alle superficie di varj cilindri, i quali abbiano l'asse comune, e sia questi orizzontale. Prese le x in questo asse, l'equazioni delle superficie cilindriche saranno $z'^2+y'^2=a^2$, $z''^2+y''^2=b^2$, $z'''^2+y'''^2=c^2$, ec. essendo a, b, c, ec. i raggi delle sezioni perpendicolari all' asse. Sarà perciò $p'=0$, $p''=0$, $p'''=0$, ec., $q'=\frac{y'}{z'}$, $q''=\frac{y''}{z''}$, $q'''=\frac{y'''}{z'''}$, ec.; $m'=\frac{a}{z'}$, $m''=\frac{b}{z''}$, $m'''=\frac{c}{z'''}$, ec. Onde l'equazioni di questo problema saranno

Fig:II

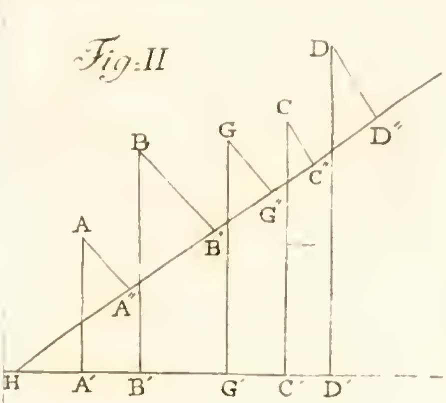


Fig:III

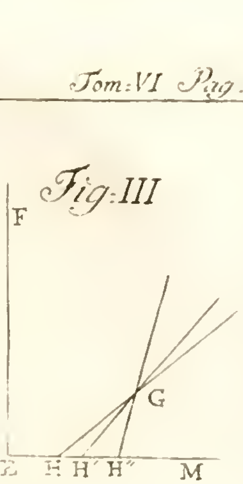


Fig:V

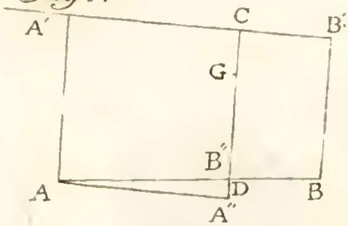
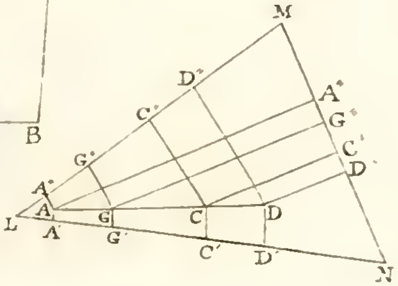


Fig:VI



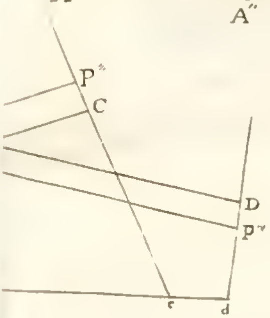


Fig:IX

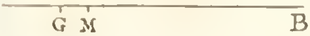
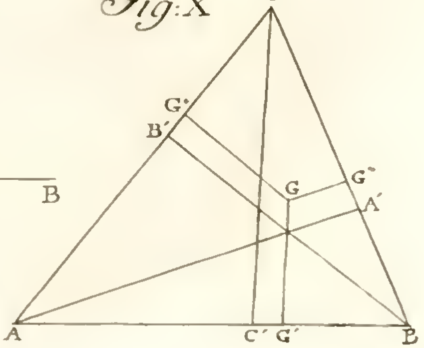


Fig:X



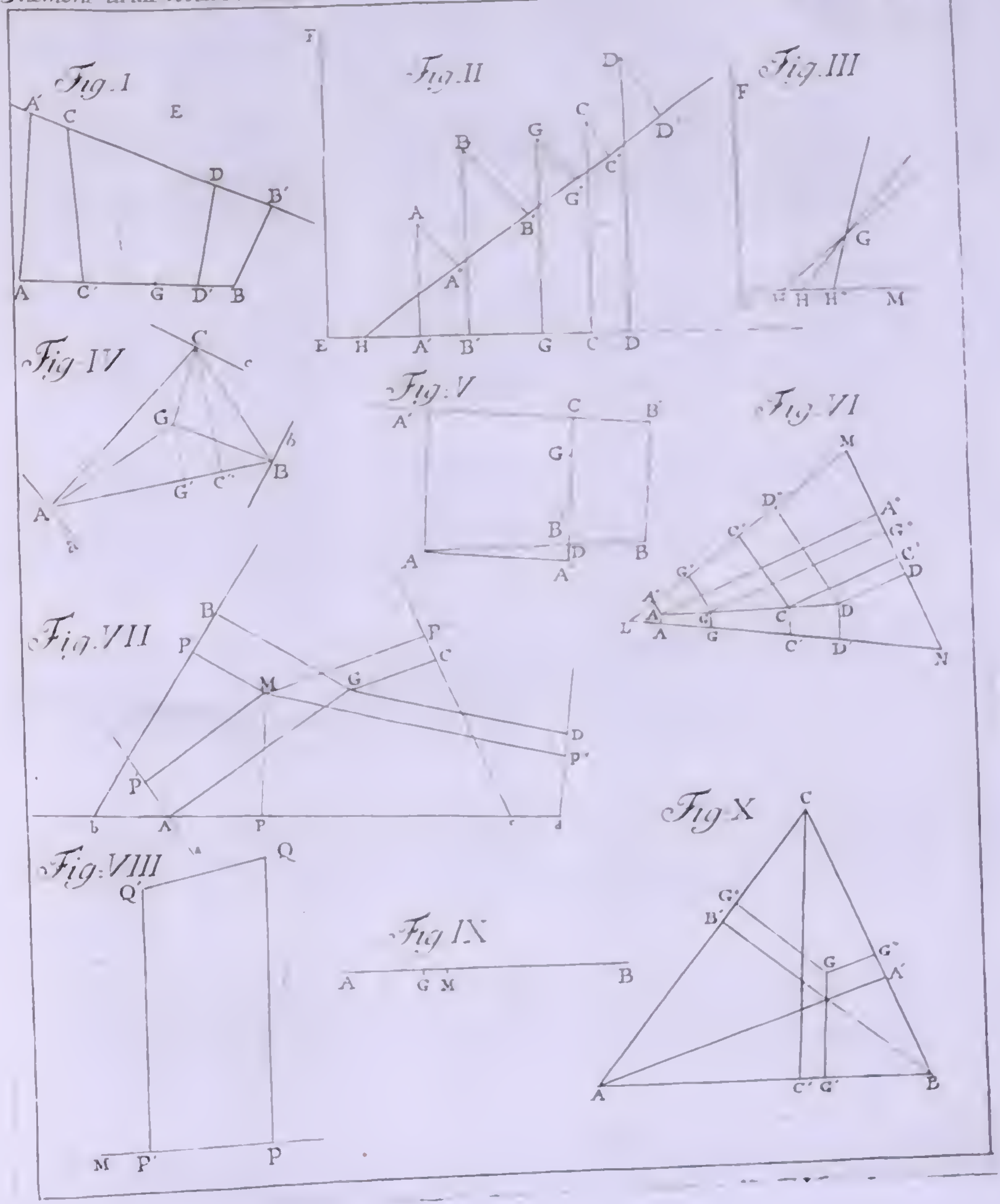


Fig. I
Fig. II
Fig. III
Fig. IV
Fig. V
Fig. VI
Fig. VII
Fig. VIII
Fig. IX
Fig. X

$$(1)\ P'\frac{z'}{a}+P''\frac{z''}{b}+P'''\frac{z'''}{c}+\text{ec.}=P$$

$$(2)\ P'\frac{y'}{a}+P''\frac{y''}{b}+P'''\frac{y'''}{c}+\text{ec.}=0$$

$$(4)\ 0=Py$$

$$(5)\ P'\frac{x'z'}{a}+P''\frac{x''z''}{b}+P'''\frac{x'''z'''}{c}+\text{ec.}=Px$$

$$(6)\ P'\frac{x'y'}{a}+P''\frac{x''y''}{b}+P'''\frac{x'''y'''}{c}+\text{ec.}=0$$

l'equazione (3) ſvanendo da ſe ſteſſa. Dalla (4) ſappiamo, che la direzione del centro di gravità del corpo deve paſſare per l'aſſe de' cilindri, e le rimanenti quattro equazioni ci moſtrano il problema eſſer determinato per quattro appoggi, e ci danno i valori delle quattro preſſioni ſoſtenute da queſti appoggi. Se gli appoggi ſaranno meno di quattro, rimarranno dell'equazioni di condizione, alle quali converrà ſoddisfare, perchè l'equilibrio ſuſſiſta.

In queſto Articolo e nel precedente abbiamo ſuppoſto che il corpo foſſe aggravato dal ſolo ſuo peſo: ſe egli ſarà o ſpinto o ſoſtenuto da altre forze date, le quali ſiano applicate al centro di gravità del corpo o altrove, le medeſime equazioni de' numeri XVI e XVII, e le corriſpondenti del numero XIX riſolveranno il problema, purchè agli altri termini ſi aggiungano quelli, che naſcono dalle forze date.

DEL DIPIGNERE
A OLIO COMBINATO
DISSERTAZIONE
DEL SIG. CAVALIERE LORGNA

CAPITOLO PRIMO

CHi primo abbia inventato il dipignere a olio non può accertatamente definirsi, non essendo concordi le opinioni degli Scrittori su questo argomento. Ma siane chi esser si voglia l'inventore è fuor di dubbio, che moltissimo obbligo dee avergli la Pittura, non essendosi ella forse giammai avvicinata tanto al vero, e alla perfezione dell' Arte, quanto ha fatto a' tempi nostri stemperando ne' suoi lavori qualsisia colore naturale o artificiale coll' olio. Non so su qual fondamento possa giudicarsi, che le dipinture de' primi lumi negli antichissimi tempi aggiugnessero in bontà a quelle de' nostri primi, e forse anche le superassero senza questo soccorso. La voracità del tempo ha fatto già da molti secoli sparire disgraziatamente quanto di bello hanno potuto far Zeusi, Parrasio, Timante, Apelle, Protogene, ed altri moltissimi, di modo che è tolta ogni speranza di mettere in confronto le pitture di quell' antichità remota con quelle che veggiamo di Raffaello, di Coreggio, di Tiziano, di Paolo, e di altri senza numero. E' vero, che per comune consentimento di tutti gli Storici contemporanei le opere di que' gran Maestri avevano ottenuto il primo luogo nella pittura; ma non è questo un fondamento bastevole, onde anteporre maestro a maestro sulla fede altrui, quando non è più luogo ad alcuna

comparazione

comparazione di esemplari sotto gli occhi, come dicemmo, ch'è pur necessario per giudicare convenevolmente e decidere della preminenza in questione; e sempre sarà lecito di dubitare, se pur fosse stato possibile a quegli antichi Maestri il condurre le loro dipinture, senza temperare coll'olio le tinte, al segno di verità cui son pervenuti i nostri con questo mezzo. Imperciocchè dipingevano bensì que' lumi antichi dell'Arte, come ne fan testimonianza gli Scrittori, a tempera, e sugl'intonachi de' muri anche umidi, usavano i colori floridi e gli austeri, i naturali e gli artificiali, siccome noi facciamo, ma non è fatta mai parola del dipingere a olio. E se tutto vogliamo ben considerare, il mestruo principale, l'universale dissolvente di tutte le mesture colorate, che adoperavano nelle loro pitture, e che noi pure al par di loro usiamo e adoperiamo oggidì in que' generi di dipingere, è sempre stata l'acqua. E non è per avventura chi ignori grandissimo essere il disvantaggio dell'acqua, come mestruo delle materie colorate, in confronto dell'olio nella pittura, ond'è che, concedendo anche di buona voglia, che a' nostri fossero uguali in maestria nel disegno, nella proporzione, nell'espressione degli affetti, nella ricchezza delle invenzioni, nella nobiltà de' pensieri, nell'accordamento, gli antichissimi pittori, non può assolutamente concedersi, che le loro dipinture le nostre agguagliassero nella profondità degli scuri, nella morbidezza e carnosità de' chiari, nel grande rilievo, e nelle mirabili digradazioni di colori, tosto che non possiamo dare per concesso, che avessero, come noi abbiamo, l'uso dell'olio, a cui di queste qualità singolari siamo precisamente debitori, come vedremo quì appresso; del che non abbiamo traccia in altro, fuorchè nel temperare la cera punica coll'olio per una preparazione, o vogliam dire mestica all'encausto sull'intonaco secco de' muri (*Plin. l. 33. c. 7*, *Vitruv. l. 7. c. 9.*). Certo è, che gli scuri e i chiari a mio giudicio non riescono sì bene a fresco, a tempera, come l'ottima pittura richiederebbe, essendo poco scuri i primi, e troppo chiari e dilavati i secondi. E ben si sa, che da questi le ombre e i lumi risultano: ond'è poi, che quando la pittura è asciutta apparisce il dipinto crudo, e direi quasi sfacciato, e si discosta moltissimo dall'intenzione dell'Artefice.

Non è per conseguenza possibile, in queste maniere di dipingere, il dare tutto il rilievo necessario, e la forza alle dipinture, e molto meno quella morbidezza, che le conformi con la vera carne, e le avvicini al vero. E mi pare ancora, che non riesca il pittore colle tinte acquose a unire felicemente i colori, ad accordarli, a digradarli, e a fare tutti i dilicatissimi passaggi, che natura fa vedere nelle compressioni, gonfiamenti, stiramenti, ed altri movimenti infiniti de' muscoli. E senza dubbio io credo, che l'operazione meravigliosa del velare o non si faccia, o si faccia assai imperfettamente con le tinte liquefatte coll'acqua. All'opposito tutti questi difetti svaniscono nel dipingere a olio. E primamente l'olio abbassa e mortifica i chiari sì che apparisconο pastosissimi e carnosi; comunica profondità grandissima agli scuri, onde le opere acquistano poi quella forza, e quel rilievo ammirabile che veggiamo. Così il pittore assai più felicemente accorda a olio ed unisce i colori, esprime i lumi, e le ombre, e opera tutte le immaginabili digradazioni, attaccature, e passaggi infiniti da un atto all'altro de' muscoli, di che parlammo quì addietro, non già tratteggiando, nè punteggiando, ma in guisa, che non cosa dipinta, ma la cosa stessa par di vedere fuor della tavola, e per entro quasi ad uno specchio. E quanto al velare, che s'è detto, ne' panni particolarmente opera meraviglie l'artefice coll'olio a imitazione e somiglianza del vero, e induce per fino un certo abbacinamento d'aria nelle lontananze, che veramente sorprende. Per la qual cosa non può abbastanza esaltarsi questa bella invenzione, che ha dato più verità alla pittura, che non può conseguire per alcun altro modo conosciuto. Non va però confuso coll'a fresco, e coll'a tempera il dipingere a cera punica, ch'era pur un genere di dipintura degli antichissimi Maestri. Non credo, che a fronte del comune consentimento de' dotti, e del fatto sia più chi revochi in dubbio, che la cera punica degli antichi altro non fosse, come l'ho trovato il primo ed annunciato nel mio Discorso sopra la cera punica pubblicato in Verona del 1785, che un sapone a cera, una cera combinata col natro o sal di soda, dovendo intendersi per natro, alcali minerale, il nitro, sal neutro, ch'entrava (*secondo Plinio Hist. l. 21. c. 14.*) nella fabbrica di questa cera tanto decantata. In fatto gli an

tichi, e Plinio stesso davano il nome di nitro al natron o natro che voglia dirsi, e un nuovo passo in confermazione di ciò vo' quì addurre tratto da *Tacito*, di cui ebbi cognizione dall'eruditissimo Sig. *Benedetto del Bene* di questo tenore ,, *Et Belus amnis Judaico mari inlabitur: circa cujus os conlectæ arenæ, admixto nitro, in vitrum excoquuntur*. Hist. V. 7. ,, Il che supposto, si comprende agevolmente, che non essendo altrimenti l'acqua, che stempera la cera, ma bensì l'azione dell'alcali fisso, che l'attacca efficacemente, l'ammollisce, la discioglie, e la rende e mantiene candidissima, pastosa, untuosa, ciò che propriamente liquefà e stempra i colori si è la cera medesima con cui s'impastano già disciolta dall'alcali. E poichè la cera ha ben delle somiglianze e delle proprietà comuni con le resine, ma è differente dalle resine per quello che l'olio di queste è veramente essenziale, mentre l'olio della cera è della natura degli olj dolci, untuosi, non aromatici, nè sì prontamente volatili, come gli essenziali; ond'è che non ho dubitato di mettere nella classe de' saponi l'antica cera punica, tostochè riconobbi, doversi ella comporre coll'alcali della soda, e colla cera pura, non altro facendosi, che una combinazione di un olio dolce concreto coll'alcali della soda, come si fanno cogli olj dolci liquidi gli ordinarj saponi alcalini. Per la qual cosa sostengo non senza fondamento, che il dipingere a cera punica è tutt'altro dall'a fresco, e dall'a tempera, e sta tra questi, direi quasi, e il dipingere a olio dolce in istato di liquore, ma più al dipingere a olio, che a fresco o a tempera si avvicina. Al che non hanno atteso moltissimi Pittori, i quali hanno creduto, che fosse assai lontano questo dipingere antico dall'a olio, che non è, non essendo la cera, per ripeterlo, che un vero olio concreto della classe degli olj dolci usati nella pittura. E quì ben si vede, che gli antichi avevano un olio tra le mani per dipingere, che noi non avevamo all'epoca dell'invenzione del dipingere a olio, i quali oggidì solamente abbiamo scoperto la composizione della loro cera, e cominciato a dipingere e stemprare con questa cera i colori.

Non bisogna per altro dissimulare, che tante bellezze e meraviglie nella pittura a olio non hanno vita lunghissima,

ſiccome converrebbe, dopo di aver coſtato all'artefice ſtenti grandiſſimi a condurle, atteſi i vizj dell'olio, onde reſtano deplorabilmente guaſte e difformate in breve girar di anni le più ſtupende opere dell' arte. Era di meſtieri però allontanarſi dall'epoca della loro facitura, e rimirarle qualche ſecolo dopo, come ora facciamo, perchè ſaltaſſe agli occhi il cattivo governo che ne ha fatto la corruzione dell' olio. Sopra di che non credo male ſpeſo il tempo nel rintracciare come ciò addivenga, e come potrebbe impedirſi queſto male graviſſimo nella più bella delle Arti imitatrici della natura. E ſiccome non va eſente il dipingere a olio anche da alcuni altri difetti, come ne convengono i più valenti Maeſtri, così ſe l'opera ſpeſa poteſſe pure fruttarci da queſto canto, i miei deſiderj ſarebbero pienamente ſoddisfatti a pro di un' arte, cui ho ſempre portato un amor particolare.

CAPITOLO SECONDO

CErto è in primo luogo, che non lieve difficoltà incontra a principio il pittore nel maneggiare i colori temperati coll'olio, e non ſolamente nel tirar linee ſottili, e i contorni interiori, ma eziandio nel ripieno, e nell'operare a pien pennello, come ſuol dirſi. E queſta difficoltà nuoce moltiſſimo, ſiccome quella che ritarda i progreſſi de' giovani, e contribuiſce anch'eſſa con le altre dell'arte a fare, che pochi arrivino all'eccellenza. In fatto non può alcuno poſſedere giammai perfettamente queſt' arte, ne farviſi grande, ſe non abbia reſo obbedientiſſima la mano all'intelletto. La natura, cui certamente ha per iſcopo d'imitare il pittore, non ha limiti nelle ſue infinite operazioni, nel preſentarci dinanzi le coſe viſibili, nell'atteggiare le ſuperficie de' corpi, nel paſſare dall'une all'altre, nel diſgiungerle, e nel variare finalmente in tutti gli oggetti le condizioni, le attitudini, i movimenti; ond'è meſtieri, che l'imitatore conduca e ſoggetti a tanta ſommeſſione la mano, quanta è d'uopo per incamminarſi a ſcorrere col ſuo pennello per ſentieri ſempre varj e malagevoli a ſeconda del vero: il che è ſtato ſempre

giudicato cosa di alta e sublime eccellenza, che richiede una franchezza e sicurezza mirabile, la quale nasce da lungo abito, e da infiniti atti di obbedienza. Non è pertanto leggiero incomodo, che a questa flessibilità, e arrendevolezza tanto necessaria della mano resistano per giunta le paste colorate per la tegnenza dell'intermezzo con cui s'impastano i colori. In oltre è vero bensì, siccome ne abbiamo fatto parola e gran conto qui innanzi, che l'olio mortifica i chiari, e comunica grandissima profondità agli scuri, ma non manca tra gl'intendenti dell'arte chi crede, che un tale effetto passi oltre il segno, e non vorrebbe per avventura nè tanto mortificati i chiari, nè tanta profondità e cupezza negli scuri: e duole poi a non pochi, che generalmente l'olio abbassi tutti i colori dal tuono naturale. Ma forse tutto questo è un nulla in comparazione col danno che suole recar l'olio a' dipinti invecchiando, danno che non può esecrarsi abbastanza per la perdita, che fa l'arte di tanti capi d'opera, onde col tempo ci si rapiranno dagli occhi gli esemplari de' migliori maestri. Non è pittura a olio, in cui dopo un certo girar d'anni non ravvisi il pittore stesso che l'ha fatta, tutt' altro divenuta l'opera sua da quella che gli è uscita di mano; e più se ne accorge se più esposta alle vicende dell'aria e del calore sia stata la pittura. E non è poi da dirsi a qual segno comunemente giunga l'alterazione che succede nelle sue parti uno o più secoli dopo. Tutte le tinte, qual più qual meno, digradano dal primo lor essere: tutti i chiari ingialliscono: l'accordamento si altera e guasta: si squilibrano i contrasti de' lumi e dell'ombre: ma soprattutto cresce oltre misura l'intensità e cupezza degli scuri; sicchè e contorni, e disegno, e attaccature, e proporzioni tutto si disforma, e non pronuncia più la pittura, se così è permesso di dire, quella verità, quella vivezza, quell' ammirabile inganno, come faceva per avventura a principio. Nè ad altro possono attribuirsi questi sconcerti fuorchè all'olio che rancisce, e si guasta col tempo, sconcerti, che giova ricordare, non già per isbandire l'olio dalla pittura, che ne farebbe gran perdita l'arte, ma per indagarne l'origine più intima, e mettervi riparo, se sia possibile. Per la qual cosa bisogna, che prendiamo a rimirare l'oggetto cogli occhi della Fisica; e

ſiccome non ſo che ſiaſi giammai cercato di propoſito di dar ajuto all' arte per queſto verſo, così mi vi accingo di buona voglia, con fiducia, che, ſcorte le coſe più da vicino, che non s'è fatto, non ſia per mancarci qualche eſpediente e conſiglio, che migliori la condizione del dipingere a olio.

Che coſa è l'olio? Un compoſto di acqua, di acido, di terra, e di fuoco combinato, cui tutte le analiſi dimoſtrano volatile, e tanto più volatile quant'è più puro, e attenuato. Le diſtillazioni di queſto compoſto dopo di aver ſomminiſtrato l'acqua, e l'acido, ch'ei conteneva, laſciano in fondo un reſiduo ſiſſo e carbonchioſo. Tutte le circoſtanze, che favoriſcono la fermentazione inducono nell'olio notabili cangiamenti, e per fermentazione tutte le ſue parti più fluide ſi attenuano, ſi ſviluppano, ſi volatilizzano, ſi diſſipano, operando lentamente la fermentazione quella ſteſſa decompoſizione dell'olio cui la diſtillazione promuove preſtamente. Al fermentare poi è l'olio per natura diſpoſtiſſimo, baſtando, che ſia egli eſpoſto a quel calore ordinario dell'atmosfera, e moderatiſſimo, che tien rarefatto il mercurio alquanti gradi ſopra il zero ne' noſtri Termometri, e che comunichi liberamente coll'aria. E tanto più preſtamente ſi eccita da sè queſto movimento inteſtino tra le parti coſtitutive ed integranti dell'olio, quanto è egli più di freſco eſpreſſo dalle materie vegetabili, ed animali, movimento che tutto diſuniſce, e ſcompone. Da queſta condizione naturale dell'olio, da queſta ſua eminente diſpoſizione al fermentare procedono, per quello che m'avviſo, tutti gli ſconcerti, che avvengono alle pitture noſtre, in cui è meſcolato a' colori l'olio dolce de' vegetabili. Venendo egli pertanto adoperato nel dipingere tratto appena dai ſemi delle piante, e quindi eſpoſto all'azione continua dell'aria e del calore, non è meraviglia, che ben preſto, a ſeconda dell'alterazione che ſi opera in lui naturalmente, ſi alterino pure ſucceſſivamente le tinte delle pitture, e ſeguano le ſteſſe vicende dell'intermezzo che le tiene unite. E non è neppur difficile l'intendere, onde l'ingiallirſi provenga ne' dipinti, che fa tanto torto e guaſto nelle più bell'opere di pittura. L'acrimonia, l'odor forte che acquiſtano gli olj dolci per l'azione del fuoco, tutto ſuccede ugualmente per opera pure dell'inſenſibile fermentazione. L'acido, che non ſi manifeſta negli olj recenti, ſi ſviluppa a

poco a poco, e li rende acri, e fa loro acquiſtare quel grado di alterazione, che diciamo rancidume, onde altre tinte inverdiſcono, altre ingiallano, altre s'illividiſcono, e tutto dal più al meno prende nel dipinto altro tuono da quello che aveva ſotto il pennello, ſecondo ch'è temperata coll'olio terra, o calce metallica, od altra ſoſtanza colorata, e ſecondo la doſe dagl'ingredienti. E queſta medeſima fermentazione e decompoſizione lenta dell'olio ſi è per appunto quello che rende in fine sì cupi, e piuttoſto tenebroſi che profondi gli ſcuri nelle dipinture. Imperciocchè eſſendo eſſi compoſti di terre per lo più, o di materie carbonchioſe, che non hanno quaſi alcuna azione ſull'olio, e non lo diſſolvono, ne viene lo ſteſſo effetto, che producono nella diſtillazione dell'olio gl'intermezzi terroſi, come la ſabbia, la polve di tegolo peſto, e ſimili materie, i quali accelerano mirabilmente, diſunendo le parti dell'olio, la di lui alterazione e decompoſizione, con queſta ſola differenza, che l'effetto è più pronto nelle diſtillazioni, che non è nella ſpontanea fermentazione. Ma a lungo andare ſuccede lo ſteſſo preciſamente come in quelle, onde prendono a volatilizzarſi e diſſiparſi a poco a poco l'acqua, e l'acido dell'olio per opera continua e continuamente ſoſtenuta del moto inteſtino, ſiccome avviene più prontamente nella diſtillazione per l'azione del fuoco. Quindi è, che tutto termina a un modo; e come in queſta, così a capo della decompoſizione naturale dell'olio negli ſcuri delle pitture, favorita dagl'intermezzi terroſi, onde gli ſcuri medeſimi ſono compoſti, reſta ſu la Tavola il capo morto carbonchioſo dell'olio meſcolato al fondo già per sè naturalmente cupo dell'intermezzo terroſo, onde naſce l'enorme creſcimento degli ſcuri che dicemmo qui addietro. E di quà procede ancora, che le pitture vadano tanto ſoggette a'ſcrepoli, e a ſcorzarſi talora, quanto è più libera ſull'olio l'azione dell'aria e del calore, perdendoſi nelle tinte la mutua coeſione delle parti pel diſſeccamento e diſunione che naſce tra le materie colorate, e la parte reſidua fiſſa e carbonchioſa dell'olio, che vi rimane interpoſta ſenza legame.

Dietro a queſti incontraſtabili principj ſi potrebbe a parte a parte render ragione d'altri difetti, che trae ſeco il dipingere a olio dall'olio medeſimo nel paſſare per li varj gradi di fermentazione inteſtina favorita e promoſſa mirabil-

mente per l' esposizione delle nostre tavole all' azione libera dell' aria e del calore. Ma se così è, com'è di fatto, quella stessa Scienza, che ci pone in grado di conoscere l'origine intima di questo male, deve insegnarci pure a rimuoverlo, o almeno a impedirne gli effetti. Io credo, che il possa, e mentre son certo, che i Dotti ne converranno, desidero ardentemente, che i Professori dell'arte non sieno indocili nell' ammettere la pratica, e il maneggio dell' olio combinato nel modo, che la sana ragione suggerisce.

Se l' olio, che vogliamo conservare e usare nella pittura, e che merita di essere conservato e usato per la bellezza e verità, che introduce ne' dipinti innegabilmente, è la sostanza propriamente fermentativa, che abbiamo in natura, facile a volatilizzarsi, e decomporsi per opera di questa sua naturale disposizione al fermentare, non è possibile certamente di torgli questa proprietà inerente alla sua natura senza torgli la natura di olio. Ma è ben possibile l' impedire, che questa fermentazione, l' atto, l' operazione del fermentare abbia effetto, ancorchè non sia, che non può farsi, tolta alle nostre tavole dipinte l' accessibilità dell' aria, e del calor naturale delle stanze, ove sogliono collocarsi. Tutto l' artificio, e molto semplice consiste nell' alterare la proporzione de' principj prossimi dell' olio, nell' inzepparlo e combinarlo con una materia che abbia sopra di esso molta azione, la qual materia poi sia per sè totalmente incapace di fermentazione: in guisa però, che l' olio conservi in questa combinazione la sua untuosità, e acquisti tutta la facilità più desiderabile nel lasciarsi distendere, e condurre misto a' colori col pennello, e non perda d' altra parte i pregi sì preziosi nella pittura, che gli vengono a giusta ragione attribuiti. Il sal di soda, ossia l' alcali minerale, detto comunemente natro, è la sostanza forse unica, ch' io trovo adattata a questo importantissimo oggetto. Egli ha molta azione sugli olj in generale, come tutti sanno, e moltissima sugli olj dolci, non tanto attenuati, nè tanto volatili come gli essenziali, olj che per appunto adoperiamo nella pittura. Questo sale non è per se capace di alcuna fermentazione propriamente detta, e unito in piccola dose agli olj dolci, ch' egli discioglie facilmente, forma i composti saponacei, che sappia-

mo,

mo, i quali prendono col tempo una tale conſiſtenza e durezza, che avendo avuto occaſione in Venezia di averne in mano un pezzo traſcurato da quaranta anni addietro, era bianco e duro come una pietra. L'olio in uſo nella pittura, ch'è quello principalmente di noce, o di lino, forma col ſal di ſoda una ſoſtanza, un compoſto aſſai molle, che dopo alcuni giorni di riposo ſi perfeziona a ſua poſta, come diremo più ſotto, e macinato coi colori ſi rende tanto untuoſo e docile al pennello, che non può deſiderarſi di più. E ſiccome in queſto ſtato di combinazione l'acqua, o lo ſpirito di vino in piccoliſſima doſe lo ammolliſcono più e più, e ſtemperano quanto può mai occorrere, ho trovato che col ſolo immergere la punta del pennello sì nell'una, che nell'altro, ſi conduce la paſta colorata a tanta obbedienza, che aſſolutamente coll' olio, per la ſua viſcoſità, non vi ſi perviene giammai; nel che ſi guadagna moltiſſimo. Queſto è l' eſpediente migliore, che ſuggeriſce la Scienza all'Arte della pittura, perchè la fermentazione dell'olio non guaſti tante belle opere de' Maeſtri, mantenendo i chiari come ſono, e non laſciando creſcere all'eceſſo gli ſcuri, e per obbligare i principj dell'olio a ſtarſene intimamente legati all'intermezzo alcalino e fiſſo, che vi frapponghiamo, impedendone la decompoſizione quanto è mai permeſſo di fare. E non è veramente queſt'unione un ſemplice meſcuglio, da cui poſſano da sè ſepararſi le parti agevolmente. Vi vuol ſempre un potente intermezzo che poſſa operarlo, per la cui azione ſi generi una vera decompoſizione, come ne' ſali; il che fa vedere, che può legittimamente per queſta ragione conſiderarſi come una vera combinazione. Anche le pitture a olio poſſono ſcomporſi con un intermezzo, nè ciò fa torto al metodo. In fatto una forte liſciva alcalina dilava in pochi minuti qualunque dipinto a olio irremiſſibilmente.

E ſi ha anche una prova, che in queſta unione i principj ſi ſaturano ſcambievolmente, non già ſul momento, ma coll'andar di un poco di tempo, perchè l'olio dolce ricavato per decompoſizione dal miſto, come ſi è detto, è molto più deflemmato, più tenue, e più puro, che non era prima. Il che non laſcia luogo a dubitare, che l'intenzione che abbiamo di tener inzeppato l'olio poſſa non eſſere pienamen-

te soddisfatta, non essendo bastevole nè il calore ordinario, nè l'accesso dell'aria a svincolare l'olio dall' alcali minerale con cui è combinato, e molto meno quanto più sarà invecchiata la pittura. Ecco pertanto come l'esperienza m' ha suggerito di proporzionare le dosi nella pasta molle, che vogliamo sostituire all'olio schietto, a cui gli Speziali, e i Pittori stessi, se volessero farla da sè, possono attenersi. Siccome il sal di soda, o qualunque alcali in genere fatto caustico, ha una molto più grande azione dissolvente, così è necessario di mettere a nudo il suo principio salino col mescolarvi un poco di calce viva. Per la qual cosa si prendano due parti di sal di soda puro, per esempio due dramme, e una dramma di calce viva, e si faccia in una cazza di ferro bollir tutto insieme per un istante in quattro o sei sole dramme di acqua, e preparate otto dramme di olio freschissimo di noce o di lino il si vada versando a poco a poco nella mistura predetta, e sempre mescolando finchè sia terminato l'olio; e anche dopo per quasi una mezz'ora si continui a mescolare tutto insieme, perchè le sostanze s'incorporino. La pasta è fatta. Si lasci riposar tutto nella stessa cazza per otto o dieci giorni, a capo de' quali si getti via qualunque parte liquida superflua, che fossesi separata dalla massa, e fosse venuta alla superficie, e si riponga la pasta in un vasetto di vetro, o di majolica conservandola coperta per la pittura. Con questa si macinino i colori come coll'olio schietto. Se col tempo indurasse un poco, non si ha che a mettere sul porfido qualche goccia di spirito di vino, o di acqua nella mistura da macinare col colore; e così nell'atto del dipingere, se non fosse la tinta arrendevole abbastanza sotto il pennello, basta bagnare la punta del medesimo pennello in acqua, o spirito di vino, e operare. E questo sarà il dipingere a *olio combinato*. Avendo fatto fare sotto i miei occhi moltissime prove con quest'olio combinato, e coll'olio semplice, ho osservato, che nessuno de' colori adoperati sia terroso, sia di calce metallica in uso nella pittura a olio, si abbassa e perde tanto il suo tuono naturale, come lo fa a olio. Ho solamente veduto, ch'è un po' più lenta nell'asciugarsi la pittura a olio combinato, che non è a olio semplice; ma quanto è mai pregevole il vantaggio, che quale si dissecca, tale resta la pittura a olio combinato, nè ingiallano le biac-

che, nè si ottenebrano le terre, e gli scuri, come a olio schietto. Ed ho anzi osservato, che terminata la pittura, resta da sè lucidamente verniciata, come se fosse coperta da un cristallo. Ho in mano una testa di giovane dipinta nel mese di Agosto del 1792 in tela a olio combinato dal Sig. Paolo Caliari Pittor Veronese di molta aspettativa. Si distinguono in questa pittura manifestamente tutti i caratteri dell' olio, così negli scuri, come ne' chiari, anzi vi appariscono i chiari un po' più carnosi, che a olio schietto, ed ha la pittura in sè congiunta verità e vaghezza in modo particolare. Ma il vantaggio principale, che deve attendersi in questo dipignere si è, come tutto il promette, la permanenza dell' olio nello stato in cui vien messo in opera, ch'è un guadagno per l'arte inapprezzabile.

Detto quanto basta del dipingere a olio combinato, non vo' trascurare un oggetto per giunta, che da sè si offerisce in questa combinazione. Sanno gl' intendenti, che ne' saponi alcalini non esaurisce l' alcali sull' olio tutta la sua azione dissolvente, e ch'è capace ancora con parte di sè di esercitare la sua facoltà sopra qualche porzione di altra materia con cui non manchi di avere affinità. Questa proprietà fa subito nascere il pensiero, che si potrebbe rendere la pittura a olio capace anche dell'encausto, se il volesse taluno. Ho fatto pertanto e ripetuto molte sperienze, onde stabilire la quantità di cera pura, che può aggiugnersi nell'olio combinato sì, che non ne resti turbata la reciproca saturazione dell'alcali e dell'olio, ch'è l'oggetto nostro, e sia la pittura a un tempo propria all'encausto. Basta pertanto mescolare con le otto parti, o come portammo per esempio, con le otto dramme di olio, una dramma di cera liquefatta, e bene incorporare insieme queste due sostanze. Fatta la mistura poi con la stessa quantità di sal di soda acuito dalla calce viva, che dicemmo, il composto molle, che ne risulta è atto alla pittura, capace di tutto il rammollimento di prima sia con un po' di acqua, sia con lo spirito di vino, e attissimo all'encausto, secco che sia perfettamente il dipinto. Del che basti aver fatto parola, essendo io qui prinpalmente sollecito, perchè i maestri dell'arte trovino il frutto desiderato nel sostituire all'olio schietto l'olio nostro combinato, preservando le loro più belle fatiche dalle ingiurie del tempo.

I N D I C E

DELLE MEMORIE

SEZIONE PRIMA.

DEll' Uso delle Frazioni decimali nella moltiplicazione de' numeri. Parte prima, che contiene le Regole con le quali usando le frazioni decimali nella moltiplicazione si potrà limitare l' ultimo prodotto a quel preciso difetto che si desidera.
Del P. D. Isidoro Bernareggi Cherico Regolare di S. Paolo, Professore di Matematica nelle R. Scuole di Lodi
Presentata dal Sig. Ab. Amoretti . . . . pag. 1

Della Costruzione d' un Termometro ad indice.
Del P. Giovambattista di S. Martino . . . 71

Fenomeno di alcune vampe di caldo in mezzo al freddo.
Del Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO . . . . . pag. 85

Sopra un Vomito urinoso.
Del Sig. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI . . 93

SEZIONE SECONDA.

Circa gl' indizj d' antichissimi Vulcani nelle Montagne e Alpi Vicentine, Veronesi, e Trentine.
Del Sig. GIOVANNI ARDUINO. Lettera diretta al Sig. Ab. ALBERTO FORTIS 102

Esposizione anatomica delle parti relative all' Encefalo degli Uccelli. Trattato Quinto de' Nervi che escono dalla cavità del cranio degli Uccelli.
Del Sig. VINCENZO MALACARNE
Al Chiarissimo Sig. MICHELE GIRARDI 106

Riflessioni intorno alla causa d'un Fenomeno elettrico.
Del P. GIOVAMBATTISTA di S. Martino 120

Opposizioni d' Urano osservate
Dal Sig. GIUSEPPE SLOP, e calcolate dal di lui Figlio FRANCESCO SLOP de Cadenberg 137

SEZIONE TERZA.

Delle Conferve irritabili, e del loro movimento di progressione verso la luce Esame Chimico.
Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI di Chioggia
Presentata dal Sig. Ab. ALBERTO FORTIS 161

Osservazioni Meteorologiche fatte in Verona negli anni 1790, 1791
Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI . . . . . pag. 205

Legge inseparabile dal principio fondamentale del Castelli intorno al moto e alla misura dell' acque correnti.
Del Sig. CAVALIERE LORGNA 218

Osservazioni sulla costituzione dell' aria atmosferica.
Del Sig. Co. MOROZZO 221

SEZIONE QUARTA.

Nuovo e sicuro mezzo per riconoscere la figura della Terra.
Del Sig. ANTONIO CAGNOLI 227

Osservazioni Orittografiche sopra parecchie Località de' Monti Padovani.
Del Sig. Ab. ALBERTO FORTIS 236

Integrazione in Serie finite delle Formole ecc.
Del Sig. FRANCESCO PEZZI 256

Osservazioni sulla nuova Teoria e Nomenclatura Chimica come inammissibile in Mineralogia.
Del P. D. ERMENEGILDO PINI 309

SEZIONE QUINTA.

Osservazioni Astronomiche.
Del Sig. ANTONIO CAGNOLI 369

Saggio di Rifleſſioni ſull' iſtoria e la natura de' Giganti.
Del Sig. GAETANO D' ANCORA Officiale proprietario della Segreteria del Re di Napoli
Preſentata dal Sig. MICHELE GIRARDI . . pag. 371

Memoria Geologica ſulle rivoluzioni del Globo terreſtre prodotte dall' azione dell' acque.
Del P. ERMENEGILDO PINI
Parte Seconda 389

Rifleſſioni ſull' integrazione di quell' equazioni, le quali non ſoddisfanno alle condizioni d' integrabilità.
Del Sig. PIETRO PAOLI 501

Memoria ſopra alcuni Problemi Meccanici.
Del medeſimo 534

Del dipignere a Olio combinato.
Del Sig. CAVALIERE LORGNA 560

Errori			Correzioni
Pag. 14	l. 15	$g-p+x-m-1$	$g=p+x-m-1$
103	l. 1	ſcattole	ſcatole
123	l. 28	volumc	volume
125	l. 35	ſoſtanza	ſoſtanza, e moltiſſimi altri di ſimil genere, e viceverſa.
129	l. 6	el a	e la
166	l. 11	qnali	quali
168	l. 2	acuratamente	accuratamente
182	l. 1	ealorico	calorico
195	l. 30	aſſes	aſſez
202	l. 30	emanano	emana
250	l. 5	po	po'
253	l. 10	ſarebbe duopo	ſarebbe d' uopo
274	l. 31	ſuceſſivi	ſucceſſivi
336	l. 1 14	*Berthollet*	*Bertholet*
357	l. 4	ovvero oxigeneo è una ſteſſa coſa coll' oxigene,	ovvero idrogeneo è una ſteſſa coſa coll' idrogene,
358	l. 33	*Berthollet*	*Bertolet*
387	l. 14	nota 10,	nota (1),
411	l. 21	improviſa	improvviſa
412	l. 34	aidé a	aidé à
432	l. 5	CAPO III	CAPO VIII
439	l. 25	organnizzati	organizzati
445	l. 25	tetra	terra
455	l. 11	abbondance	abondance
455	l. 39	ou	où
487	l. 2	mantere	mantenere
499	l. 10	de acque	da acque
528	l. 27	permurabili	permutabili
533	l. 20	ſodtisfaccenti	ſoddisfacenti
545	l. 31	ſarano	ſaranno

Queſto VI. Volume contiene ſogli 73, e Tavole 2, il cui prezzo, oltre le reſpettive ſpeſe di porto, è di lire venete 16 : 10, compreſa la provviſione del dieci per cento al Librajo venditore.

NATURAL HISTORY